**Практическое занятие 1**

**Вариационный ряд, его представление**

**Задание**

По данным выборки, приведенным по вариантам в табл. 1, необходимо:

1) определить объем выборки, размах распределения, число интервалов по формуле Стерджеса, шаг ряда и составить вариационный ряд;

2) найти средние значения вариантов распределения;

3) вычислить относительные частоты; определить моду;

4) построить гистограмму вариационного ряда;

5) составить эмпирическую функцию распределения;

6) построить график эмпирической функции распределения;

7) построить кумуляту, определить медиану распределения;

8) вычислить несмещенные оценки параметров генеральной совокупности  , используя средние значения;

9) найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания  и неизвестного среднеквадратического отклонения  с заданной надежностью  где *N* – номер варианта студента.

*Таблица 1*

|  |  |
| --- | --- |
| № вар. | Выборка |
| 1 | 80, 100, 120, 260, 130, 300, 210, 322, 160, 185, 260, 410, 440, 380, 101, 163, 190, 230, 144, 196, 84, 261, 265, 220, 300, 440, 180, 180, 310, 100, 70, 140, 130, 120, 76, 80, 255, 366, 384, 273, 348, 190, 121, 84, 96, 110, 131, 143, 134, 160, 84, 70, 136, 180, 170, 146, 141, 148, 162, 150, 158, 115, 240, 88, 134, 144, 140, 240, 100, 240, 258, 100, 432, 256, 300, 213, 346, 89, 79, 100 |
| 2 | 40, 50, 60, 41, 51, 53, 54, 61, 41, 44, 52, 42, 45, 53, 60, 54, 59, 61, 61, 45, 43, 44, 46, 62, 54, 63, 44, 48, 56, 45, 51, 56, 46, 53, 47, 47, 48, 56, 57, 49, 52, 45, 41, 40, 61, 57, 49 |
| 3 | 24, 18, 23, 24, 20, 24, 18, 24, 24, 20, 19, 21, 22, 22, 23, 23, 20, 21, 23, 24, 20, 21, 22, 20, 23, 20, 23, 24, 23, 24, 24, 24, 16, 23, 22, 22, 17, 17, 19, 24, 20, 20, 21, 22, 21, 22, 22, 22, 23, 23, 22, 23, 23, 22, 23,, 24, 23, 21, 21, 22, 20, 22, 23, 18, 19, 21, 22, 24. 20, 19, 20, 21 |

**Пример 1.** Получены данные о зарплате (в USD) сотрудников фирмы: 218,  221,  215,  225, 225, 217, 224, 220, 220, 219, 221, 219, 222, 226, 218, 220, 223, 230, 223, 216, 224, 228, 220, 222.

Построить гистограмму частот, если число частичных интервалов при­нять равным 6.

Найти:

1) среднюю зарплату;

2) выборочные дисперсию и среднеквадратическое отклонение;

3) исправленное среднеквадратическое отклонение;

4) доверительные интервалы для оценки генеральной средней по выборочной средней и для оценки генерального среднеквадратического отклонения по исправленному среднеквадратическому отклонению с надёжностью  = 0,99, предполагая, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение.

**Решение.** По данной выборке определяем = 230, = 215. Размах выборки: *R* = 230 – 215 = =15. По усло­вию *k =* 6, поэтому длина частичного интервала:

.

Группируем все данные выборки в пять частичных интервалов длины 2,5 и подсчитываем число вариант, попавших в каждый интервал:

1.  содержит = 3 215, 216, 217

2.  содержит = 4 218, 218, 219, 219

3.  содержит = 8 220, 220, 220, 221, 220, 222, 221, 222

4.  содержит = 4 223, 224, 223, 224

5.  содержит = 3 225, 226, 225

6.  содержит = 2 230, 228

Найдем высоту каждого частичного интервала по формуле: . Полученные данные занесем в табл. 2:

*Таблица 2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *i* | Частичный интервал | Сумма частот | Высота  *i –* го частичного интер­вала |
| 1  2  3  4  5  6 | 215 – 217,5  217,5 – 220  220 – 222,5  222,5 – 225  225 – 227,5  227,5 – 230 | 3  4  8  4  3  2 | 1,2  1,6  3,2  1,6  1,2  0,8 |

По полученным данным строим гистограмму частот, откладывая вдоль оси *OX*  частичные интервалы, а вдоль оси *OY* их высоты (рис. 1).

Для нахождения числовых характеристик распределения, заполним вспо­могательную табл. 3, переходя к условным вариантам , равным серединам указанных частичных интервалов

.

