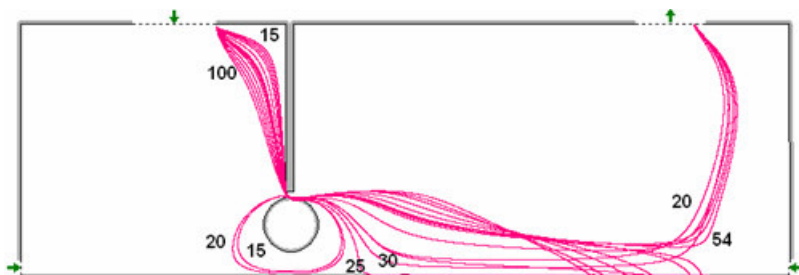


Федеральное агентство по образованию
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Аверкова О.А.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В АЭРОДИНАМИКЕ ВЕНТИЛЯЦИИ



Белгород
2011

УДК 533.6.011 + 001.891.573(07)

ББК 22.253.3 + 38.762.2я7

А19

Рецензент

Заведующий кафедрой отопления, вентиляции и кондиционирования,
д-р техн.наук, профессор *В.А.Минко*

Вычислительный эксперимент в аэродинамике вентиляции /
А19 О.А. Аверкова. — Белгород: Изд-во БГТУ, 2011. — с.

В учебном пособии изложены теоретические основы проведения вычислительного эксперимента в аэродинамике обеспыливающей вентиляции. Приведено описание разработанных компьютерных программ для проведения вычислительного эксперимента. Разработаны лабораторные работы и описаны примеры их выполнения.

Издание предназначено студентам строительных и экологических специальностей.

УДК 533.6.011 + 001.891.573(07)

ББК 22.253.3 + 38.762.2я7

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В.Г. Шухова, 2011

Содержание

Введение	5
1. Метод граничных интегральных уравнений и вычислительный эксперимент	11
1.1. Вывод основных расчетных соотношений	11
1.2. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе от укрытия с одинарными стенками	20
1.3. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе укрытия с двойными стенками	22
1.4. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе от укрытия с двойными стенками, снабженного вращающимся цилиндром	26
1.5. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе от укрытия с двойными стенками, снабженного двумя вращающимися цилиндрами	31
1.6. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе от укрытия с двойными стенками, снабженного двумя вращающимися цилиндрами и цилиндром-отсосом	32
1.7. Моделирование пылегазовых потоков вблизи местных отсосов открытого типа от вращающихся цилиндрических деталей	33
2. Вычислительный эксперимент на основе метода дискретных вихрей	42
2.1. Основные расчетные соотношения	42
2.2. Моделирование циркуляционных течений в замкнутом помещении	49
2.2. Моделирование циркуляционных течений в замкнутом помещении	49
2.3. Расчет течений на входе в щелевидный отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве	51
2.4. Расчет течения на входе в круглый отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве	56
2.5. Расчет течения у круглого отсоса-раструба, экранированного приточной кольцевой турбулентной струей	60
3. Вычислительный эксперимент на основе комбинации методов граничных интегральных уравнений и дискретных вихрей	65
3.1. Метод прогнозирования дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей в аспирируемом местными отсосами воздухе	68
3.2. Исследование поведения пылевой аэрозоли в пульсирующем аэродинамическом поле аспирационного укрытия	70

4. Описание компьютерных программ	42
4.1. Программа расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом	42
4.2. Программа расчета течения у щелевидного отсоса в пространстве	49
4.3. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба	49
4.4. Программа расчета течения у круглого отсоса-раструба	51
4.5. Программа расчета течения у механически и аэродинамически экранированного круглого отсоса-раструба	56
4.6. Возможности программы расчета циркуляционных течений в замкнутом помещении	60
4.7. Компьютерная программа «Грохот»	56
4.8. Компьютерная программа «Спектр» для расчета плоских потенциальных течений	60
5. Лабораторные работы и примеры их выполнения	42
Лабораторная работа №1. Определение необходимой скорости в вытяжном отверстии местного вентиляционного отсоса от токарного станка	42
Лабораторная работа №2. Вычислительный эксперимент по построению траекторий пылевых частиц в аспирационном укрытии, снабженном вращающимся цилиндром-отсосом	49
Лабораторная работа №3. Вычислительный эксперимент по определению размеров вихревых течений на входе в щелевидные и круглые отсосы-раструбы	49
Лабораторная работа №4. Вычислительный эксперимент по определению поля скоростей у круглого отсоса-раструба, экранированного приточной кольцевой струей над непроницаемой плоскостью	51
Лабораторная работа №5. Вычислительный эксперимент по определению концентрации и дисперсного состава пылевых аэрозолей от аспирационного укрытия	56
Библиографический список	60

Введение

Для современного этапа развития различных технических средств характерно применение новых принципов и использование все более тонких эффектов [1]. Практике требуется все больший инструмент и объемы различных характеристик, которые немислимо получить только экспериментальным путем. Где же выход из этой непростой ситуации?

Он состоит в том, что настоящее время происходит бурное развитие вычислительной техники и ее внедрение в научные исследования. На основе этого в науке утвердился новый метод исследования – численный эксперимент, который базируется на понимании физической сущности рассматриваемых явлений, их правильной схематизации, проникновение в математические особенности задачи, выборе или создании такого численного метода, который наиболее полно соответствует особенностям решаемой задачи и возможностям используемой ЭВМ. Численный эксперимент как метод исследования основан на математическом моделировании, т.е. на создании и исследовании математических моделей для изучения рассматриваемых объектов или явлений с помощью ЭВМ. Математические модели – это такие концептуальные системы, которые в математической форме не только описывают основные свойства изучаемых объектов (являются их математическими дублерами), но и позволяют получать новую информацию о них.

В зависимости от целей исследований и их содержания создаются математические модели разных уровней по детальности описания явлений и точности получаемых с их помощью результатов. Наиболее полным и точным являются так называемые базовые модели, основанные на прямом моделировании различных процессов. Эти модули используются для создания упрощенных моделей различного уровня точности, например, аппроксимационных, и являются основой для проведения широкого численного эксперимента на ЭВМ.

Ответственным этапом вычислительного эксперимента является обоснование достоверности используемых математических моделей. При использовании математических моделей в качестве инструмента исследования необходимо иметь систему надежных средств их проверки, т.е. контроля за результатами расчета на ЭВМ. К таким средствам контроля относятся математическое обоснование и опытная проверка применяемых схем и моделей.

Целью математического обоснования является обеспечение корректности численного решения задачи в рамках принятой ее постановки и

необходимой точности расчетов на ЭВМ. Математическое обоснование включает в себя:

- решение тестовых задач;
- проверку выполнения точных соотношений и теорем, соответствия точным, известным или предельным решениям;
- анализ практической сходимости результатов расчета при дроблении расчетных сеток;
- математическое обоснование численных методов (доказательства сходимости решений, оценки погрешностей вычислений и т.п.);
- обоснование корректности математических задач (доказательства существования решений, их единственности и т.д.);
- регуляризацию некорректных задач и обоснование методов регуляризации;
- машинную проверку алгоритмов и программ решения задач на ЭВМ;
- проверку возможностей разных схем и моделей;
- численный эксперимент на моделях разных уровней;
- обоснование упрощенных моделей и пр.

Окончательная оценка добротности математической модели принадлежит опыту. Она проводится в лабораторном или натурном эксперименте. К ней относятся: непосредственное сравнение результатов расчета на ЭВМ с прямыми измерениями в физическом эксперименте; статистический анализ расчетных и экспериментальных данных; проверка непротиворечивости результатов математического моделирования экспериментальным данным; математическое моделирование известных явлений и эффектов; предсказание (выявление) с помощью математических моделей новых (неизвестных) эффектов и последующее их воспроизведение в физическом эксперименте; установление пределов применимости математических моделей и др.

После такой всесторонней теоретической и экспериментальной проверки математические модели используются в качестве надежного инструмента для получения конкретной информации.

1. Метод граничных интегральных уравнений и вычислительный эксперимент

1.1. Вывод основных расчетных соотношений

Многосвязные области без особенностей

Пусть многосвязная область течения ограничена контуром S , на котором задана нормальная составляющая скорости $-v_n(x_0)$, где $x_0 \in S$. Будем полагать, что по границе непрерывно распределены источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности $q(\xi)$. Влияние всех этих источников (стоков) на внутреннюю точку x области течения определится интегральным уравнением:

$$v_n(x) = \int_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi),$$

где $v_n(x)$ – величина скорости в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$;

$$F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$dS(\xi)$ – обозначает, что переменной интегрирования является ξ .

Для того чтобы определить неизвестную величину интенсивности $q(\xi)$, устремим точку $x(x_1, x_2)$ к точке x_0 границы S в направлении единичного вектора внешней нормали \vec{n} . Тогда

$$v_n(x_0) = \int_S q(\xi) F(x_0, \xi) dS(\xi),$$

где интеграл является интегралом в смысле главного значения, так как функция $F(x_0, \xi)$ неограниченно возрастает при стремлении x_0 к ξ . Для того чтобы избавиться от этой особенности, окружим точку ξ (рис.1) полукругностью радиуса $\varepsilon \rightarrow 0$.

Тогда интеграл в предыдущей формуле можно представить в виде суммы двух интегралов:

$$\int_S = \int_{S-S_\varepsilon} + \int_{S_\varepsilon},$$

где первый интеграл берется по контуру S без указанной полуокружности, второй - интеграл по дуге S_e полуокружности.

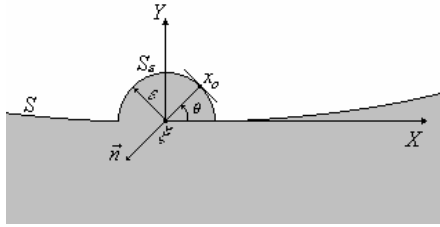


Рис. 1. Граница области без точки ξ

Интегрируя по дуге полуокружности S_e и предполагая, что величина $q(\xi)$ на этой дуге постоянна, получим

$$\int_{S_e} F(x_0, \xi) dS = \frac{1}{2\pi} \int_{S_e} \frac{(x_{01} - \xi_1)n_1 + (x_{02} - \xi_2)n_2}{r^2} dS =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} x_{01} - \xi_1 = \varepsilon \cos \theta, x_{02} - \xi_2 = \varepsilon \sin \theta, r = \varepsilon \\ n_1 = -\cos \theta, n_2 = -\sin \theta, dS = \varepsilon d\theta. \end{array} \right\} = -\frac{1}{2},$$

Соответственно граничное интегральное уравнение, используемое для расчета неизвестных интенсивностей источников (стоков) примет вид

$$v_n(x_0) = -\frac{1}{2}q(x_0) + \int_S F(x_0, \xi)q(\xi)dS(\xi), \quad (1)$$

где первое слагаемое возникает в результате вычисления сингулярности интеграла при $x_0 = \xi$ и соответственно сам интеграл эту точку не содержит.

