4. Прямая в пространстве

4.1. Уравнения прямой в пространстве

Линией в пространстве называется множество точек, находящихся одновременно на двух поверхностях, и определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} F_1(x,y,z)=0; \\ F_2(x,y,z)=0. \end{cases} \quad (49)$$

Система двух уравнений плоскости в пространстве, у которых нормальные вектора $\vec{N}_1=\{A_1,B_1,C_1\}$, $\vec{N}_2=\{A_2,B_2,C_2\}$ неколлинеар- ные, называется общим уравнением прямой в пространстве (рис. 18):

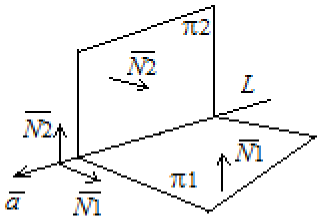

Рис. 18

$$\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0; \\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0; \end{cases} \quad \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}. \quad (50)$$

Вектор, параллельный прямой в пространстве, или ринадлежащий самой прямой, называется направляющим вектором прямой:

$$\vec{a}=\{l,m,n\}.$$

Пусть точки $M_0\left(x_0;y_0;z_0\right)\in L,\quad M(x,y,z)\in L$ и $\vec{a}\parallel L.$. Тогда вектор $\overrightarrow{M_0M}=\{x-x_0,y-y_0,z-z_0\}$ и $\vec{a}\parallel\overline{M_0}\vec{M}$ следовательно, координаты векторов пропорциональны (рис. 19):

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}. \quad (51)$$

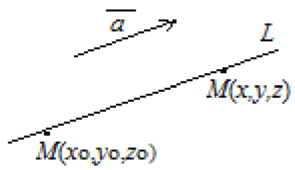

Рис. 19

Уравнение (51) называется каноническим уравнением прямой в пространстве.

Общее уравнение прямой (50) можно перевести в каноническое уравнение (51). Пусть две плоскости пересекаются по прямой L. Нормальные вектора плоскостей перпендикулярны и прямой, следовательно прямая перпендикулярна нормальным векторам: $\vec{N}_1\perp L, \vec{N}_2\perp L.$. Выберем любой вектор $\vec{a}\in L, \vec{a}\perp\vec{N}_1, \vec{a}\perp\vec{N}_2$ (рис. 18).

Тогда вектор $\vec{a}$ является векторным произведением векторв $\vec{N}_1, \vec{N}_2$:

$$\vec{a}=\vec{N}_1\times\vec{N}_2=\begin{vmatrix} i & j & k \\ A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \end{vmatrix}=\{l,m,n\}.$$

Точку, принадлежащую прямой, можно найти, задав одну из координат произвольно. После подстановки этой координаты в систему уравнений (130) получим систему двух уравнений с двумя неизвестными.

Пример. Переведем общее уравнение прямой в каноническую форму $\begin{cases} 3x+2y+4z-11=0; \\ 2x+y-3z-1=0 \end{cases}$

Решение: 1) Найдем нормальные вектора плоскостей

$$\vec{N}_1=\{3,2,4\},\ \vec{N}_2=\{2,1,-3\}.$$

2) Найдем направляющий вектор прямой

$$\vec{a}=\vec{N}_1\times\vec{N}_2=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{vmatrix}=\{-10,17,-1\}.$$

3) Пусть $z_0=0,\ z_0\in L.$ Тогда $x_0,\ y_0$ найдем из системы:

$$\begin{cases} 3x_0+2y_0-11=0; \\ 2x_0+y_0-1=0; \end{cases} \qquad x_0=9,\ y_0=19.$$

Ответ: каноническое уравнение прямой: $\dfrac{x-9}{-10}=\dfrac{y-19}{17}=\dfrac{z}{-1}.$

Если уравнение (51) приравнять к некоторому параметру $t\,(-\infty,+\infty)$, то получим параметрическое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x=lt+x_0; \\ y=mt+y_0; \\ z=nt+z_0. \end{cases} \tag{52}$$

Если заданы две точки прямой $M_1(x_1;y_1;z_1),\ M_2(x_2,y_2,z_2)\in L$, то уравнение прямой, проходящее через две точки, можно записать так:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}. \tag{53}$$