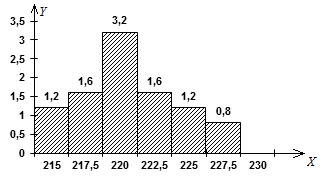


Рис. 1. Гистограмма частот

*Таблица 3*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | Границы ин­тервала | | Се­ре­дины | Час­тоты |  |  |  |
|  |  |
| 1  2  3  4  5  6 | 215  217,5  220  222,5  225  227,5 | 217,5  220  222,5  225  227,5  230 | 216,25  218,75  221,25  223,75  226,25  228,75 | 3  4  8  4  3  2 | 648,75  875  1770  895  678,75  457,5 | 46764,062  47851,562  48951,562  50064,062  51189,062  52326,562 | 140292,186  191406,248  391612,496  200256,248  153567,186  104653,124 |
|  |  |  | 1335 | 24 | 5325 | \_\_\_ | 1181787,488 |

Последняя строка табл. 3 содержит суммы по столбцам. Используя результаты последней строки, находим:

1. выборочную среднюю: 
2. среднее значение квадратов: 
3. выборочную дисперсию: 
4. выборочное среднеквадратическое отклонение: 
5. исправленное среднеквадратическое отклонение:



Далее находим доверительные интервалы.

Так как среднеквадратическое отклонение генеральной совокупности неиз­вестно, то для нахождения доверительного интервала

 < < + 

следует использовать распределение Стьюдента.

По заданной надёжности  = 0,99 и объёму выборки *n* = 24 из табл. зна­чений распределения Стьюдента (Приложение 3) находим = *t*(0,99; 24)= 2,797.

Находим точность оценки

,

Вычисляем нижнюю и верхнюю границы интервалов:

  = 221,875 - 2,072 = 219,803;

+ = 221,875 + 2,072 = 223,947.

Следовательно, доверительный интервал для генеральной средней по выборочной средней имеет вид: 219,803 << 223,947.

Найдём доверительный интервал для оценки генерального среднеквадра­тического отклонения по исправленному выборочному среднеквадратическому отклонению. По специальной табл. (Приложение 4) находим для = 0,99 и *n* = 24 значение *q = q*(*n,* )= *q*(24;0,99) = 0,49 < 1. Вычисляем границы доверительного интервала:

*S*(1 *q*)= 3,63(1-0,49) = 1,851;

*S*(1*+ q*)= 3,63(1+0,49) = 5,409.

Таким образом, доверительный интервал имеет вид: 1,851 << 5,409.

Ответ: = 221,875; = 12,63; = 3,55; *S* = 3,63;

219,803 << 223,947; 1,851 << 5,409.