Осуществив дискретизацию границы области на N граничных отрезков, на каждом из которых будем полагать интенсивность $q(\xi)$ постоянной, получим дискретный аналог уравнения (1):

$$v_n^p = -\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk}, \quad (2)$$

где $v_n^p = v_n(x_0^p)$; x_0^p – середина p -го отрезка; $q^p = q(x_0^p)$; $q^k = q(\xi^k)$; ξ^k – произвольная точка k -го отрезка; $F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$ – интеграл

по k -му отрезку.

Перебирая p от 1 до N , получим систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными, решив которую, найдем величины интенсивностей источников (стоков) q^1, q^2, \dots, q^N . Соответственно искомая скорость во внутренней точке x вычисляется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k, \quad (3)$$

где

$$F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k). \quad (4)$$

Дискретизация границы S области на граничные элементы осуществляется набором прямолинейных отрезков (рис.2), заданных в глобальной прямоугольной декартовой системе координат (ГПДСК). Каждый граничный отрезок имеет свой номер и координаты начала “ a ” и конца “ b ”. Причем “ a ” и “ b ” выбираются так, чтобы на пути от “ a ” к “ b ” левая рука была направлена внутрь области.

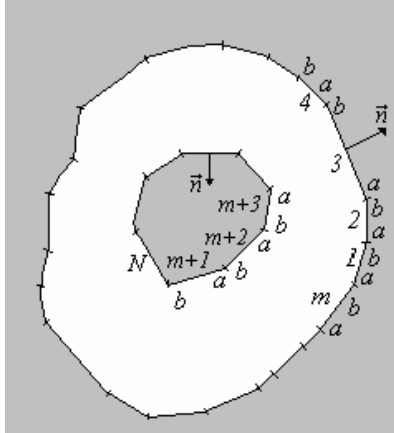


Рис. 2. Дискретизация границы области на N прямолинейных отрезков

Для того чтобы определить интенсивность источников (стоков), необходимо вначале сформировать матрицу

$$F = (F^{pk}) = \left(\int_{S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) \right),$$

составленную из коэффициентов при неизвестных q^k в системе линейных алгебраических уравнений (2), где $p = 1, 2, \dots, N$ и $k = 1, 2, \dots, N$.

Интегралы F^{pk} вычисляются аналитически. Пусть центр p -го отрезка - точка x_0^p задана в ГПДСК XOY , центр k -го отрезка $[a, b]$ - точка c^k также задана в ГПДСК. Построим локальную прямоугольную декартову систему (ЛПДСК) координат с центром в точке c^k , ось ординат ξ_2 направим по вектору \vec{ab} , а ось абсцисс ξ_1 расположим так, чтобы полученная система координат была правой (рис.3). ЛПДСК $\eta_1\eta_2$ получается из $\xi_1\xi_2$ параллельным переносом в точку x_0^p .

В ЛПДСК $\eta_1\eta_2$ для координат произвольной точки ξ^k k -го отрезка справедливы равенства $\eta_1 = h, \eta_2 = h \operatorname{tg} \theta$, а для точки $x_0^p : \eta_1 = 0, \eta_2 = 0$. Обозначая $\{n_1, n_2\}$ координаты единичного вектора внешней нормали к p -му отрезку в системе координат $\eta_1\eta_2$, получим для $F(x_0^p, \xi^k)$ следующее выражение:

$$F(x_0^p, \xi^k) = \frac{(0-h)n_1 + (0-h \operatorname{tg} \theta)n_2}{2\pi \left((0-h)^2 + (0-h \operatorname{tg} \theta)^2 \right)} = -\frac{n_1 + n_2 \operatorname{tg} \theta}{2\pi h} \cos^2 \theta.$$

Поэтому интеграл

$$F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_a}^{\theta_b} (n_1 + n_2 \operatorname{tg} \theta) d\theta.$$

Проинтегрировав, получим

$$F^{pk} = -\frac{1}{2\pi} \left[n_1(\theta_b - \theta_a) + n_2 \cdot \ln \frac{r_b}{r_a} \right], \quad (5)$$

где r_b, r_a - длины соответствующих радиус-векторов концов "a" и "b" k-го отрезка.

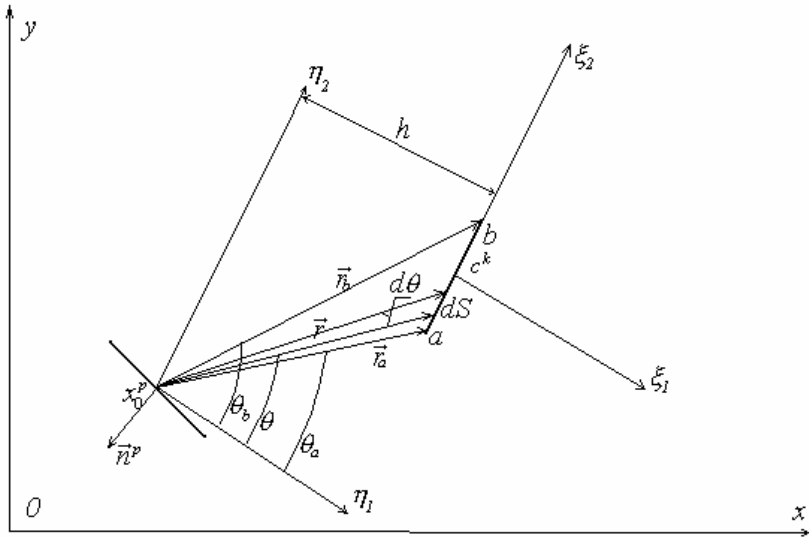


Рис.3. К построению локальных систем координат

Рассмотрим более подробно вычисление параметров формулы (5).

Пусть даны координаты в ГПДСК отрезка $[a, b]$: $a(a_1, a_2)$; $b(b_1, b_2)$. Построим на этом отрезке ЛПДСК, как показано на рис.3, и вычислим координаты ортов полученной системы координат. Так как

$$\vec{e}_2 = \frac{\vec{b} - \vec{a}}{|\vec{b} - \vec{a}|},$$

где \vec{a}, \vec{b} - радиус-векторы точек "a" и "b" в ГПДСК, то

$$\begin{cases} e_{2x} = \frac{b_1 - a_1}{\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}}, \\ e_{2y} = \frac{b_2 - a_2}{\sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}}. \end{cases} \quad (6)$$

Координаты орта оси абсцисс найдем из условий перпендикулярности векторов \vec{e}_1, \vec{e}_2 и равенства вектора $\vec{e}_1 \times \vec{e}_2$ орту \vec{k} ГПДСК, так как ЛПДСК правая

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 &= e_{1x} \cdot e_{2x} + e_{1y} \cdot e_{2y} = 0, \\ |\vec{e}_1 \times \vec{e}_2| &= e_{1x} \cdot e_{2y} - e_{1y} \cdot e_{2x} = 1. \end{aligned}$$

Откуда получим

$$e_{1x} = e_{2y}, e_{1y} = -e_{2x}. \quad (7)$$

Пусть известны координаты некоторого вектора $\vec{m} = \{m_1, m_2\}$ в ГПДСК. Определим его координаты в ЛПДСК. В глобальной прямоугольной декартовой системе координат

$$\begin{cases} \vec{e}_1 = e_{1x}\vec{i} + e_{1y}\vec{j}, \\ \vec{e}_2 = e_{2x}\vec{i} + e_{2y}\vec{j}. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} \vec{i} = e_{1x}\vec{e}_1 + e_{2x}\vec{e}_2, \\ \vec{j} = e_{1y}\vec{e}_1 + e_{2y}\vec{e}_2. \end{cases}$$

Вектор

$$\begin{aligned} \vec{m} = m_1\vec{i} + m_2\vec{j} &= m_1(e_{1x}\vec{e}_1 + e_{2x}\vec{e}_2) + m_2(e_{1y}\vec{e}_1 + e_{2y}\vec{e}_2) = \\ &= (m_1e_{1x} + m_2e_{1y})\vec{e}_1 + (m_1e_{2x} + m_2e_{2y})\vec{e}_2. \end{aligned}$$

Таким образом, координаты вектора \vec{m} в ЛПДСК

$$\begin{cases} m'_1 = m_1e_{1x} + m_2e_{1y}, \\ m'_2 = m_1e_{2x} + m_2e_{2y}. \end{cases} \quad (8)$$

Пусть задана точка (a_1, a_2) в ГПДСК. Определим ее координаты в ЛПДСК η_1, η_2 . При повороте глобальной системы координат таким образом, чтобы ось ординат стала сонаправленной с \vec{e}_2 , координаты точки преобразуются к виду

$$\begin{cases} a'_1 = a_1e_{1x} + a_2e_{1y}, \\ a'_2 = a_1e_{2x} + a_2e_{2y}. \end{cases} \quad (9)$$

При параллельном переносе начала координат в точку $x_0^p(x_1^p, x_2^p)$ координаты точки a станут соответственно

$$\begin{cases} a''_1 = a'_1 - x_1^p, \\ a''_2 = a'_2 - x_2^p. \end{cases} \quad (10)$$

Тогда с использованием формул (5 - 10) алгоритм вычисления F^{pk} будет состоять из следующих этапов.