4.2. Взаимное расположение прямых в пространстве

Пусть заданы две прямые в канонической форме $L_1,\ L_2$:

$$\frac{x-x_1}{l_1}=\frac{y-y_1}{m_1}=\frac{z-z_1}{n_1}, \qquad \frac{x-x_2}{l_2}=\frac{y-y_2}{m_2}=\frac{z-z_2}{n_2}.$$

Для каждой из них запишем направляющий вектор

$$\vec{a}_1=\{l_1,m_1,n_1\},\quad \vec{a}_2=\{l_2,m_2,n_2\}.$$

Возможны следующие взаимные расположения прямых:

1) прямые пересекаются под углом φ. Угол φ между прямыми можно найти как угол между векторами $\vec{a}_1,\ \vec{a}_2$:

$$\cos\varphi=\frac{\vec{a}_1\cdot\vec{a}_2}{|\vec{a}_1|\cdot|\vec{a}_2|}=\frac{l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2}{\sqrt{l_1^2+m_1^2+n_1^2}\sqrt{l_2^2+m_2^2+n_2^2}}; \tag{55}$$

2) прямые перпендикулярные (рис. 20), $\varphi=\dfrac{\pi}{2}$:

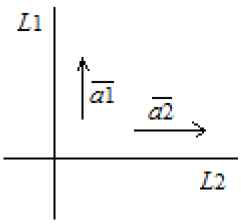

Рис. 20

$$\vec{a}_1\perp\vec{a}_2;\quad l_1l_2+m_1m_2+n_1n_2=0; \tag{56}$$

3) прямые параллельные (рис. 21), $\varphi = 0$:

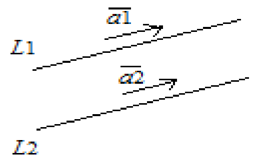

Рис. 21

$$\vec{a}_1 \parallel \vec{a}_2; \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}. \tag{57}$$

4.3. Расстояние от точки до прямой в пространстве

Пусть задана прямая $\dfrac{x - x_0}{l} = \dfrac{y - y_0}{m} = \dfrac{z - z_0}{n}$ и точка $M(x_1, y_1, z_1)$, ей не принадлежащая (рис. 22).

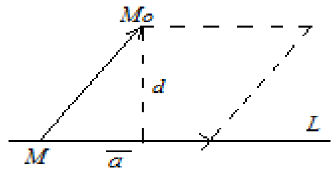

Рис. 22

На прямой выберем произвольную точку $M(x_1, y_1, z_1)$. Рассмотрим векторы $\vec{a} = \{l, m, n\}$ и $\overrightarrow{MM_0} = \{x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1\}$. Построим на этих векторах параллелограмм. Тогда высота параллелограмма будет определять расстояние от точки до прямой:

$$d = \frac{S}{|\vec{a}|} = \frac{|\vec{a} \times MM_0|}{|\vec{a}|}. \tag{58}$$

Пример. Найти расстояние от точки $M(3; -1; 1)$ до прямой:

$$\frac{x - 2}{3} = \frac{y + 1}{-1} = \frac{z - 7}{4}.$$

Решение. Найдем направляющий вектор прямой: $\vec{a} = \{3; -1; 4\}$. За точку, принадлежащую прямой, примем точку $M(2; -1; 7)$. Составим вектор $\overrightarrow{MM_0} = \{2 - 3; -1 + 1; 7 - 1\} = \{-1; 0; 6\}$.

Найдем векторное произведение векторов $\vec{a}, \overrightarrow{MM_0}$:

$$\vec{a} \times \overrightarrow{MM_0} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -1 & 4 \\ -1 & 0 & 6 \end{vmatrix} = -6i - 22j - k = \{-6; -22; -1\}.$$

Найдем площадь параллелограмма как модуль векторного произведения:

$$S = \sqrt{6^2 + 22^2 + 1} = \sqrt{521}.$$

По формуле (141) найдем расстояние от точки до прямой:

$$d = \frac{\sqrt{521}}{\sqrt{3^2 + 1 + 4^2}} = \sqrt{\frac{521}{26}}.$$

4.4. Упражнения

1. Даны точки $A(2; -1; 1)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 2; -1)$, $D(3; 1; 2)$. Вычислить расстояние между 1) A и C; 2) B и D; 3) C и D.
2. Доказать, что треугольник с вершинами $A(3; -1; 2)$, $B(0; -4; 2)$ и $C(-3; 2; 1)$, равнобедренный.
3. На оси абсцисс найти точку, расстояние от которой до точки $A(-3; 4; 8)$ равно 12.
4. На оси ординат найти точку, равноудаленную от точек $A(1; -3; 7)$ и $B(5; 7; -5)$.