**П Р И Л О Ж Е Н И Я**

*Приложение 1*

**Значения функции** 

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | |
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | | 3989 | | 3988 | | 3986 | | 3984 | | 3982 | | 3980 | | 3977 | | 3973 | |
| 0,1 | 3970 | 3965 | | 3961 | | 3956 | | 3951 | | 3945 | | 3939 | | 3932 | | 3925 | | 3918 | |
| 0,2 | 3910 | 3902 | | 3894 | | 3885 | | 3876 | | 3867 | | 3857 | | 3847 | | 3836 | | 3825 | |
| 0,3 | 3814 | 3802 | | 3790 | | 3778 | | 3765 | | 3752 | | 3739 | | 3726 | | 3712 | | 3697 | |
| 0,4 | 3683 | 3668 | | 3652 | | 3637 | | 3621 | | 3605 | | 3589 | | 3572 | | 3555 | | 3538 | |
| 0,5 | 3521 | 3503 | | 3485 | | 3467 | | 3448 | | 3429 | | 3410 | | 3391 | | 3372 | | 3352 | |
| 0,6 | 3332 | 3312 | | 3292 | | 3271 | | 3251 | | 3230 | | 3209 | | 3187 | | 3166 | | 3144 | |
| 0,7 | 3123 | 3101 | | 3079 | | 3056 | | 3034 | | 3011 | | 2989 | | 2966 | | 2943 | | 2920 | |
| 0,8 | 2897 | 2874 | | 2850 | | 2827 | | 2803 | | 2780 | | 2756 | | 2732 | | 2709 | | 2685 | |
| 0,9 | 2661 | 2637 | | 2613 | | 2589 | | 2565 | | 2541 | | 2516 | | 2492 | | 2468 | | 2444 | |
| 1,0 | 0,2420 | 2396 | | 2371 | | 2347 | | 2323 | | 2299 | | 2275 | | 2251 | | 2227 | | 2203 | |
| 1,1 | 2179 | 2155 | | 2131 | | 2107 | | 2083 | | 2059 | | 2036 | | 2012 | | 1989 | | 1965 | |
| 1,2 | 1942 | 1919 | | 1895 | | 1872 | | 1849 | | 1826 | | 1804 | | 1781 | | 1758 | | 1736 | |
| 1,3 | 1714 | 1691 | | 1669 | | 1647 | | 1626 | | 1б04 | | 1582 | | 1561 | | 1539 | | 1518 | |
| 1,4 | 1497 | 1476 | | 1456 | | 1435 | | 1415 | | 1394 | | 1374 | | 1354 | | 1334 | | 1315 | |
| 1,5 | 1295 | 1276 | | 1257 | | 1238 | | 1219 | | 1200 | | 1182 | | 1163 | | 1145 | | 1127 | |
| 1,6 | 1109 | 1092 | | 1074 | | 1057 | | 1040 | | 1023 | | 1006 | | 0989 | | 0973 | | 0957 | |
| 1,7 | 0940 | 0925 | | 0909 | | 0893 | | 0878 | | 0863 | | 0848 | | 0833 | | 0818 | | 0804 | |
| 1,8 | 0790 | 0775 | | 0761 | | 0748 | | 0734 | | 0721 | | 0707 | | 0694 | | 0681 | | 0669 | |
| 1,9 | 0656 | 0644 | | 0632 | | 0620 | | 0608 | | 0596 | | 0584 | | 0573 | | 0562 | | 0551 | |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | | 0519 | | 0508 | | 0498 | | 0488 | | 0478 | | 0468 | | 0459 | | 0449 | |
| 2,1 | 0440 | 0431 | | 0422 | | 0413 | | 0404 | | 0396 | | 0387 | | 0379 | | 0371 | | 0363 | |
| 2,2 | 0355 | | 0347 | | 0339 | | 0332 | | 0325 | | 0317 | | 0310 | | 0303 | | 0297 | | 0290 |
| 2,3 | 0283 | | 0277 | | 0270 | | 0264 | | 0258 | | 0252 | | 0246 | | 0241 | | 0235 | | 0229 |
| 2,4 | 0224 | | 0219 | | 0213 | | 0208 | | 0203 | | 0198 | | 0194 | | 0189 | | 0184 | | 0180 |

*Окончание прил. 1*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0138 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,004 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

Приложение 2

**Значения функции** 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | Ф(*x*) | *x* | Ф(*x*) | *x* | Ф(*x*) | *х* | Ф(*x*) |
| 0,00 | 0,0000 | 0,37 | 0,1443 | 0,74 | 0,2703 | 1,11 | 0,3665 |
| 0,01 | 0,0040 | 0,38 | 0,1480 | 0,75 | 0,2734 | 1,12 | 0,3686 |
| 0,02 | 0,0080 | 0,39 | 0,1517 | 0,76 | 0,2764 | 1,13 | 0,3708 |
| 0,03 | 0,0120 | 0,40 | 0,1554 | 0,77 | 0,2794 | 1,14 | 0,3729 |
| 0,04 | 0,0160 | 0,41 | 0,1591 | 0,78 | 0,2823 | 1,15 | 0,3749 |
| 0,05 | 0,0199 | 0,42 | 0,1628 | 0,79 | 0,2852 | 1,16 | 0,3770 |
| 0,06 | 0,0239 | 0,43 | 0,1664 | 0,80 | 0,2881 | 1,17 | 0,3790 |
| 0,07 | 0,0279 | 0,44 | 0,1700 | 0,81 | 0,2910 | 1,18 | 0,3810 |
| 0,08 | 0,0319 | 0,45 | 0,1736 | 0,82 | 0,2939 | 1,19 | 0,3830 |
| 0,09 | 0,0359 | 0,46 | 0,1772 | 0,83 | 0,2967 | 1,20 | 0,3849 |
| 0,10 | 0,0398 | 0,47 | 0,1808 | 0,84 | 0,2995 | 1,21 | 0,3869 |
| 0,11 | 0,0438 | 0,48 | 0,1844 | 0,85 | 0,3023 | 1,22 | 0,3883 |
| 0,12 | 0,0478 | 0,49 | 0,1879 | 0,86 | 0,3051 | 1,23 | 0,3907 |
| 0,13 | 0,0517 | 0,50 | 0,1915 | 0,87 | 0,3078 | 1,24 | 0,3925 |
| 0,14 | 0,0557 | 0,51 | 0,1950 | 0,88 | 0,3106 | 1,25 | 0,3944 |
| 0,15 | 0,0596 1 | 0,52 | 0,1985 | 0,89 | 0,3133 | 1,26 | 0,3962 |
| 0,16 | 0,0636 | 0,53 | 0,2019 | 0,90 | 0,3159 | 1,27 | 0,3980 |
| 0,17 | 0,0675 | 0,54 | 0,2054 | 0,91 | 0,3186 | 1,28 | 0,3997 |
| 0,18 | 0,0714 | 0,55 | 0,2088 | 0,92 | 0,3212 | 1,29 | 0,4015 |
| 0,19 | 0,0753 | 0,56 | 0,2123 | 0,93 | 0,3238 | 1,30 | 0,4032 |
| 0,20 | 0,0793 | 0,57 | 0,2157 | 0,94 | 0,3264 | 1,31 | 0,4049 |
| 0,21 | 0,0832 | 0,58 | 0,2190 | 0,95 | 0,3289 | 1,32 | 0,4066 |
| 0,22 | 0,0871 | 0,59 | 0,2224 | 0,96 | 0,3315 | 1,33 | 0,4088 |
| 0,23 | 0,0910 | 0,60 | 0,2257 | 0,97 | 0,3340 | 1,34 | 0,4099 |
| 0,24 | 0,0948 | 0,61 | 0,2291 | 0,98 | 0,3365 | 1,35 | 0,4115 |
| 0,25 | 0,0987 | 0,62 | 0,2324 | 0,99 | 0,3389 | 1,36 | 0,4131 |

