**Лекция 6**

**Скалярное произведение векторов**

Скалярным произведением двух ненулевых векторов  называется число (скаляр) равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними:

,

или

=

Типичным примером скалярного произведения в физике является формула работы , где  - сила, точка приложения которой перемещается на расстояние .

Свойства скалярного произведения векторов:

1. ;

2. ;

3. ;

4. ;

5. , если , и, обратно, , если .

Скалярное произведение можно находить в координатах. Справедлива теорема: если векторы  заданы своими координатами: , , то их скалярное произведение определяется формулой:



Следствие 1: , если 

Следствие 2: 

**Векторное произведение векторов**

Тройка векторов называется упорядоченной, если указано, какой из них читается первым, какой второй и т.д.

Упорядоченная тройка векторов называется правой, если после приведения их к общему началу из конца третьего вектора кратчайший поворот от первого ко второму совершается против часовой стрелки. В противном случае тройка векторов называется левой (рис.1).

















Рис. 1

Векторным произведение**м** двух векторов  называется вектор удовлетворяющий следующим условиям:

1. длина  равна произведению модулей векторов на синус угла

 между ними:

 ;

 2. вектор  перпендикулярен каждому из векторов ;

 3. векторы  и  образуют правую тройку векторов.

Геометрический смысл векторного произведения заключается в том, что модуль векторного произведения равен площади параллелограмма, построенного на этих векторах:

Основные свойства векторного произведения:

1. (произведение векторов некоммутативно);

2.  (из определения);

3. , т.е. число можно выносить за знак векторного произведения;

4. 

5. , если  - коллинеарные.

Векторное произведение можно найти в координатах, если векторы заданы в координатной форме.

Справедлива теорема: если векторы  заданы своими координатами: , то векторное произведение  определяется формулой:



**Смешанное произведение трех векторов**

Смешанным произведением трех векторов  называется число, равное скалярному произведению вектора  на векторное произведение :

.

Свойства смешанного произведения:

1. ;

2. если векторы компланарные, ;

3.  где  - объем параллелепипеда, построенного на этих векторах;

4.  где  - объем треугольной пирамиды, построенной на этих векторах.

Смешанное произведение в координатной форме можно посчитать, используя теорему: если векторы  заданы своими координатами , то

.

Пример. Заданы четыре точки Найти: а) площадь основания  б) косинус угла между ребром  и ребром основания  в) косинус угла между ребрами  и  г) объем пирамиды  д) высоту пирамиды 

Решение. а) Площадь треугольника  найдем как половину площади параллелограмма, построенного на векторах $\vec{АВ}$ и $\vec{АС}$*:*







б) Угол между ребрами  и  найдем, используя скалярное произведение векторов  и :

 



в) Косинус угла между ребрами  и  найдем, используя скалярное произведение векторов  и :

 



г) Объем пирамиды  найдем, используя смешанное произведение векторов :

 

д) Высоту пирамиды  вычислим из формулы: 



Ссылка: https://vk.com/video-216917038\_456240380