1. Задается начальный номер p -го отрезка: $p=1$.
2. Вычисляются глобальные координаты ортов ЛПДСК, построенной на p -м отрезке:

$$e_{2x}^p = \frac{b_1^p - a_1^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}}, \quad e_{2y}^p = \frac{b_2^p - a_2^p}{\sqrt{(b_1^p - a_1^p)^2 + (b_2^p - a_2^p)^2}},$$

$$e_{1x}^p = e_{2y}^p, \quad e_{1y}^p = -e_{2x}^p.$$

Тогда единичный вектор внешней нормали к p -му отрезку $\vec{n}^p = \vec{e}_1^p$, если \vec{e}_1^p направлен вне области течения, т.е. в случае, когда при прохождении от “ a ” к “ b ” область течения находится слева. Если “ a ” и “ b ” выбраны таким образом, что при обходе по границе от “ a ” к “ b ” область находится справа, то $\vec{n}^p = -\vec{e}_1^p$.

3. Задается начальный номер k -го отрезка: $k = 1$.
4. Если $p=k$, то $F^{pk} = -0,5$ и осуществляется переход к пункту 10.
5. Для нормального вектора \vec{n}^p вычисляются его координаты в ЛПДСК k -го отрезка. Для этого сначала определяются орты:

$$e_{2x}^k = \frac{b_1^k - a_1^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}}, \quad e_{2y}^k = \frac{b_2^k - a_2^k}{\sqrt{(b_1^k - a_1^k)^2 + (b_2^k - a_2^k)^2}},$$

$$e_{1x}^k = e_{2y}^k, \quad e_{1y}^k = -e_{2x}^k, \quad (11)$$

а затем вычисляются искомые координаты:

$$n_1^{pk} = n_1^p e_{1x}^k + n_2^p e_{1y}^k, \quad n_2^{pk} = n_1^p e_{2x}^k + n_2^p e_{2y}^k.$$

6. Вычисляются координаты радиус-вектора центра p -го отрезка в ГПДСК:

$$x_1^p = \frac{a_1^p + b_1^p}{2}, \quad x_2^p = \frac{a_2^p + b_2^p}{2}$$

и определяются его координаты в ЛПДСК k -го отрезка:

$$x_1^{pk} = x_1^p e_{1x}^k + x_2^p e_{1y}^k, \quad x_2^{pk} = x_1^p e_{2x}^k + x_2^p e_{2y}^k.$$

7. Вычисляются координаты вершин k -отрезка a^k, b^k в системе координат p -го отрезка ($\eta_1 \eta_2$ на рис. 3):

$$\begin{cases} a_1^{kp} = a_1^k e_{1x}^k + a_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ a_2^{kp} = a_1^k e_{2x}^k + a_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}, \\ b_1^{kp} = b_1^k e_{1x}^k + b_2^k e_{1y}^k - x_1^{pk}, \\ b_2^{kp} = b_1^k e_{2x}^k + b_2^k e_{2y}^k - x_2^{pk}. \end{cases} \quad (12)$$

9. Определяются длины радиус-векторов точек a^k, b^k в системе координат p -го отрезка:

$$r_a = \sqrt{(a_1^{kp})^2 + (a_2^{kp})^2}, \quad r_b = \sqrt{(b_1^{kp})^2 + (b_2^{kp})^2} \quad (13)$$

и углы

$$\theta_a = \begin{cases} \arctg \frac{a_2^{kp}}{a_1^{kp}}, & \text{если } a_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } a_1^{kp} = 0, \end{cases} \quad \theta_b = \begin{cases} \arctg \frac{b_2^{kp}}{b_1^{kp}}, & \text{если } b_1^{kp} \neq 0; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } b_1^{kp} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

9. Вычисляется элемент матрицы

$$F^{pk} = -\frac{1}{2\pi} \left[n_1^{pk} (\theta_b - \theta_a) + n_2^{pk} \ln \frac{r_b}{r_a} \right].$$

10. Шаг по k : $k = k + 1$ и переход к пункту 4 до тех пор, пока $k \leq N$.

11. Шаг по p : $p = p + 1$ и переход к пункту 2 до тех пор, пока $p \leq N$.

После формирования элементов матрицы (F^{pk}) решается система уравнений:

$$\begin{cases} F^{11}q^1 + F^{12}q^2 + \dots + F^{1N}q^N = v^1, \\ F^{21}q^1 + F^{22}q^2 + \dots + F^{2N}q^N = v^2, \\ \dots \\ F^{N1}q^1 + F^{N2}q^2 + \dots + F^{NN}q^N = v^N, \end{cases} \quad (15)$$

откуда определяются неизвестные интенсивности источников (стоков) q^1, q^2, \dots, q^N , распределенные по N -граничным отрезкам. Граничные значения нормальной составляющей скорости v^1, v^2, \dots, v^N заданы при постановке задачи.

Для того чтобы определить скорость воздуха в произвольной точке $x(x_1, x_2)$ области течения вдоль любого заданного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, необходимо выполнить следующие шаги.

1. Задать $k = 1$.

2. Вычислить координаты векторов \vec{e}_1^k, \vec{e}_2^k по формуле (11), а затем координаты вектора \vec{n} в ЛПДСК k -го отрезка:

$$n_1^k = n_1 e_{1x}^k + n_2 e_{1y}^k, n_2^k = n_1 e_{2x}^k + n_2 e_{2y}^k.$$

3. Вычисляются координаты точки x в ЛПДСК k -го отрезка:

$$x_1^k = x_1 e_{1x}^k + x_2 e_{1y}^k, x_2^k = x_1 e_{2x}^k + x_2 e_{2y}^k.$$

4. Определяются координаты точек a^k, b^k в ЛПДСК с центром в точке x и ортами \vec{e}_1^k, \vec{e}_2^k по формуле (12).

5. Находятся величины r_a, r_b по формулам (13) и углы θ_a, θ_b по формуле (14).

6. Вычисляется величина

$$f^k = -\frac{1}{2\pi} \left[n_1^k (\theta_b - \theta_a) + n_2^k \ln \frac{r_b}{r_a} \right].$$

7. Шаг по k : $k = k + 1$ и осуществляется переход к пункту 2 до тех пор, пока $k \leq N$.

8. Вычисление скорости

$$v_n(x) = f^1 q^1 + f^2 q^2 + \dots + f^N q^N.$$

Для построения линии тока необходимо задать начальную точку; вычислить в ней горизонтальную v_x и вертикальную v_y составляющие скорости воздуха, определив тем самым направление течения \vec{v} ; сделать шаг в данном направлении и вновь выполнить изложенный порядок вычислений. Возможен и обратный ход расчета, когда линия тока строится от всасывающего отверстия, т.е. производится шаг в направлении, противоположном вектору \vec{v} . Расчет прекращается, когда достигается линия отсоса воздуха либо когда длина линии тока превышает заданную длину.

Многосвязные области с вращающимися цилиндрами

Пусть многосвязная область течения ограничена контуром S , на котором задана нормальная составляющая скорости как функция от координат и времени – $v_n(x_0, t)$, где $x_0 \in S$. Внутри области могут находиться вращающиеся непроницаемые цилиндры (им соответствуют окружности) и (или) цилиндры-отсосы с линейными скоростями вращения v_i . Будем полагать, что по границе непрерывно распределены источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности $q(\xi, t)$. В центрах $a_i(a_{i1}, a_{i2})$ цилиндров расположим линейные вихри с циркуляциями

$$\Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i, \quad (16)$$

где r_i – радиус i -го цилиндра. Влияние всех этих источников (стоков) и вихрей на внутреннюю точку x области течения определится интегральным уравнением:

$$v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i),$$

где $v_n(x, t)$ – величина скорости в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ в момент времени t ; m – количество вращающихся цилиндров;

$$F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}.$$

Устремив внутреннюю точку x к граничной x_0 вдоль направления внешней нормали, получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0, t) = -\frac{1}{2}q(x_0, t) + \int_S F(x_0, \xi)q(\xi, t)dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i)G(x_0, a_i), \quad (17)$$

где первое слагаемое возникает в результате вычисления сингулярности интеграла при $x_0 = \xi$ и соответственно сам интеграл эту точку не содержит.

Осуществив дискретизацию границы области на N граничных отрезков, на каждом из которых будем полагать интенсивность $q(\xi, t)$ постоянной, получим дискретный аналог уравнения (17):

$$v_n^p = -\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p, \quad (18)$$

где $v_n^p = v_n(x_0^p, t)$; x_0^p – середина p -го отрезка; $q^p = q(x_0^p; t)$;

$q^k = q(\xi^k, t)$; ξ^k – произвольная точка k -го отрезка;

$F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$ – интеграл по k -му отрезку; $\Gamma_i = \Gamma(a_i)$,

$G_i^p = G(x_0^p, a_i)$.

Перебирая p от 1 до N , получим систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными, решив которую, найдем величины интенсивностей источников (стоков) q^1, q^2, \dots, q^N в данный момент времени t . Соответственно искомая скорость во внутренней точке x вычисляется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i, \quad (19)$$

где

$$F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k); \quad G_i = G(x, a_i). \quad (20)$$

Построение траекторий пылевых частиц

Траектория пылевой частицы строится на основании интегрирования уравнения ее движения:

$$\rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}|(\vec{v}_1 - \vec{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \vec{g}, \quad (21)$$

где ρ_1, ρ – плотности пылевой частицы и среды соответственно; \vec{v}_1 – вектор скорости частицы; \vec{v} – скорость воздуха; d_s – эквивалентный диаметр; $S_m = \pi d_s^2/4$ – площадь миделевого сечения; χ – коэффициент динамической формы частицы; \vec{g} – ускорение свободного падения; ψ – коэффициент сопротивления среды

$$\psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065\text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова),} \end{cases} \quad (22)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho |\vec{v}_1 - \vec{v}| d_g}{\mu}$, μ – коэффициент динамической вязкости

среды.

Уравнение (21) сводится к системе 4-х обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \frac{dv_{1x}}{dt} = -B |v_{1x} - v_x| (v_{1x} - v_x), \\ \frac{dx}{dt} = v_{1x}, \\ A \frac{dv_{1y}}{dt} = -Ag - B |v_{1y} - v_y| (v_{1y} - v_y), \\ \frac{dy}{dt} = v_{1y}. \end{array} \right. \quad (23)$$

где $A = \rho_1 \frac{\pi d_g^3}{6}$, $B = \psi \frac{\rho \chi S_m}{2}$.

Система (23) решается методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности.

Для удобства построения численного алгоритма расчета траектории пылевой частицы, введем следующие обозначения:

$$y_1 = x, y_2 = y, y_3 = v_{1x}, y_4 = v_{1y}, f_1 = y_3 \\ f_2 = y_4, f_3 = -B/A \cdot |y_3 - v_x| (y_3 - v_x), f_4 = -g - B/A \cdot |y_4 - v_y| (y_4 - v_y)$$

h - шаг по времени (шаг интегрирования).