*Окончание прил. 2*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | Ф(*x*) | *x* | Ф(*x*) | *x* | Ф(*x*) | *х* | Ф(*x*) |
| 0,26 | 0,1026 | 0,63 | 0,2357 | 1,00 | 0,3413 | 1,37 | 0,4147 |
| 0,27 | 0,1064 | 0,64 | 0,2389 | 1,01 | 0,3438 | 1,38 | 0,4162 |
| 0,28 | 0,1103 | 0,65 | 0,2422 | 1,02 | 0,3461 | 1,39 | 0,4177 |
| 0,29 | 0,1141 | 0,66 | 0,2454 | 1,03 | 0,3485 | 1,40 | 0,4192 |
| 0,30 | 0,1179 | 0,67 | 0,2486 | 1,04 | 0,3508 | 1,41 | 0,4207 |
| 0,31 | 0,1217 | 0,68 | 0,2517 | 1,05 | 0,3531 | 1,42 | 0,4222 |
| 0,32 | 0,1255 | 0,69 | 0,2549 | 1,06 | 0,3554 | 1,43 | 0,4236 |
| 0,33 | 0,1293 | 0,70 | 0,2580 | 1,07 | 0,3577 | 1,44 | 0,4251 |
| 0,34 | 0,1331 | 0,71 | 0,2611 | 1,08 | 0,3599 | 1,45 | 0,4265 |
| 0,35 | 0,1368 | 0,72 | 0,2642 | 1,09 | 0,3621 | 1,46 | 0,4279 |
| 0,36 | 0,1406 | 0,73 | 0,2673 | 1,10 | 0,3643 | 1,47 | 0,4292 |
| 1,50 | 0,4332 | 1,90 | 0,4713 | 2,36 | 0,4909 | 2,84 | 0,4977 |
| 1,55 | 0,4394 | 1,95 | 0,4744 | 2,42 | 0,4922 | 2,90 | 0,4981 |
| 1,60 | 0,4452 | 2,00 | 0,4772 | 2,48 | 0,4934 | 3,00 | 0,4987 |
| 1,65 | 0,4505 | 2,06 | 0,4803 | 2,54 | 0,4945 | 3,20 | 0,4993 |
| 1,70 | 0,4554 | 2,12 | 0,4830 | 2,60 | 0,4953 | 3,40 | 0,4997 |
| 1,75 | 0,4593 | 2,18 | 0,4854 | 2,66 | 0,4961 | 3,60 | 0,4998 |
| 1,80 | 0,4641 | 2,24 | 0,4875 | 2,72 | 0,4967 | 3,80 | 0,499928 |
| 1,85 | 0,4678 | 2,30 | 0,4893 | 2,78 | 0,4973 | 4,00 | 0,499968 |