5. Даны вершины треугольника $A_1(1;\ -4;\ 3)$, $A_2(-3;\ 0;\ 1)$, $A_3(3;\ 2;\ -5)$. Найти середины его сторон.

6. Даны вершины треугольника $A_1(3;\ -4;\ -1)$, $A_2(3;\ 2;\ -2)$, $A_3(-5;\ 0;\ 6)$. Вычислить длину его медианы, проведенной из вершины A_1

7. Прямая проходит через две точки $A_1(1;\ -4;\ 4)$ и $A_2(3;\ -4;\ 2)$. Найти точки пересечения ее с координатными плоскостями.

8. Привести к каноническому виду уравнения следующих прямых:

1) $\begin{cases} x-2y+3z-4=0, \\ 3x+2y-5z-4=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-2y+3z+1=0, \\ 2x+y-4z-8=0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x+y+z=0, \\ 2x+3y-2z+=0; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x-y+3z-1=0, \\ 5x+4y-z-7=0; \end{cases}$

9. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(-3;\ 0;\ 2)$ параллельно: 1) вектору $\vec{p}=(1;\ -2;\ 3)$; 2) прямой $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-2}$; 3) оси Ox; 4) оси Oy; 5) оси Oz.

10. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две данные точки: 1) $(1;\ -2;\ 1)$, $(3;\ 1;\ -1)$; 2) $(3;\ -1;\ 0)$, $(1;\ 0;\ -3)$; 3) $(0;\ -2;\ 3)$, $(3;\ -2;\ 1)$; 4) $(1;\ 2;\ -4)$, $(-1;\ 2;\ -4)$.

11. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(-1;\ 1;\ 2)$ параллельно: 1) вектору $\vec{p}=(-2;\ 1;\ 1)$; 2) прямой $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$; 3) прямой $x=-t+1$, $y=2t-3$, $y=t+2$.

12. Составить параметрические уравнения следующих прямых:

1) $\begin{cases} 2x+3y-z-4=0, \\ 3x-5y+2z+1=0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2y-z-6=0, \\ 2x-y+z+1=0. \end{cases}$

13. Доказать параллельность прямых:

1) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$ и $\begin{cases} x+y-z=0, \\ x-y-5z-8=0; \end{cases}$

2) $x=2t+5$, $y=-t+2$, $z=t-7$ и $\begin{cases} x+3y+z+2=0, \\ x-y-3z-2=0. \end{cases}$

14. Доказать перпендикулярность прямых:

1) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$ и $\begin{cases} 3x+y-5z+1=0, \\ 2x+3y-8z+3=0; \end{cases}$

2) $x=2t+1$, $y=3t-2$, $z=-6t+1$ и $\begin{cases} 2x+y-4z+2=0, \\ 4x-y-5z+4=0. \end{cases}$

15. Найти угол между прямыми:

1) $\begin{cases} x-y+z-4=0, \\ 2x+y-2z+5=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x+y+z-4=0, \\ 2x+3y-z-6=0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x-y-z+12=0, \\ y-z-2=0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x-2y+16=0, \\ 3x-z=0. \end{cases}$

16. Составить параметрические уравнения прямой: 1) проходящей через точку $M_0(1;\ -1;\ 2)$ параллельно вектору $\vec{p}=(1;\ -2;\ 3)$; 2) проходящей через точки $A_1(1;\ -2;\ 1)$ и $A_2(2;\ -3;\ -1)$.

17. Показать, что прямая $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ перпендикулярна прямой $x=z+1$, $y=1-z$.

18. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $A_0(2;\ -2;\ 1)$ и параллельно прямой $\begin{cases} x-2y+z-4=0, \\ 2x+y-z=0. \end{cases}$

19. Написать уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $A_0(3;\ -2;\ 4)$ на ось Oz.

20. Найти расстояние точки $A_0(2;\ -1;\ 3)$ от прямой $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{5}$.

21. Найти расстояние между параллельными прямыми $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+3}{2}$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

22. Даны вершины треугольника $A_1(-5;\ 2;\ 3)$, $A_2(3;\ 6;\ -7)$ и $A_3(4;\ -7;\ -2)$. Составить параметрические уравнения его медианы, проведенной из вершины A_3.

24. Даны вершины треугольника $A_1(1;\ -2;\ -4)$, $A_2(3;\ 1;\ -3)$ и $A_3(5;\ 1;\ -7)$. Составить параметрические уравнения его высоты, проведенной из вершины A_2 на противоположную сторону.

25. Найти расстояние точки $A_0(3;\ 0,\ 4)$ от прямой $y=2x+1$, $z=2x$.

26. Даны уравнения движения точки $A(x;\ y,\ z)$: $x=5-2t$, $y=-3+2t$, $z=5-t$. Определить расстояние d, которое пройдет эта точка за промежуток времени от $t_1=0$ до $t_2=7$.

27. Составить уравнения движения точки $A(x;\ y,\ z)$, которая имея начальное положение $A_0(3;\ -1,\ -5)$, движется прямолинейно и равномерно в направлении вектора $\vec{s}=(-2;\ 6,\ 3)$ со скоростью $v=21$.

28. Составить уравнения движения точки $A(x;\ y,\ z)$, которая двигаясь прямолинейно и равномерно, прошла расстояние от точки $A_1(-7;\ 12;\ 5)$ до точки $A_2(9;\ -4;\ -3)$ за промежуток времени от $t_1=0$ до $t_2=4$.

29. Точка $A(x;\ y,\ z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $A_0(20;\ -18,\ -32)$ в направлении противоположном вектору $\vec{s}=(3;\ 4,\ -12)$ со скоростью $v=26$.

30. Даны уравнения движения точки $A(x;\ y,\ z)$: $x=3-4t$, $y=5+3t$, $z=-2+12t$. Определить ее скорость v.

31. Найти направляющие косинусы прямой (т.е. направляющие косинусы направляющего вектора прямой) $\begin{cases} x-3y+z-4=0; \\ 3x-2y+z+2=0. \end{cases}$

32. Привести уравнение прямой $\begin{cases} x-3y+4z-2=0; \\ 2x+y-z-3=0; \end{cases}$ в каноническую форму и найти длину направляющего вектора.

4.5. Контрольная работа № 4

Выполнить контрольное домашнее задание, заменив параметры N – номер студента в журнале, D – число дня рождения студента, M – число месяца рождения студента.

1. Привести к каноническому виду уравнение прямой:

$$\begin{cases} Nx-2y+Mz-2=0, \\ 3x+Dy+Nz+5=0. \end{cases}$$

2. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(-N;\ M+D;\ 2M)$ параллельно: 1) вектору $\vec{p}=(1;\ N;\ N)$; 2) прямой $\frac{x-N}{M}=\frac{y-D}{2}=\frac{z+2}{-N}$.

3. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через две данные точки: $(1+N;\ M-2;\ D)$, $(N+3;\ 1;\ M-1)$ и найти рассто- яние от этой прямой до точки $(2N;\ M;\ -M)$.

4. Найти угол между прямыми:

$$\begin{cases} Nx-y+Mz-14=0, \\ 2x+Dy-2Mz+25=0, \end{cases} \qquad \begin{cases} x+Ny+Dz+3=0, \\ 2Mx+Dy-z-8=0. \end{cases}$$

5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(N;\ D;\ -2)$ параллельно прямой $\begin{cases} Dx-2y+Nz+3=0, \\ Mx+Ny-Dz-5=0. \end{cases}$

5. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Пусть заданы прямая и плоскость в пространстве:

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n},\ Ax+By+Cz+D=0.$$

Для прямой найдем направляющий вектор $\vec{a}=\{l,m,n\}$, а для плоскости найдем нормальный вектор $\vec{N}=\{A,B,C\}$. Возможны следующие случаи расположения прямой и плоскости в пространстве:

1) пересечение прямой плоскости под углом φ (рис. 23). Угол φ между прямой и плоскостью можно заменить углом между направляющим вектором прямой и нормальным вектором плос-кости: $\varphi=90^0-\alpha$:

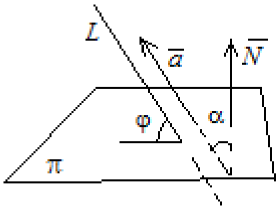

Рис. 23

$$\sin\varphi=\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{N}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{N}|}=\frac{lA+mB+nC}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}; \tag{59}$$

2) прямая и плоскость параллельны, $\varphi=0$ (рис. 24):

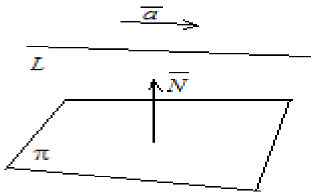

Рис. 24

$$\vec{a}\perp\vec{N};\quad lA+mB+nC=0; \tag{60}$$

3) прямая и плоскость перпендикулярны, $\varphi=\frac{\pi}{2}$ (рис. 25):

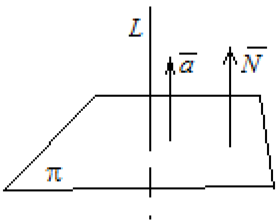

Рис. 25

$$\vec{a}\parallel\vec{N};\qquad \frac{l}{A}=\frac{m}{B}=\frac{n}{C}. \tag{61}$$

4) прямая и плоскость пересекаются в точке $M(x_1,y_1,z_1)$. Для определения точки пересечения прямой и плоскости переведем уравнение прямой в параметрическую форму и подставим координаты x,y,z в уравнение плоскости:

$$\begin{cases} x=lt+x_0; \\ y=mt+y_0; \\ z=nt+z_0, \end{cases}$$

$$A(lt+x_0)+B(mt+y_0)+C(nt+z_0)+D=0.$$

Из полученного уравнения найдем параметр t и вычислим координаты точки пересечения прямой и плоскости.

Пример, найти точку пересечения прямой $\frac{x-6}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{3}$ и плоскости $x+2y+3z-4=0.$

Решение: составим параметрическое уравнение прямой:

$$\begin{cases} x=t+6; \\ y=2t+3; \\ z=3t+2. \end{cases}$$

Подставим значения координат в уравнение плоскости:

$$t+6+2(2t+3)+3(3t+2)-4=0,\ 14t=-14,\ t=1.$$

Найдем координаты точки пересечения плоскости и прямой:

$$x=5,\ y=-1,\ x=-1.$$

Ответ: точка $M(5;-1;-1)$ точка пересечения прямой и плоскости.

6. Упражнения

1. Доказать, что прямая $x=3t-2$, $y=-4t+1$, $z=4t-5$ параллельна плоскости $4x-3y-6z-5=0$.

2. Найти точку пересечения прямой и плоскости:

1) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$, $2x+3y+z-1=0$;

2) $x=2t-1$, $y=t+2$, $z=1-t$, $3x-2y+z-3=0$;

3) $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}$, $x+2y+3z-29=0$.

3. Доказать, что прямая $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x+y-z=0$.

4. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки $M_0(2;\ 1;\ 0)$ на прямую $x=3z-1$, $y=2z$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(-2;\ 1;\ 3)$ перпендикулярно прямой $x=2$, $y=2z$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{2}$ и перпендикулярно плоскости $2x+3y-z=4$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{2}$ и $\frac{x+3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$.

8. Построить плоскость $x+y-z=0$ и прямую, проходящую через точки A_1 (0; 0; 4) и A_2 (2; 2; 0). Найти точку пересечения прямой с плоскостью и угол между ними.

9. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A_0(-2;\ 3;\ 1)$, перпендикулярно к плоскости $6x-3y-5z=-2$.

10. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A_0(-1;\ 2;\ 1)$ и перпендикулярно к прямой $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$.

11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A_0(-4;\ 5;\ -1)$ перпендикулярно к прямой $x-2y+z-3=0$, $x+y-z+2=0$.