Алгоритм расчета траектории пылевой частицы примет следующий вид.

1. По заданным начальным условиям (при $t=0$ $y_j = y_{j0}$, $j = 1, 2, 3, 4$) вычисляются коэффициенты:

$$k_{1j} = h \cdot f_j; \quad y_j = y_{j0} + 0,5 \cdot k_{1j};$$

$$k_{2j} = h \cdot f_j; \quad y_j = y_{j0} + 0,5 \cdot k_{2j};$$

$$k_{3j} = h \cdot f_j; \quad y_j = y_{j0} + k_{3j};$$

$$k_{4j} = h \cdot f_j.$$

При этом производится вычисление по одной формуле при $j = 1, 2, 3, 4$, а лишь затем необходимо перейти к следующей.

2. Определяется положение пылевой частицы и составляющие ее скорости через время h :

$$y_j = y_{j0} + (k_{1j} + 2k_{2j} + 2k_{3j} + k_{4j})/6, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

3. Переопределяются начальные условия для следующего шага по времени:

$$y_{j0} = y_j, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

и осуществляется переход к пункту 1. Вычисления производятся до тех пор, пока пылевая частица не достигнет заданного сечения.

При расчете траекторий пылевой частицы в области с изменяющимися во времени граничными условиями необходимо в каждый момент времени для определения скорости воздуха пересчитывать интенсивность источников (стоков), распределенных по границе течения.

1.2. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсеке от укрытия с одинарными стенками

Исследуемое укрытие (рис.4) используется для локализации пылевыделений узла загрузки конвейера на рудоподготовительных фабриках.

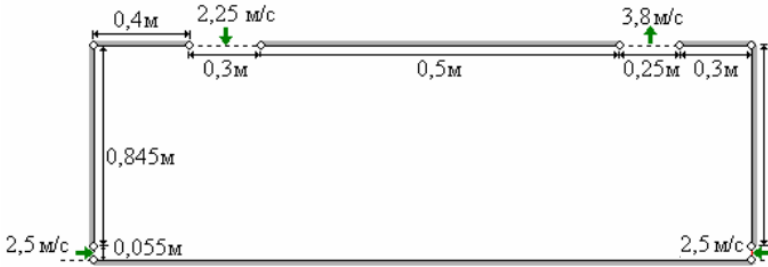
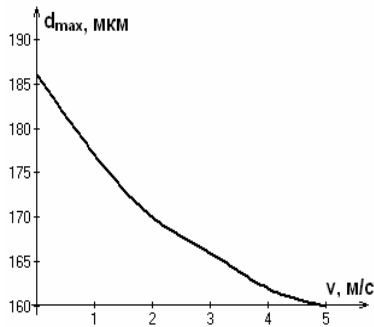
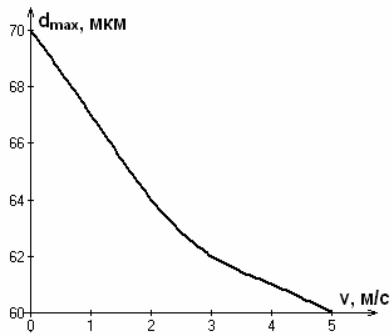


Рис.4. Укрытие с одинарными стенками

При увеличении вертикальной начальной скорости (направленной вниз) вылета пылевой частицы плотностью 3500 кг/м^3 величина максимального диаметра понижается на 10-25 мкм (рис.5).



а)

б)

Рис.5. Зависимость величины максимального диаметра пылевой частицы от начальной скорости ее вылета: а) при $\chi = 1$; б) при $\chi = 6$

В дальнейшем будем полагать скорость вылета пылевой частицы равной скорости воздушного потока в приточном отверстии (2,25 м/с).

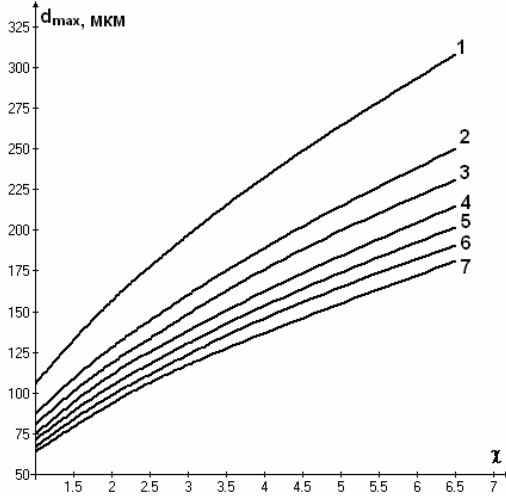


Рис.6. Зависимость величины максимального диаметра пылевой частицы от коэффициента ее формы и плотности: 1 – 1400 кг/м³, 2 – 2000 кг/м³, 3 – 2300 кг/м³, 4 – 2600 кг/м³, 5 – 2900 кг/м³, 6 – 3200 кг/м³, 7 – 3500 кг/м³

С увеличением коэффициента динамической формы пылевой частицы и уменьшением ее плотности величина максимально диаметра значительно увеличивается (рис.6).

1.3. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсеке укрытия с двойными стенками

Исследуем зависимость величины d_{\max} от места расположения козырька (рис.7) и его длины. Геометрические и аэродинамические характеристики укрытия такие же, как и на рис.5.

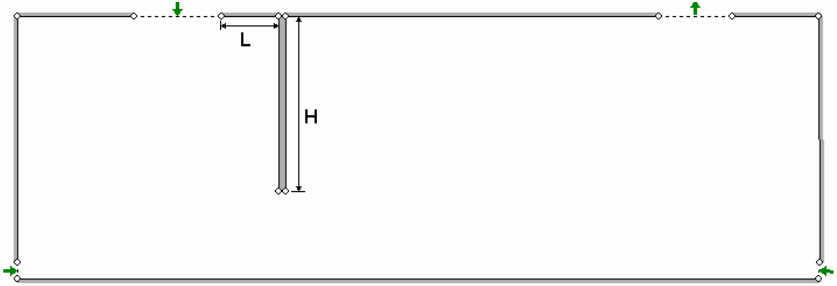


Рис.7. Модель укрытия с двойными стенками

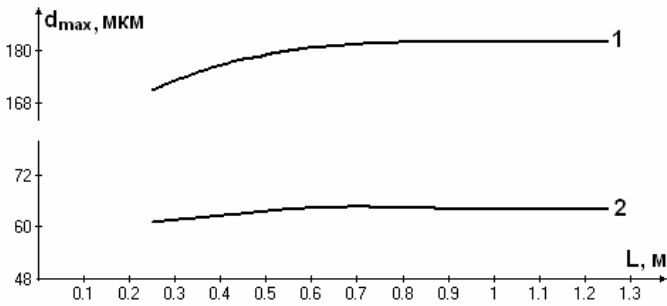


Рис.8. Зависимость величины d_{\max} от удаленности козырька от приточного отверстия при его длине $H = 0,4$ м и плотности пылевой частицы 3500 кг/м^3 : 1- $\chi = 6,5$; 2 - $\chi = 1$

При смещении козырька от приточного отверстия к вытяжному величина d_{\max} практически постоянна. Очень незначительное снижение этой величины наблюдается при приближении козырька ближе 0,5 м (рис.8).

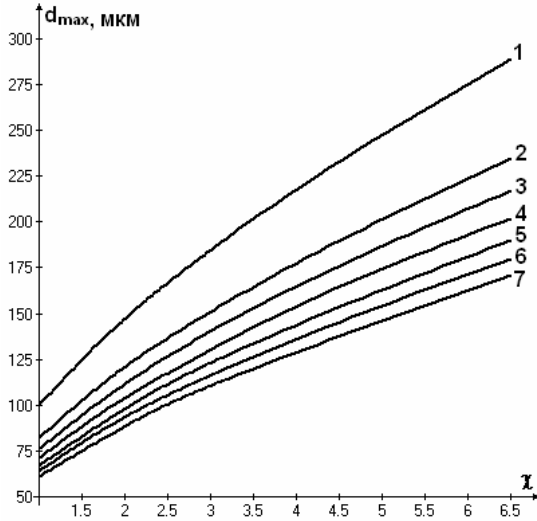


Рис.9. Зависимость величины d_{\max} при $H = 0,4\text{м}$ и $L=0,25\text{м}$ от коэффициента формы и плотности пылевых частиц

Анализ расчетов, представленных на рис.9-11 показывает, что наибольшее снижение величины максимального диаметра пылевой частицы на 10-15мкм наблюдается при расположении козырька на расстоянии $L=0,25\text{м}$ от приточного отверстия. Цифры на рисунках характеризуют плотность пылевых частиц, также как и на рис.6.

При изменении скорости вылета пылевой частицы величина d_{\max} не изменяется. Например, при плотности пылевой частицы 3500 кг/м^3 шарообразной формы и изменении скорости от 0 до 5 м/с, длине козырька $H = 0,55\text{м}$ и его удаленности от приточного отверстия $L=0,25\text{м}$ величина $d_{\max} = 54\text{ мкм}$.

Длина козырька оказывает большее влияние на d_{\max} (рис.10,12,13). При увлечении H от 0,3м до 0,5м величина d_{\max} снижается на 8-21 мкм в зависимости от коэффициента динамической формы.

Во всех расчетах здесь и далее начальная точка вылета пылевой частицы находится в крайнем правом положении приточного отверстия, что обусловлено тем, что она является самой ближайшей к вытяжному отверстию и величина максимального диаметра в этом случае будет наибольшей.