*Приложение 3*

**Распределение Стъюдента (*k* – число степеней свободы)**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | Уровень значимости α (двусторонняя критическая область) | | | | | | | | |
| **0,25** | **0,2** | **0,1** | **0,05** | **0,02** | **0,01** | **0,005** | **0,002** | **0,001** |
| **1** | 2,414 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,656 | 127,32 | 318,29 | 636,58 |
| **2** | 1,604 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 | 14,089 | 22,328 | 31,600 |
| **3** | 1,423 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 | 7,453 | 10,214 | 12,924 |
| **4** | 1,344 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 | 5,598 | 7,173 | 8,610 |
| **5** | 1,301 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 | 4,773 | 5,894 | 6,869 |
| **6** | 1,273 | 1,440 | 1,843 | 2,447 | 3,143 | 3,707 | 4,317 | 5,208 | 5,959 |
| **7** | 1,254 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 | 4,029 | 4,785 | 5,408 |
| **8** | 1,240 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 | 3,833 | 4,501 | 5,041 |
| **9** | 1,230 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 | 3,690 | 4,297 | 4,781 |
| **10** | 1,221 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,864 | 3,169 | 3,581 | 4,144 | 4,587 |
| **11** | 1,214 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 | 3,497 | 4,025 | 4,437 |
| **12** | 1,209 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 | 3,428 | 3,930 | 4,318 |
| **13** | 1,204 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 | 3,372 | 3,852 | 4,221 |
| **14** | 1,200 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 | 3,326 | 3,787 | 4,140 |
| **15** | 1,197 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 | 3,286 | 3,733 | 4,073 |
| **16** | 1,194 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 | 3,252 | 3,686 | 4,015 |
| **17** | 1,191 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 | 3,222 | 3,646 | 3,965 |
| **18** | 1,189 | 1,330 | 1,731 | 2,101 | 2,552 | 2,878 | 3,197 | 3,610 | 3,922 |
| **19** | 1,187 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 | 3,174 | 3,579 | 3,883 |
| **20** | 1,185 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 | 3,153 | 3,552 | 3,850 |
| **21** | 1,183 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 | 3,135 | 3,527 | 3,819 |
| **22** | 1,182 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 | 3,119 | 3,505 | 3,792 |
| **23** | 1,180 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 | 3,104 | 3,485 | 3,768 |
| **24** | 1,179 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 | 3,091 | 3,467 | 3,745 |
| **25** | 1,178 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 | 3,078 | 3,45 | 3,725 |
| **26** | 1,177 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 | 3,067 | 3,435 | 3,707 |
| **27** | 1,176 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,173 | 2,771 | 3,057 | 3,421 | 3,689 |
| **28** | 1,175 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 | 3,047 | 3,408 | 3,674 |
| **29** | 1,174 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 | 3,038 | 3,396 | 3,660 |
| **30** | 1,173 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 | 3,030 | 3,385 | 3,646 |
| **40** | 1,167 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 | 2,971 | 3,307 | 3,551 |
| **50** | 1,164 | 1,299 | 1,676 | 2,009 | 2,403 | 2,678 | 2,937 | 3,261 | 3,496 |

*Окончание прил. 3*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *k* | Уровень значимости α (двусторонняя критическая область) | | | | | | | | |
| **0,25** | **0,2** | **0,1** | **0,05** | **0,02** | **0,01** | **0,005** | **0,002** | **0,001** |
| **60** | 1,162 | 1,296 | 1,671 | 2,000 | 2,390 | 2,660 | 2,915 | 3,232 | 3,460 |
| **70** | 1,160 | 1,294 | 1,667 | 1,994 | 2,381 | 2,648 | 2,899 | 3,211 | 3,435 |
| **80** | 1,159 | 1,292 | 1,664 | 1,990 | 2,374 | 2,639 | 2,887 | 3,195 | 3,416 |
| **90** | 1,158 | 1,291 | 1,662 | 1,987 | 2,368 | 2,632 | 2,878 | 3,183 | 3,402 |
| **100** | 1,157 | 1,290 | 1,660 | 1,984 | 2,364 | 2,626 | 2,871 | 3,174 | 3,390 |
| **200** | 1,154 | 1,286 | 1,653 | 1,972 | 2,345 | 2,601 | 2,838 | 3,131 | 3,340 |

