**Кривые второго порядка**

1. **Окружность**

Множество точек плоскости, равноудаленных от одной точки, называемой центром, на расстояние, называемое радиусом, называется окружностью.

 Пусть центр окружности находится в точке $O$. Точка $M(х, у)$ принадлежит окружности. Тогда





 Если центр окружности находится в точке , то уравнение окружности запишется так



 Например, составить уравнение окружности, проходящей через три точки 

 Решение. Составим систему уравнений с тремя неизвестными: *а*, *b* – координаты центра окружности, *R* – радиус окружности. Заменив текущие координаты уравнения окружности координатами заданных точек, получим:



Решив систему, получим искомое уравнение окружности:



**2. Эллипс**

 Эллипсом называется множество точек плоскости, для которых сумма расстояний от двух данных точек, называемых фокусами, есть величина постоянная, большая, чем расстояние между фокусами.

 Обозначим через  и  фокусы эллипса,  Сумму расстояний от любой точки  до точек  и  обозначим через  (рис. 1).



Рис. 1

Числа и  называются фокальными радиусами.По определению эллипса получим уравнение:









 Пусть 



Полученное уравнение эллипса называется каноническим.



Рис. 2

Основные свойства эллипса (рис. 2):

1. эллипс симметричен относительно осей координат и начала координат;
2. оси координат называются осямиэллипса; начало координат называется центром эллипса;
3. точки пересечения эллипса с осями симметрии эллипса образуют вершины эллипса ( точки *А* и *В*);
4. если , то  называется большей полуосью эллипса,  называется малой полуосью эллипса (  – большая и малая оси эллипса);
5. если , то фокусы эллипса находятся на оси  если , то фокусы находятся на оси 
6. если то эллипс вырождается в окружность;
7. связь между полуосями и расстоянием между фокусами определяется формулой:



1. эксцентриситетомэллипса называется отношение расстояния между фокусами к большей оси эллипса:



 Свойства эксцентриситета:

 1) так как  то 

 2) 

 3) эксцентриситет характеризует вытянутость эллипса вдоль оси, на которой находятся фокусы: при  эллипс сильно вытянут вдоль оси, при  эллипс похож на окружность;

9. директрисами эллипса называются прямые, перпендикулярные большей оси эллипса и проходящие на расстоянии ли  от центра эллипса (проходят за фокусами эллипса, ):



10. теорема: если  – расстояние от произвольной точки эллипса до какого-нибудь фокуса, – расстояние от той же точки до соответствующей этому фокусу директрисы, то отношение  – есть величина постоянная, равная эксцентриситету; так как  то директрисы находятся за пределами эллипса.

 Пример. Составить уравнение эллипса, если задана точка  принадлежащая эллипсу, и его эксцентриситет 

 Решение. Подставим координаты заданной точки в уравнение эллипса:

$$\frac{4}{a^{2}}+\left(-\frac{5}{3}\right)^{2}\frac{1}{b^{2}}=1$$

 Используем понятие эксцентриситета:  найдем квадрат выражения:  и оценим 

Подставим найденное значение в выражение Подставим  в уравнение эллипса. Найдем значения полуосей и получим искомое уравнение эллипса: 

Ссылка: https://vk.com/video-216917038\_456240709