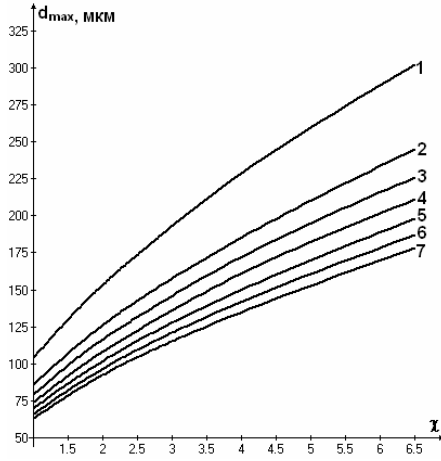


Рис.10. Зависимость величины d_{\max} при $H = 0,4\text{м}$ и $L=0,45\text{м}$ от коэффициента формы и плотности пылевых частиц

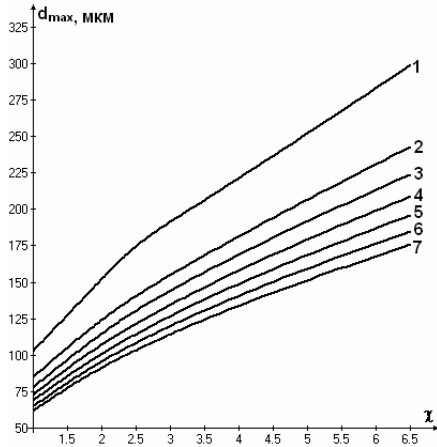


Рис.11. Зависимость величины d_{\max} при $H = 0,3\text{м}$ и $L=0,25\text{м}$ от коэффициента формы и плотности пылевых частиц

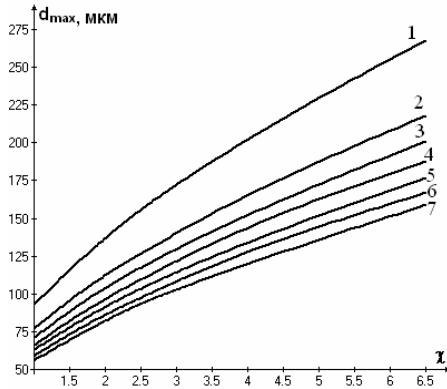


Рис.12. Зависимость величины d_{\max} при $H = 0,5\text{ м}$ и $L=0,25\text{ м}$ от коэффициента формы и плотности пылевых частиц

1.4. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсеке от укрытия с двойными стенками, снабженного вращающимся цилиндром

Исследуем пылединамику в аспирационном укрытии с двойными стенками, в котором установлен вращающийся цилиндр. Все остальные геометрические и кинематические параметры такие же, как и в укрытии изображенном на рис.5. Удаление козырька L и его длина H выбиралась из условия наибольшего благоприятствования снижению максимального диаметра пылевой частицы уносимой в аспирационную сеть и технологический условий (рис.13).

Как показал численный эксперимент наиболее оптимальное положение цилиндра – под козырьком. С уменьшением радиуса цилиндра величина d_{\max} повышается. В исследованиях выбран радиус цилиндра $0,1\text{ м}$, что продиктовано технологическими условиями – между цилиндром и лентой, транспортирующей сыпучий материал должно быть расстояние необходимое для пропуска этого материала. Следует ожидать, что воздушный поток, индуцируемый вращением цилиндра, будет способствовать осаждению пылевых частиц на дно укрытия.

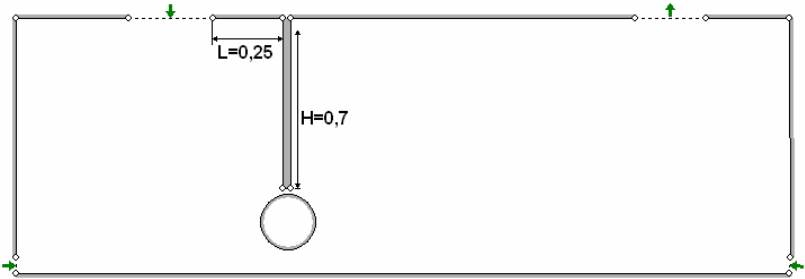


Рис.13. Модель укрытия с двойными стенками, снабженного вращающимся цилиндром

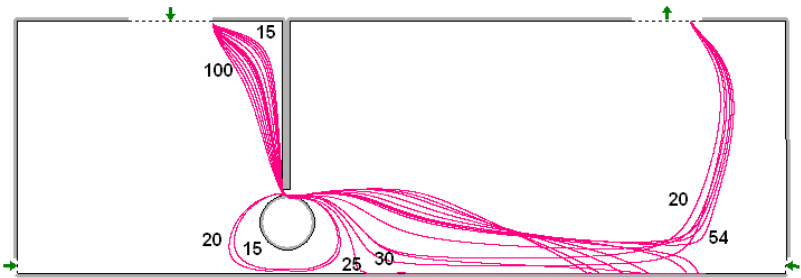


Рис.14. Траектории полета пылевых частиц плотностью 3500кг/м^3 и $\chi = 1,83$ при вращении цилиндра с линейной скоростью 8 м/с по часовой стрелке

При вращении цилиндра по часовой стрелке максимальный диаметр несколько выше, чем против часовой, однако, наблюдается ряд интересных явлений. Воздушный поток, индуцируемый цилиндром, наибольшее влияние оказывает на полет мелкодисперсных частиц. Поэтому справа от цилиндра мелкодисперсные частицы, увлекаемые потоком, осаждаются в некотором диапазоне (рис.14). При дальнейшем снижении задаваемого диаметра пылевых частиц происходит облет частиц вокруг цилиндра, пролет в щель между цилиндром и козырьком и дальнейший унос во всасывающий проем. Заметим также, что все пылевые частицы вылетают в пространство за козырьком только в щель между цилиндром и козырьком, в которой наблюдается достаточно высокая скорость (например, для рис.14 – около 35 м/с).

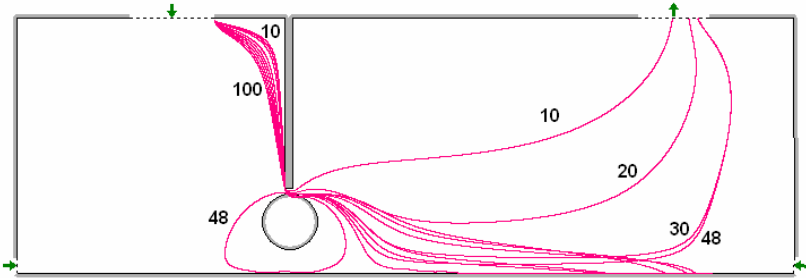


Рис.15. Траектории полета пылевых частиц плотностью 3500кг/м^3 и $\chi = 6,5$ при вращении цилиндра с линейной скоростью 8 м/с по часовой стрелке.

Для пылевых частиц пластинчатой формы картина траекторий несколько иная (рис.15). Нет промежуточной фракции, которая осаждается на дно укрытия. Максимальный диаметр здесь (рис.16) ниже, чем при вращении цилиндра против часовой стрелке.

Однако, с нашей точки зрения, при вращении по часовой стрелке по величине d_{max} нельзя спрогнозировать дисперсный состав. Здесь не будет нормально-логарифмического распределения пылевых частиц, так как будет наблюдаться осаждение некоторых промежуточных фракций на дно укрытия.

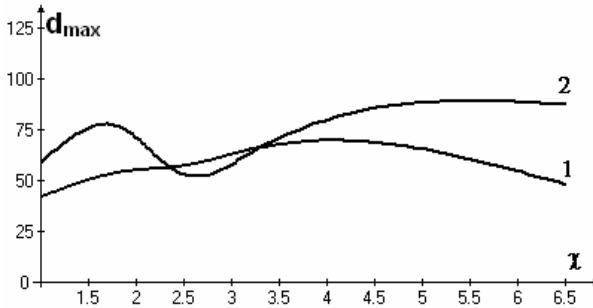


Рис.16. Зависимость величины d_{max} (мкм) от коэффициента формы χ при скорости вращения цилиндра 8 м/с по часовой стрелке при плотности пылинки: 1 – 3500кг/м^3 ; 2 – 1400кг/м^3

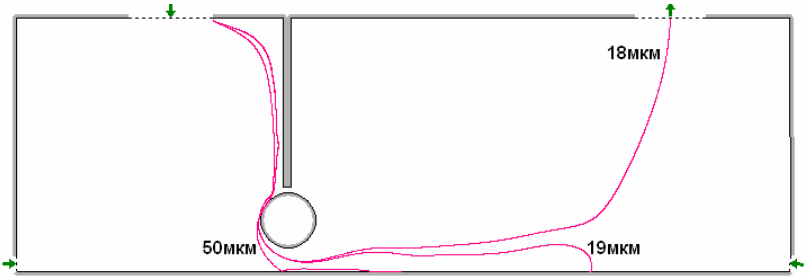


Рис.17. Траектории полета пылевых частиц шарообразной формы плотностью 3500 кг/м^3 при вращении цилиндра с линейной скоростью 5 м/с против часовой стрелки

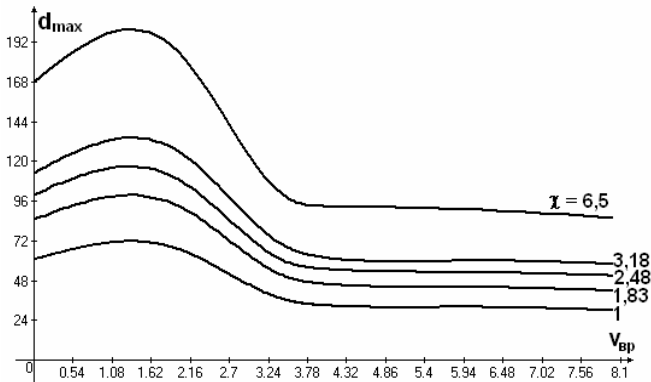


Рис.18. Зависимость величины d_{max} от скорости вращения цилиндра против часовой стрелки при плотности пылинки 3500 кг/м^3

При вращении цилиндра против часовой стрелки (рис.17), поток воздуха им индуцированный, способствует снижению пылевых частиц. При небольших скоростях вращения (до 2 м/с) точка столкновения частицы с цилиндром находится вблизи козырька и при отскоке пылинка приобретает направление, способствующее ее увлечению воздушным потоком между цилиндром и козырьком, направленный в сторону вытяжного отверстия. Этим объясняется повышение d_{max} относительно случая покоящегося цилиндра (рис.18-19). При увеличении скорости вращения цилиндра точка отскока сдвигается против часовой стрелки и при определенных скоростях вращения пылинка, не сталкиваясь с ци-

линдром, осаждается на дно укрытия либо пролетает между цилиндром и дном. Заметим, что меняет свое направление и поток между цилиндром и козырьком. В этом случае d_{\max} снижается. Начиная со скорости вращения цилиндра более 4 м/с это снижение незначительно (рис.18-19).