*Приложение 4*

**Таблица значений** 

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| γ  *n* | 0,95 | 0,99 | 0,999 | γ  *n* | 0,95 | 0,99 | 0,999 |
| 5 | 1,37 | 2,67 | 5,64 | 20 | 0,37 | 0,58 | 0,88 |
| 6 | 1,09 | 2,01 | 3,88 | 25 | 0,32 | 0,49 | 0,73 |
| 7 | 0,92 | 1,62 | 2,98 | 30 | 0,28 | 0,43 | 0,63 |
| 8 | 0,80 | 1,38 | 2,42 | 35 | 0,26 | 0,38 | 0,56 |
| 9 | 0,71 | 1,20 | 2,06 | 40 | 0,24 | 0,35 | 0,50 |
| 10 | 0,65 | 1,08 | 1,80 | 45 | 0,22 | 0,32 | 0,46 |
| 11 | 0,59 | 0,98 | 1,60 | 50 | 0,21 | 0,30 | 0,43 |
| 12 | 0,55 | 0,90 | 1,45 | 60 | 0,188 | 0,269 | 0,38 |
| 13 | 0,52 | 0,83 | 1,33 | 70 | 0,174 | 0,245 | 0,34 |
| 14 | 0,48 | 0,78 | 1,23 | 80 | 0,161 | 0,226 | 0,31 |
| 15 | 0,46 | 0,73 | 1,15 | 90 | 0,151 | 0,211 | 0,29 |
| 16 | 0,44 | 0,70 | 1,07 | 100 | 0,143 | 0,198 | 0,27 |
| 17 | 0,42 | 0,66 | 1,01 | 150 | 0,115 | 0,160 | 0,211 |
| 18 | 0,40 | 0,63 | 0,96 | 200 | 0,099 | 0,136 | 0,185 |
| 19 | 0,39 | 0,60 | 0,92 | 250 | 0,089 | 0,120 | 0,162 |

*Приложение 5*

**Распределение Пирсона**

**(уровень значимости )**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α  *n* | **0,001** | **0,005** | **0,01** | **0,025** | **0,05** | **0,1** | **0,2** | **0,3** | **0,7** |
| **1** | 10,83 | 7,879 | 6,635 | 5,024 | 3,841 | 2,706 | 1,642 | 1,074 | 0,148 |
| **2** | 13,82 | 10,60 | 9,210 | 7,378 | 5,991 | 4,605 | 3,219 | 2,408 | 0,713 |
| **3** | 16,27 | 12,84 | 11,34 | 9,348 | 7,815 | 6,251 | 4,642 | 3,665 | 1,424 |
| **4** | 18,47 | 14,86 | 13,28 | 11,14 | 9,488 | 7,779 | 5,989 | 4,878 | 2,195 |
| **5** | 20,51 | 16,75 | 15,09 | 12,83 | 11,07 | 9,24 | 7,29 | 6,06 | 3,000 |
| **6** | 22,46 | 18,55 | 16,81 | 14,45 | 12,59 | 10,64 | 8,56 | 7,23 | 3,828 |
| **7** | 24,32 | 20,28 | 18,48 | 16,01 | 14,07 | 12,02 | 9,80 | 8,38 | 4,671 |
| **8** | 26,12 | 21,95 | 20,09 | 17,53 | 15,51 | 13,36 | 11,03 | 9,52 | 5,527 |
| **9** | 27,88 | 23,59 | 21,67 | 19,02 | 16,92 | 14,68 | 12,24 | 10,66 | 6,393 |
| **10** | 29,59 | 25,19 | 23,21 | 20,48 | 18,31 | 15,99 | 13,44 | 11,78 | 7,267 |
| **11** | 31,26 | 26,76 | 24,73 | 21,92 | 19,68 | 17,28 | 14,63 | 12,90 | 8,148 |
| **12** | 32,91 | 28,30 | 26,22 | 23,34 | 21,03 | 18,55 | 15,81 | 14,01 | 9,034 |
| **13** | 34,53 | 29,82 | 27,69 | 24,74 | 22,36 | 19,81 | 16,98 | 15,12 | 9,926 |
| **14** | 36,12 | 31,32 | 29,14 | 26,12 | 23,68 | 21,06 | 18,15 | 16,22 | 10,82 |
| **15** | 37,70 | 32,80 | 30,58 | 27,49 | 25,00 | 22,31 | 19,31 | 17,32 | 11,72 |
| **16** | 39,25 | 34,27 | 32,00 | 28,85 | 26,30 | 23,54 | 20,47 | 18,42 | 12,62 |
| **17** | 40,79 | 35,72 | 33,41 | 30,19 | 27,59 | 24,77 | 21,61 | 19,51 | 13,53 |
| **18** | 42,31 | 37,16 | 34,81 | 31,53 | 28,87 | 25,99 | 22,76 | 20,60 | 14,44 |
| **19** | 43,82 | 38,58 | 36,19 | 32,85 | 30,14 | 27,20 | 23,90 | 21,69 | 15,35 |
| **20** | 45,31 | 40,00 | 37,57 | 34,17 | 31,41 | 28,41 | 25,04 | 22,77 | 16,27 |
| **21** | 46,80 | 41,40 | 38,93 | 35,93 | 32,67 | 29,62 | 26,17 | 23,86 | 17,18 |
| **22** | 48,27 | 42,80 | 40,29 | 36,78 | 33,93 | 30,81 | 27,30 | 24,94 | 18,10 |
| **23** | 49,73 | 44,18 | 41,64 | 38,08 | 35,17 | 32,01 | 28,43 | 26,02 | 19,02 |
| **24** | 51,18 | 45,56 | 42,98 | 39,36 | 36,42 | 33,20 | 29,55 | 27,10 | 19,94 |
| **25** | 52,62 | 46,93 | 44,31 | 40,65 | 37,65 | 34,38 | 30,68 | 28,17 | 20,87 |
| **26** | 54,05 | 48,29 | 45,64 | 41,92 | 38,89 | 35,56 | 31,79 | 29,25 | 21,79 |
| **27** | 55,48 | 49,65 | 46,96 | 43,19 | 40,11 | 36,74 | 32,91 | 30,32 | 22,72 |
| **28** | 56,89 | 50,99 | 48,28 | 44,46 | 41,34 | 37,92 | 34,03 | 31,39 | 23,65 |
| **29** | 58,30 | 52,34 | 49,59 | 45,72 | 42,56 | 39,09 | 35,14 | 32,46 | 24,58 |
| **30** | 59,70 | 53,67 | 50,89 | 46,98 | 43,77 | 40,26 | 36,25 | 33,53 | 25,51 |
| **35** | 66,62 | 60,27 | 57,34 | 53,20 | 49,80 | 46,06 | 41,78 | 38,86 | 30,18 |
| **40** | 73,40 | 66,77 | 63,69 | 59,34 | 55,76 | 51,81 | 47,27 | 44,16 | 34,87 |

