Контрольная работа № 1
(по линейной алгебре)
1 курс, 1 семестр

(N, M – последние цифры зачетки)

1. Решить систему линейных уравнений: методом Крамера, методом Гаусса:

$$Mx - 5y + Nz = M + N - 5;$$
$$2x + Ny - (M+1)z = N - M + 1;$$
$$-3x + 6y - (3+M)z = -M.$$

2. Найти собственные числа и собственные вектора матриц:

а) $A = \begin{Bmatrix} N+1 & 2 \\ -1 & -M-2 \end{Bmatrix}$; б) $A = \begin{Bmatrix} N+1 & M+1 & -M-2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{Bmatrix}$.

3. Заданы четыре точки в пространстве: $A(1; N; 3)$, $B(-2; 5; N)$, $C(N; M; 1)$, $D(3; -2+N; 1+M)$. Найти: 1) длины векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$; 2) координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$; 3) проверить компланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$; 4) уравнения прямых AB и AC; 5) уравнение плоскости ABC; 6) расстояние от точки D до плоскости ABC; 7) угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$; 8) уравнение медианы, проведенной из точки A на сторону BCтреугольника ABC.

4. Заданы четыре точки на плоскости $A(N; 4)$, $B(6; N)$, $C(N; M)$, $D(12; 10)$. Найти: 1) уравнения прямых AB; AC; CD; BD; 2) точки пересечения прямых AB и CD; AC и BD; 3) уравнение прямой, проходящей через точки пересечения прямых AB и CD; AC и BD; 4) уравнения прямых, перпендикулярной прямой AB и параллельной прямой AC, проходящих через точку D; 5) угол между прямыми AB и CD; AC и BD; 6) каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки A и B; 7) уравнение окружности с центром в точке A и радиусом $|AB|$; 8) каноническое уравнение гиперболы, симметричной относительно оси OX и начала координат, имеющей полуоси $a = |AB|$ и $b = |CD|$; 9) фокусное расстояние, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис полученной гиперболы; 10) каноническое уравнение параболы, центр которой находится в точке C, а фокус находится в точке $F(3+N; M)$. Построить все полученные кривые второго порядка.

5. Найти матрицу квадратичной формы и определить ее знак. Если возможно привести ее к каноническому виду:

а) $L(x,y) = Mx^2 + 4y^2 - Nxy$;

б) $L(x,y,\ z) = Mx^2 + 4y^2 - 5z^2 + Nxy + 6xz + Myz$.

6. В базисе $\overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2}, \overrightarrow{e_3}$ заданы векторы $\vec{a} = \{3; N; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; M;\ -N\}$, $\vec{c} = \{N;\ -2; M\}$ и вектор $\vec{d} = \{6;\ -4; 10\}$. Выразить вектор $\vec{d}$ в базисе векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Контрольная работа № 2
(по математическому анализу)
1 курс, 2 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - Nx + M}}{2x - N} + log_2(Mx - N)$.
2. Найти предел функции:
$$1)\ \lim_{x\to\infty} \frac{Nx^3 - 5x}{Mx(x^2+4)}; \qquad 2)\ \lim_{x\to\infty} \frac{\log_3(x + Nx^2 - 3)}{x\sin(Mx - 3)};$$
3. Найти производную функции:
а) $y = \frac{\sqrt[4]{Nx+3} - x^2}{Mx^3 + x}$; б) $y = cos^N(3x + M)\cdot e^{\arcsin Nx}$;
4. Исследовать функцию и построить графики:
$$y = x^3 + x^2(N - M - 1) + x(M - N - MN) + MN;$$
5. Функция издержек производства некоторой продукции имеет вид: $y = 0{,}01(M+1)x^3 - 1{,}3Nx^2 + 15(N+5) + 250$ (ден. ед.). Найти средние и предель-ные издержки и вычислить их значения при $x = 100$.
6. Известны функции спроса $q = \frac{(N+5)p+8}{p+(M+4)}$ и предложения $s = (M+1)p + 3N - 3M^2 - 24Mp + 2$ (q – количество покупаемого товара, s – количество предлагаемого товара, p – цена товара). Найти: а) равновесную цену; б) эластичности спроса и предложения; в) изменение дохода при изменении цены на 10% от равновесной.
7. Найти неопределенные интегралы: а) $\int \frac{dx}{(M+2)x+N}$; б) $\int xe^{(M+3)x}\,dx$;
8. Найти определенные интегралы: а) $\int_M^N \frac{2x-N}{x+M-3}dx$; б) $\int_0^{M+N}(x^{M+N} + 3x^2)dx$.
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:
$$y = (-N-2)x + 1, \quad y = (M+2)x, \quad y \geq 0;$$
10. Решить дифференциальные уравнения: а) $y'Ny = x^2 + M$;
б) $y' + \frac{M}{x^2}y = e^{\frac{M}{x}}(Mx^2 - Nx)$; в) $2y'' - Ny' + My = 0,\ y(0) = 2 + N, y'(0) = M$.

Контрольная работа № 3
(по теории вероятностей и математической статистике)
2 курс, 3 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти вероятность того, что $N+15$ натуральных чисел расставлены: а) в порядке возрастания; б) число N стоит на месте M; в) из $N+15$ чисел выбрано число, которое делится на 3 и на 2.
2. В группе $M+N+10$ студентов. Среди них M - девушки, $N+10$ - юноши. Найти вероятность того, что: а) среди 5 студентов, выбранных на конференцию 3 юноши; б) среди 10 представителей группы, отправленных на олимпиаду N девушек.
3. Кодовый замок содержит $(N+3)$ цифры. Какова вероятность того, что цифры 1,2,3 идут в коде в порядке возрастания и больше не используются?
4. На соревнования приехали представители России – 6 человек, США - $N+2$ человека, Англии - $M+3$ человека, Франции – 5 человек. Пары выступлений определяются жеребьевкой. Какова вероятность того, что $N+5$ номером будет выступать представитель России?
5. В корзине находится $(N+2)$ белых шаров, $(M+5)$ черных шаров и $(N+M)$ синих. Найти вероятности следующих событий: а) при выборе 3 шаров они все будут одного цвета; б) при выборе 3 шаров среди них будут все разного цвета; в) третий шар будет синим.
6. Для студента Иванова вероятность ответа на первый вопрос экзамена 0,9, на второй – 0,8, на третий – 0,7. Для студента Петрова аналогичные вероятности равны 0,8; 0,9; 0,8. Для сдачи экзамена достаточно ответить на 2 вопроса. Экзамен сдан только одним студентом. Найти вероятность того, что это Петров.
7. Из корзины, содержащей $(N+5)$ белых и $(M+6)$ черных шаров, вынули 2 и переложили во вторую корзину, где черных и белых шаров было поровну $(N+M+1)$ штук. Из второй корзины вынули 2 шара. Найти вероятность того, что они оба белые.
8. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что: а) при $N+50$ выстрелах стрелок промахнется $M+10$ раз; б) при $100N$ выстрелах стрелок попадает в цель от $(M+10)$ до $(N+30)$ раз.
9. Составить закон распределения случайной величины X – число книг по математике, среди 5 выбранных студентом Ивановым из $5(N+1)$ книг кафедры. Найти все числовые характеристики $\left(M(x), D(x), \sigma(x), M_0(x), Me(x)\right)$ функцию распределения X, построить полигон, график функции распределения, кумуляту.