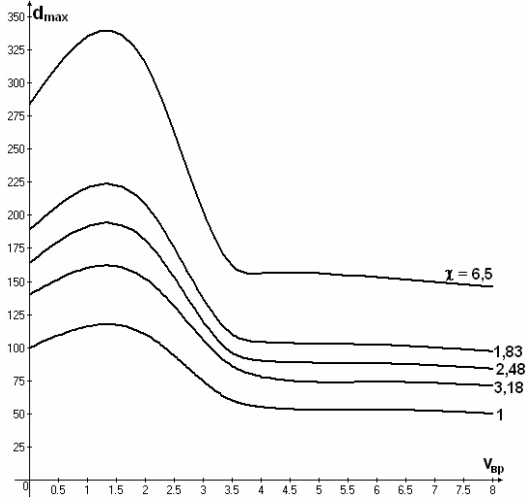


Рис.19. Зависимость величины d_{\max} от скорости вращения цилиндра против часовой стрелки при плотности пылинки 1400кг/м^3

Заметим, что при снижении цилиндра величина максимального диаметра понижается (рис.20). Наиболее оптимальное его положение (1,97;-1,05). Здесь зависимость d_{\max} от χ практически линейная.

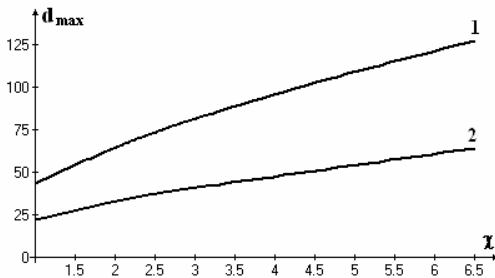


Рис.20. Зависимость величины d_{\max} (мкм) от коэффициента формы χ при скорости вращения цилиндра с центром (1,97; -1,05) 8 м/с про-

тив часовой стрелке при плотности пылинки: 1 – 1400кг/м^3 ; 2 – 3500кг/м^3

1.5. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсеке от укрытия с двойными стенками, снабженного двумя вращающимися цилиндрами

При размещении второго цилиндра, вращающегося против часовой стрелки, в углу между козырьком и стенкой с притоком (рис.21) эффект снижения максимального диаметра еще более явен. Заметим, что цилиндр в углу является также и моделью вихря (рис.21 а), который наблюдается в реальности. Уже на начальном участке полета пылинки смещаются влево, затем сказывается влияние 2-го цилиндра, помещенного под козырьком. Зависимость d_{max} от χ в этом случае представлена на рис.23.

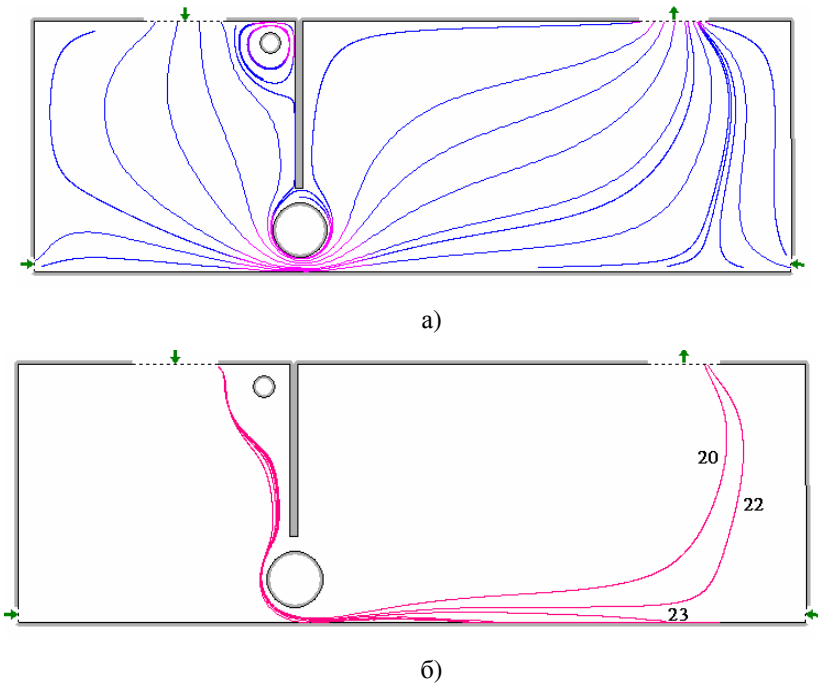


Рис.21. Укрытие, снабженное двумя цилиндрами, вращающимися со скоростью 8 м/с против часовой стрелки: а) линии тока; б) траектории шарообразных пылинок плотностью 3500кг/м^3

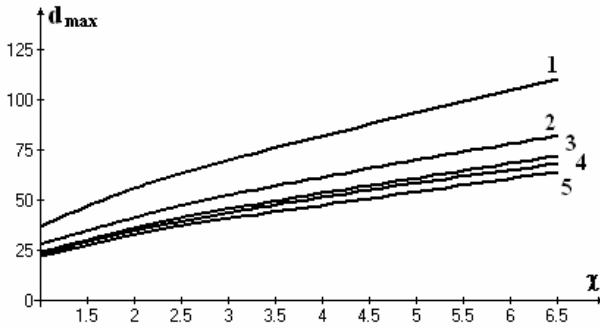


Рис.22. Зависимость величины d_{\max} (мкм) от коэффициента формы χ при скорости вращения цилиндров 8 м/с против часовой стрелки, при плотности пылинки: 1 – 1400кг/м³; 2 – 2300 кг/м³; 3 – 2900кг/м³; 4 – 3200 кг/м³; 5 – 3500кг/м³

1.6. Расчет максимального диаметра пылевых частиц в местном отсосе от укрытия с двойными стенками, снабженного двумя вращающимися цилиндрами и цилиндром-отсосом

При размещении вращающегося цилиндра-отсоса в правом верхнем углу (рис.23) аспирационного укрытия величина максимального диаметра существенно снижается. Например, относительно предыдущего пункта снижение наблюдается на 10 мкм для сферических частиц плотностью 3200 кг/м³ и на 32 мкм при коэффициенте формы 6,5 для частиц той же плотности.

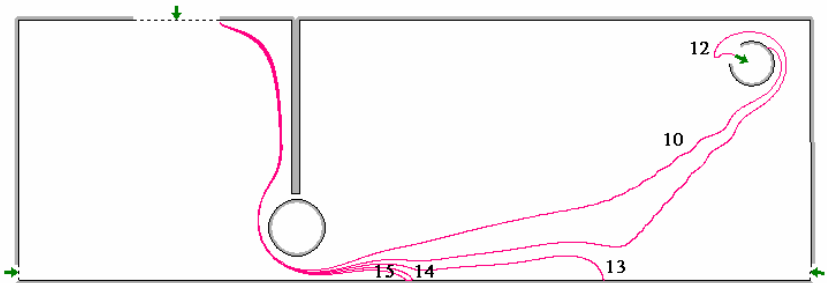


Рис.23. Полет пылевых частиц при скорости вращения цилиндра с центром (1,97; -1,02) против часовой стрелки 8 м/с и цилиндра-отсоса (3,55; -0,45) против часовой стрелки со скоростью 4 м/с.

Отметим волнообразный характер траекторий пылевых частиц улавливаемых цилиндром-отсосом, что обусловлено пульсирующим полем скоростей в аспирационном укрытии: скорость в заданной точке изменяется периодически с периодом равным времени полного оборота цилиндра-отсоса.

1.7. Моделирование пылегазовых потоков вблизи местных отсосов открытого типа от вращающихся цилиндрических деталей

При расчете открытых вентиляционных местных отсосов (ВМО) различного вида токарных станков зачастую пренебрегают действием воздушного потока, индуцированного вращающейся цилиндрической деталью.

Целью параграфа является изучение пыле- и аэродинамики у ВМО от вращающегося цилиндра с учетом элементов технологического оборудования и определение влияния на улавливаемую аспирационным патрубком пылевую аэрозоль воздушного потока, инициированного вращением цилиндра.

Первая расчетная схема течения изображена на рис.52. Границы области течения задаются в соответствии со схемой аспирации от вальцетокарного станка.

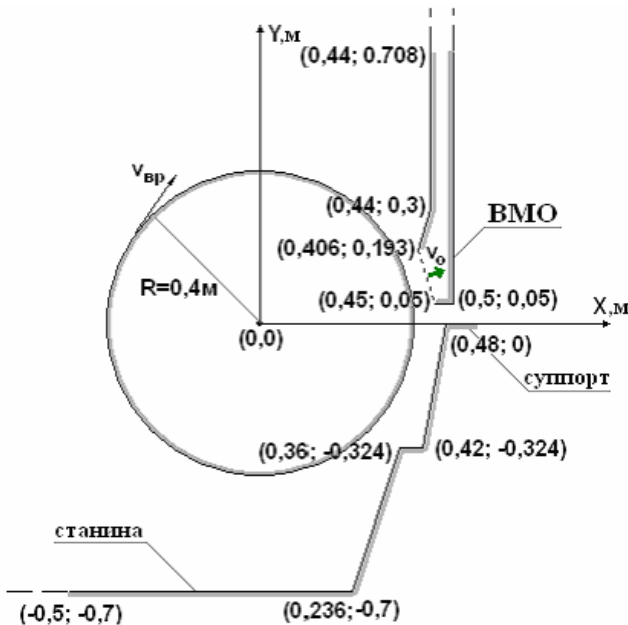


Рис.24. Схема течения вблизи местного отсоса от вальцетокарного станка

Линии тока строились от всасывающего отверстия. Шаг построения линий тока – 0,001м, интервал между ними – 0,005м. Количество граничных отрезков около 760.

При покоящемся цилиндре всасываемый поток состоит из трех частей (рис.25): I – над цилиндром; II – между цилиндром и станиной; III – между ВМО и суппортом. Причем расход воздуха в этих потоках относится примерно как 14:5:11 соответственно.

При вращении цилиндра по часовой стрелке с линейной скоростью 0,5 м/с (эти параметры соответствуют процессу обработки валка на станке) и скорости всасывания 0,5 м/с картина течения существенно изменяется. Практически весь объем аспирации состоит из потока III, который проходит между ВМО и суппортом, циркулирует по часовой стрелке вокруг цилиндра и поступает во всасывающее отверстие (рис.26).