*Продолжение прил. 5*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α  *n* | **0,001** | **0,005** | **0,01** | **0,025** | **0,05** | **0,1** | **0,2** | **0,3** | **0,7** |
| **45** | 80,08 | 73,17 | 69,96 | 65,41 | 61,66 | 57,51 | 52,73 | 49,45 | 39,58 |
| **50** | 86,66 | 79,49 | 76,15 | 71,42 | 67,50 | 63,17 | 58,16 | 54,72 | 44,31 |
| **55** | 93,17 | 85,75 | 82,29 | 77,38 | 73,31 | 68,80 | 63,58 | 59,98 | 49,06 |
| **60** | 99,61 | 91,95 | 88,38 | 83,30 | 79,08 | 74,40 | 68,97 | 65,23 | 53,81 |
| **65** | 105,99 | 98,10 | 94,42 | 89,18 | 84,82 | 79,97 | 74,35 | 70,46 | 58,57 |
| **70** | 112,32 | 104,21 | 100,43 | 95,02 | 90,53 | 58,53 | 79,71 | 75,69 | 63,35 |
| **75** | 118,60 | 110,29 | 106,39 | 100,84 | 96,22 | 91,06 | 85,07 | 80,91 | 68,13 |
| **80** | 124,84 | 116,32 | 112,33 | 106,63 | 101,88 | 96,58 | 90,41 | 86,12 | 72,92 |
| **85** | 131,04 | 122,32 | 118,24 | 112,39 | 107,52 | 102,08 | 95,73 | 91,32 | 77,71 |
| **90** | 137,21 | 128,30 | 124,12 | 118,14 | 113,15 | 107,57 | 101,05 | 96,52 | 82,51 |
| **95** | 143,34 | 134,25 | 129,97 | 123,86 | 118,75 | 113,04 | 106,36 | 101,72 | 87,32 |
| **100** | 149,45 | 140,17 | 135,81 | 129,56 | 124,34 | 118,50 | 111,67 | 106,91 | 92,13 |