12. При каком значении m прямая $\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{m}=\frac{z+3}{-2}$ параллельна плоскости $x-3y+6z+7=0$?

13. При каких значениях A и B плоскость $Ax+By+3z-5=0$ перпендикулярна к прямой $x=3+2t$, $y=5-3t$, $z=-2-2t$?

14. При каких значениях l и C прямая $\frac{x-2}{l}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна плоскости $3x-2y+Cz+1=0$?

15. Найти проекцию точки $A_0(2;\,-1;\,3)$ на прямую $x=3t$, $y=5t-7$, $z=2+2t$.

16. Найти точку A_0, симметричную точке $A(4;1;6)$ относительно прямой $x-y-4z+12=0$, $2x+y-2z+3=0$.

17. Найти точку A_0, симметричную точке $A(2;\,-5;\,7)$ относительно прямой, проходящей через две точки $M_1(5;\,4;\,6)$ и $M_2(-2;\,-17;\,-8)$.

18. Найти проекцию точки $A_0(5;\,2;\,-1)$ на плоскость $2x-y+z+23=0$.

19. Найти точку A_0, симметричную точке $A(1;\,3;\,-4)$ относительно плоскости $3x+y-2z=0$.

20. Точка $M(x;\,y;\,z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(15;\,-24;\,-16)$ со скоростью $v=12$ в направлении вектора $\vec{s}=(-2;\;2,\;1)$. Убедившись, что траектория точки M пересекает плоскость $3x+4y+7z-17=0$, найти:

1) точку P их пересечения;

2) время, затраченное на движение точки M от M_0 до P;

3) длину отрезка M_0P.

21. Точка $M(x;\,y;\,z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $M_0(28;\,-30;\,-27)$ со скоростью $v=12{,}5$ по перпендикуляру, опущенному из точки M_0 на плоскость $15x-16y-12z+26=0$. Составит уравнения движения точки M и определить:

1) точку P пересечения ее траектории с этой плоскостью;

2) время, затраченное на движение точки M от M_0 до P;

3) длину отрезка M_0P.

22. Точка $A(x;\;y,\;z)$ движется прямолинейно и равномерно из начального положения $A_0(11;\,-21,\;20)$ в направлении вектора $\vec{s}=(-1;\;2,-2)$ со скоростью $v=12$. Определить, за какое время она пройдет отрезок своей траектории, заключенный между параллельными плоскостями $2x+3y+5z-41=0$, $2x+3y+5z+31=0$.

23. Вычислить расстояние d точки $A_0(1;\,-1,\,-2)$ от прямой $\frac{x+}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-8}{-2}$.

24. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $x=2t+1$, $y=-3t+2$, $z=2t-3$ и точку $A_0(2;\,-2,\;1)$.

25. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $A_0(3;\,-2,\,-4)$, параллельно плоскости $3x-2y-3z-7=0$.

7. Контрольная работа № 5

Выполнить контрольное домашнее задание, заменив параметры N – номер студента в журнале, D – число дня рождения студента, M – число месяца рождения студента.

1. Даны четыре точки $A_1(M,\;N,-D)$, $A_2(D,\;1-N,\;2-M)$, $A_3(M+1,\;D,\;N+1)$. Следует:

1) составить канонические уравнения прямых A_1A_2, A_1A_3, A_1A_3. Записать их в параметрической форме.

2) составить уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

3) составить уравнение прямой A_4M, перпендикулярной плоскости $A_1A_2A_3$;

4) вычислить величину перпендикуляра A_4M;

5) найти точку P пересечения прямой A_4M с плоскостью $A_1A_2A_3$;

6) найти точку P' симметричную точке P относительно плоскости $A_1A_2A_3$;

7) составить уравнение прямой A_1H, параллельной плоскости $A_2A_3A_4$;

8) составить уравнение плоскости, проходящей через точку A_3, параллельно прямой A_1A_2;

9) вычислить площадь сечения, проходящего через середины ребер A_3A_1 и A_3A_2, и точку A_4;

10) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A_1 и перпендикулярно к прямой $\frac{x+2}{M}=\frac{y-1}{-N}=\frac{z-2}{D+1}$.