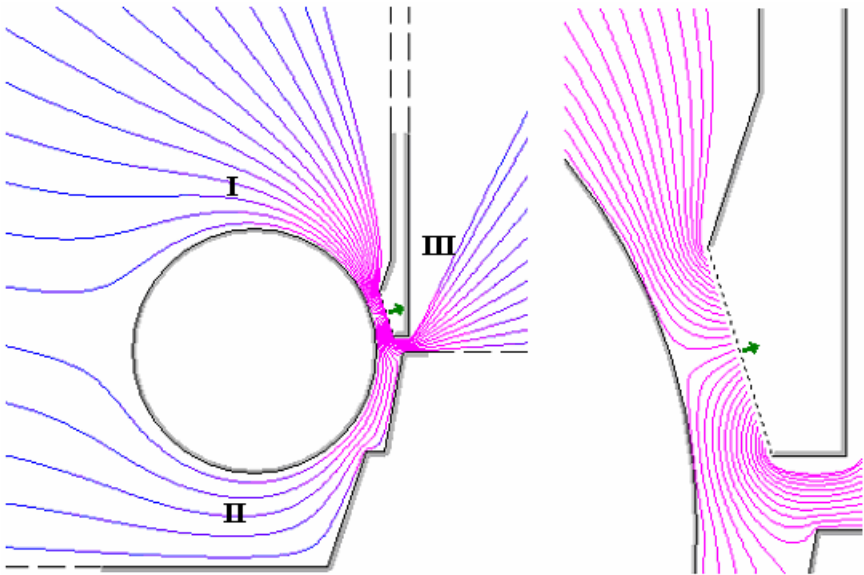


Рис.25. Линии тока при покоящемся цилиндре и скорости $v_0 = 2$ м/с

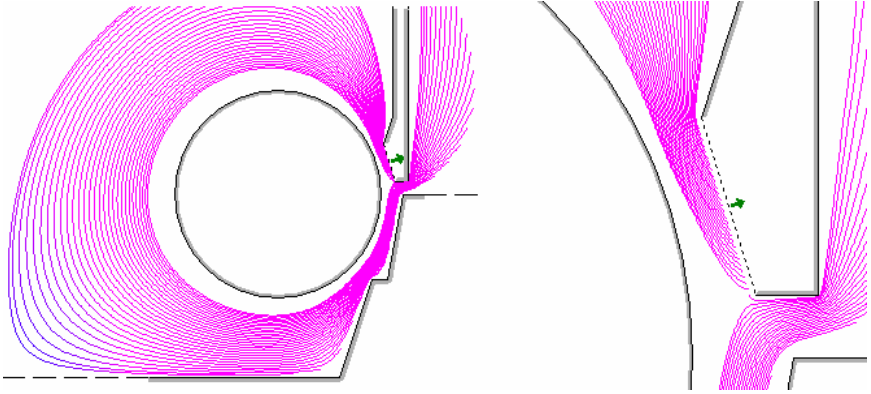


Рис.26. Линии тока при вращении цилиндра
с линейной скоростью $v_{вр} = 0,5$ м/с и $v_0 = 0,5$ м/с

При увеличении скорости во всасывающем отверстии (рис. 27-28) всасываемый поток вновь разделяется на три части. Область циркуляционного течения вокруг цилиндра уменьшается с увеличением скорости всасывания. Очевидно, что при значительном увеличении скорости всасывания картина течения будет аналогична рис.53.

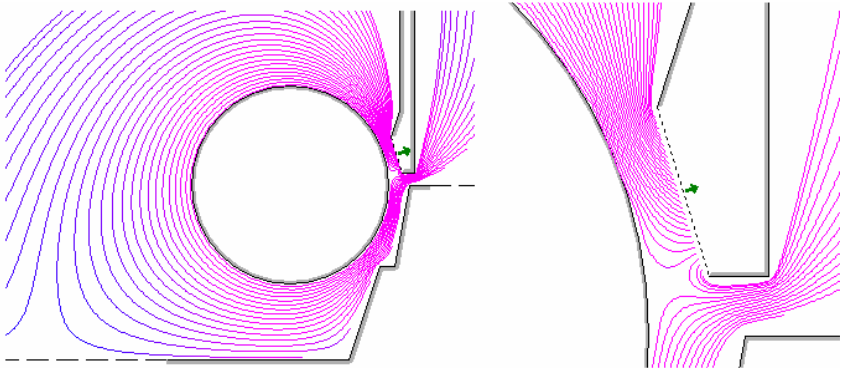


Рис.27. Линии тока при вращении цилиндра
с линейной скоростью $v_{вр} = 0,5$ м/с и $v_0 = 1$ м/с

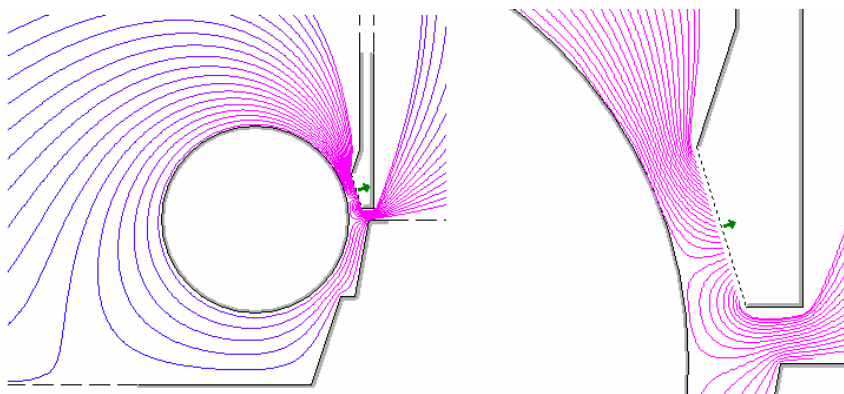


Рис.28. Линии тока при вращении цилиндра с линейной скоростью $v_{\text{вр}} = 0,5$ м/с и $v_0 = 2$ м/с

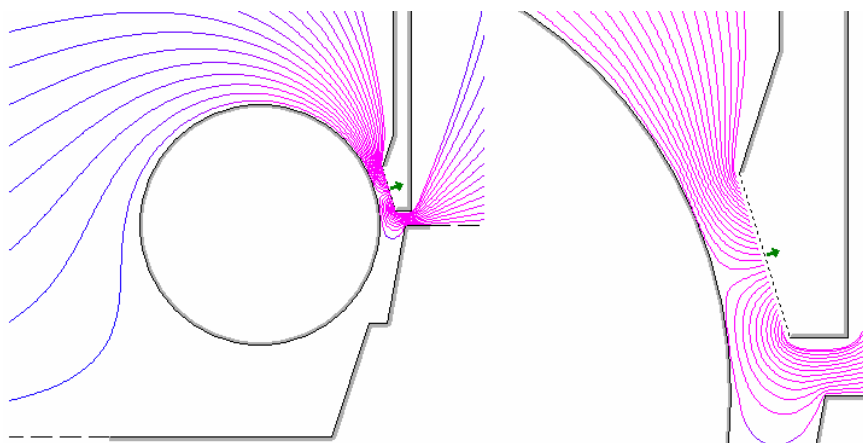


Рис.29. Линии тока при вращении цилиндра с линейной скоростью $v_{\text{вр}} = 0,5$ м/с и $v_0 = 4$ м/с

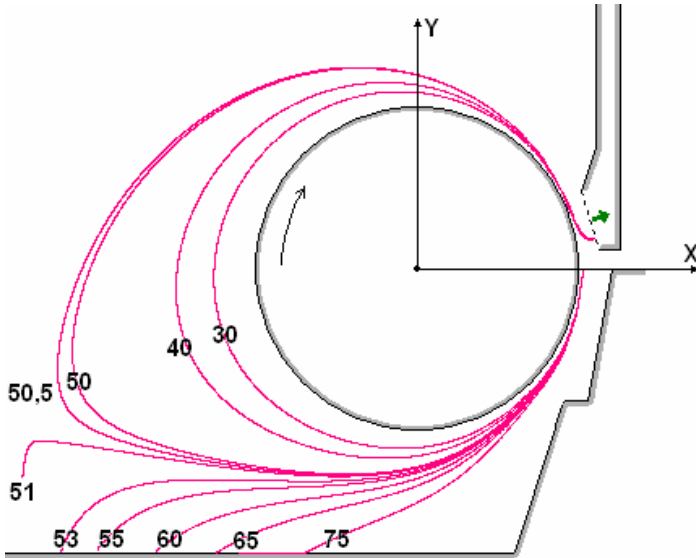


Рис.30. Траектории пылевых частиц плотностью 1000 кг/м^3 при вращении цилиндра с линейной скоростью $v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$ и $v_0 = 1 \text{ м/с}$

Построения траекторий пылевых частиц выполнялись при шаге интегрирования $h = 0,001 \text{ м}$; коэффициенте динамической формы $\chi = 1,8$; плотности воздуха $\rho = 1,205 \text{ кг/м}^3$; динамической вязкости воздуха $\mu = 0,0000178 \text{ Па} \cdot \text{с}$; коэффициенте восстановления при ударе $k = 0,5$; коэффициенте трения скольжения $f = 0,5$. Точка вылета пылевых частиц $x_0 = 0,41 \text{ м}$; $y_0 = 0$ (примерное положение образования пылевыделений при обработке резцом цилиндра – валка). Начальная скорость пылевых частиц полагалась нулевой. При $v_0 / v_{\text{вр}} = 2$ (рис.30) вследствие большего влияния циркуляционного течения вокруг цилиндра наблюдается облет пылевых частиц размером менее 50 мкм вокруг цилиндра с последующим их улавливанием. Более крупные частицы осаждаются на станину станка.

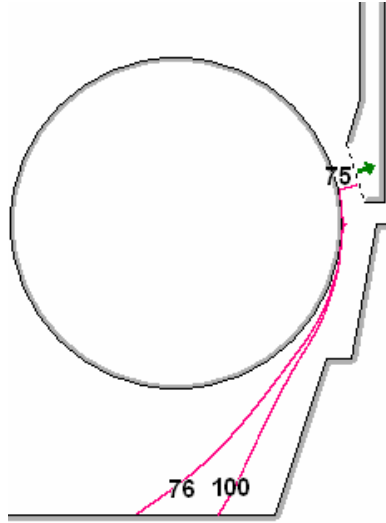


Рис.31. Траектории пылевых частиц плотностью 1000 кг/м^3 при вращении цилиндра с линейной скоростью $v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$ и $v_0 = 2 \text{ м/с}$

При $v_0 / v_{\text{вр}} = 4$ (рис.31) облет пылевых частиц вокруг цилиндра не наблюдается, так как сказывается большее влияние потока инициируемого ВМО.