**Распределение Пирсона**

**(уровень значимости )**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α  *n* | **0,8** | **0,9** | **0,95** | **0,975** | **0,99** | **0,995** | **0,999** |
| **1** | 0,064 | 0,016 | 0,004 | 0,001 | 1,571·10-4 | 3,927·10-5 | 1,57·10-6 |
| **2** | 0,446 | 0,211 | 0,103 | 0,051 | 0,020 | 0,010 | 0,002 |
| **3** | 1,005 | 0,584 | 0,352 | 0,216 | 0,115 | 0,072 | 0,024 |
| **4** | 1,649 | 1,064 | 0,711 | 1,484 | 0,297 | 0,207 | 0,091 |
| **5** | 2,343 | 1,610 | 1,145 | 0,831 | 0,554 | 0,412 | 0,210 |
| **6** | 3,070 | 2,204 | 1,635 | 1,237 | 0,872 | 0,676 | 0,381 |
| **7** | 3,822 | 2,833 | 2,167 | 1,69 | 1,239 | 0,989 | 0,599 |
| **8** | 4,594 | 3,490 | 2,733 | 2,180 | 1,647 | 1,344 | 0,857 |
| **9** | 5,380 | 4,168 | 3,325 | 2,700 | 2,088 | 1,735 | 1,152 |
| **10** | 6,179 | 4,865 | 3,940 | 3,247 | 2,558 | 2,156 | 1,479 |
| **11** | 6,989 | 5,578 | 4,575 | 3,816 | 3,053 | 2,603 | 1,834 |
| **12** | 7,807 | 6,304 | 5,226 | 4,404 | 3,517 | 3,074 | 2,214 |
| **13** | 8,634 | 7,041 | 5,892 | 5,009 | 4,107 | 3,565 | 2,617 |
| **14** | 9,467 | 7,790 | 6,571 | 5,629 | 4,660 | 4,075 | 3,041 |
| **15** | 10,31 | 8,547 | 7,261 | 6,262 | 5,229 | 4,601 | 3,483 |
| **16** | 11,15 | 9,312 | 7,962 | 6,908 | 5,812 | 5,142 | 3,942 |
| **17** | 12,00 | 10,09 | 8,672 | 7,564 | 6,408 | 5,697 | 4,416 |

*Окончание прил. 4*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| α  *n* | **0,8** | **0,9** | **0,95** | **0,975** | **0,99** | **0,995** | **0,999** |
| **18** | 12,86 | 10,86 | 9,390 | 8,231 | 7,015 | 6,265 | 4,905 |
| **19** | 13,72 | 11,65 | 10,12 | 8,907 | 7,633 | 6,844 | 5,407 |
| **20** | 14,58 | 12,44 | 10,85 | 9,591 | 8,260 | 7,434 | 5,921 |
| **21** | 15,44 | 13,24 | 11,59 | 10,28 | 8,897 | 8,034 | 6,447 |
| **22** | 16,31 | 14,04 | 12,34 | 10,98 | 9,542 | 8,643 | 6,983 |
| **23** | 17,19 | 14,85 | 13,09 | 11,69 | 10,20 | 9,260 | 7,529 |
| **24** | 18,06 | 15,66 | 13,85 | 12,40 | 10,86 | 9,886 | 8,085 |
| **25** | 18,94 | 16,47 | 14,61 | 13,12 | 11,52 | 10,52 | 8,649 |
| **26** | 19,82 | 17,29 | 15,38 | 13,84 | 12,20 | 11,16 | 9,222 |
| **27** | 20,70 | 18,111 | 16,15 | 14,57 | 12,88 | 11,81 | 9,803 |
| **28** | 21,59 | 18,94 | 16,93 | 15,31 | 13,56 | 12,46 | 10,39 |
| **29** | 22,48 | 19,77 | 17,71 | 16,05 | 14,26 | 13,12 | 10,99 |
| **30** | 23,36 | 20,60 | 18,49 | 16,79 | 14,95 | 13,79 | 11,59 |
| **35** | 27,84 | 24,80 | 22,47 | 20,57 | 18,51 | 17,19 | 14,69 |
| **40** | 32,34 | 29,05 | 26,51 | 24,43 | 22,16 | 20,71 | 17,92 |
| **45** | 36,88 | 33,35 | 30,61 | 28,37 | 25,90 | 24,31 | 21,25 |
| **50** | 41,45 | 37,69 | 34,76 | 32,36 | 29,71 | 27,99 | 24,67 |
| **55** | 46,04 | 42,06 | 38,96 | 36,40 | 33,57 | 31,73 | 28,17 |
| **60** | 50,64 | 46,46 | 43,19 | 40,48 | 37,48 | 35,53 | 31,74 |
| **65** | 55,26 | 50,88 | 47,45 | 44,60 | 41,44 | 39,38 | 35,36 |
| **70** | 59,90 | 55,33 | 51,74 | 48,76 | 45,44 | 43,28 | 39,40 |
| **75** | 64,55 | 59,79 | 56,05 | 52,94 | 49,48 | 47,21 | 42,76 |
| **80** | 69,21 | 64,28 | 60,39 | 57,15 | 53,54 | 51,17 | 46,52 |
| **85** | 73,88 | 68,78 | 64,75 | 61,39 | 57,63 | 55,17 | 5,32 |
| **90** | 78,56 | 73,29 | 69,13 | 65,65 | 61,75 | 59,20 | 54,16 |
| **95** | 83,25 | 77,82 | 73,52 | 69,92 | 65,90 | 63,25 | 58,02 |
| **100** | 87,95 | 82,36 | 77,93 | 74,22 | 70,06 | 67,33 | 61,92 |