Таблица 2

Величины максимального диаметра пылевых частиц, улавливаемых местным вентиляционным отсосом схемы рис.24

ρ_1 , кг/м^3	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$v_0 = 1 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0 \text{ м/с}$							
d_{max} , мкм	271	180	143	121	107	97	89
$v_0 = 1 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$							
d_{max} , мкм	50	36	29	25	23	20	19
$v_0 = 2 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$							
d_{max} , мкм	75	51	41	36	31	28	26

Заметим, что вращение цилиндра оказывает значительное влияние на величину максимального диаметра d_{\max} пылевых частиц, улавливаемых ВМО (табл. 2).

Рассмотрим схему аспирации вальцетокарного станка без подсоса воздуха между ВМО и суппортом (рис.32), что соответствует случаю установке механического «экрана», перекрывающего приток воздуха из области III. В этом случае расход отсасываемого воздуха складывается из двух потоков: над и под цилиндром (рис.33). При соотношении $v_0/v_{\text{вр}} = 2$ образуется замкнутая циркуляционная область вокруг цилиндра (рис.34).

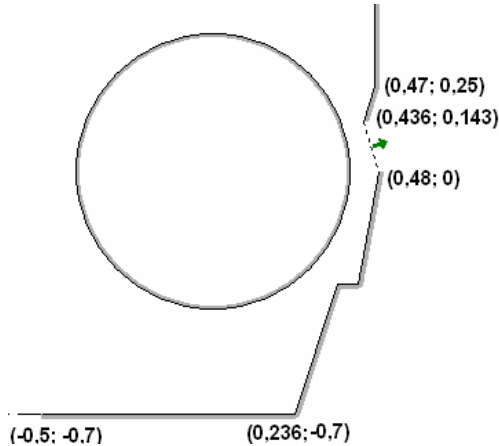


Рис.32. Схема течения вблизи местного отсоса от вальцетокарного станка при отсутствии подсоса воздуха между ВМО и суппортом

При увеличении $v_0/v_{\text{вр}}$ размеры циркуляционной области уменьшаются, начинает оказывать большее влияние ВМО.

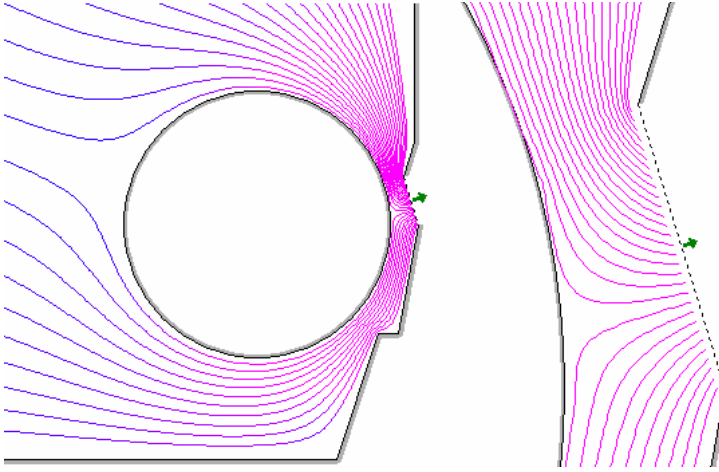


Рис.33. Линии тока при покое цилиндра
и скоростью в отсеке $v_0 = 1 \text{ м/с}$

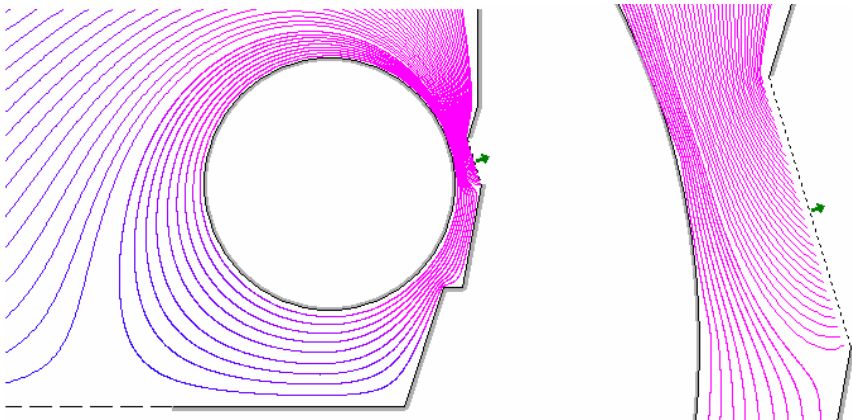


Рис.34. Линии тока при вращении цилиндра
с линейной скоростью $v_{вр} = 0,5 \text{ м/с}$ и $v_0 = 1 \text{ м/с}$

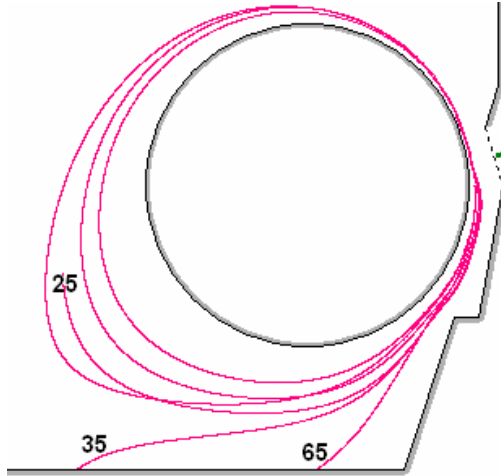


Рис.35. Траектории пылевых частиц плотностью 1000 кг/м^3 при линейной скорости вращения цилиндра $v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$ и $v_0 = 1 \text{ м/с}$

Траектории пылевых частиц также имеют эллиптический вид при определенных параметрах (рис.35). Пылевая частица может несколько раз облететь вокруг цилиндра, после чего осесть на станину станка. Циркуляционная область течения препятствует попаданию пылевых частиц во всасывающее отверстие. При увеличении скорости отсоса, облет пылевых частиц вокруг цилиндра не наблюдается и, начиная с определенного размера, они улавливаются ВМО (табл.3).

Таблица 3

Величины максимального диаметра пылевых частиц, улавливаемых местным вентиляционным отсосом схемы рис.32

$\rho_1, \text{ кг/м}^3$	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000
$v_0 = 1 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0 \text{ м/с}$							
$d_{\text{max}}, \text{ мкм}$	283	188	148	126	111	101	92
$v_0 = 1 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$							
$d_{\text{max}}, \text{ мкм}$	0	0	0	0	0	0	0
$v_0 = 2 \text{ м/с}, v_{\text{вр}} = 0,5 \text{ м/с}$							
$d_{\text{max}}, \text{ мкм}$	144	99	79	68	60	55	51

При расчете ВМО от вращающихся цилиндрических деталей пренебрежение воздушным потоком им инициируемым приводит к значи-

тельными погрешностям. Для определения величины необходимой для локализации пылевыделений производительности системы аспирации основополагающим является отношение скорости всасывания к линейной скорости вращения цилиндра. Экранирование вентиляционного местного отсоса и соответственно снижение подсосов воздуха повышает его эффективность. Разработанная компьютерная программа и результаты, полученные при ее использовании, могут быть полезны при проектировании эффективных энергосберегающих систем аспирации от различных видов токарных, сверлильных, шлифовальных, фрезеровальных, деревообрабатывающих и других станков с вращающимися цилиндрическими деталями.

2. Вычислительный эксперимент на основе метода дискретных вихрей

2.1. Основные расчетные соотношения.

Расположим вихрь в т. $\xi(\xi_1, \xi_2)$ (рис.36). Определим скорость в т. $x(x_1, x_2)$.

Составляющие скорости \vec{v} в точке $x(x_1, x_2)$, вызываемая действием вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ определяются из выражений:

$$v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]},$$

$\Gamma(\xi)$ - циркуляция вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$.

Вдоль заданного единичного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ величина скорости в точке x определяется по формуле:

$$v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi), \quad (30)$$

$$G(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}. \quad (31)$$

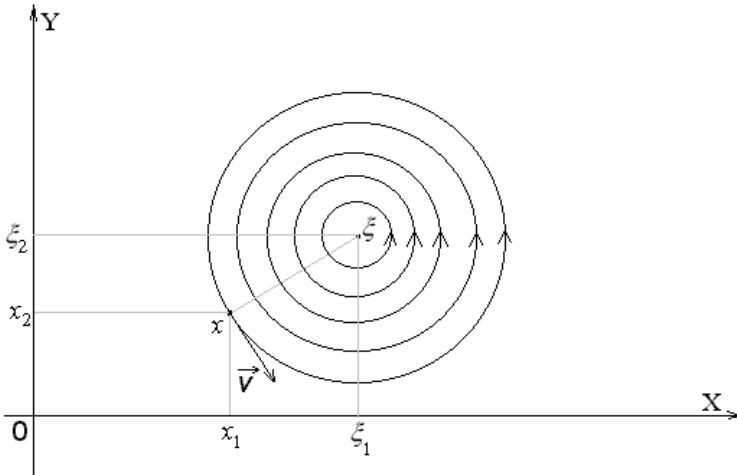


Рис.36. К определению скорости от плоского вихря.

Основная идея МДВ заключается в дискретизации границы области на присоединенные вихри и расчетные точки, а также срыве свободных вихрей с острых кромок и гладкой поверхности в местах изменения направления тангенциальной составляющей скорости. Опишем алгоритм расчета течений у всасывающих отверстий на основе МДВ.

Пусть дана плоская область течения с произвольными границами. С L точек этой области происходит сход вихрей. Тогда скорость воздуха в p -й расчетной точке вдоль внешней нормали $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определится из равенства:

$$v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau, \quad (32)$$

где v_n^p известная скорость вдоль направления нормали \vec{n} к границе области; G^{pk} - функция, выражающая влияние на p -ю расчетную точку k -го присоединенного вихря с циркуляцией Γ^k ; m - момент времени; $G_l^{p\tau}$ - функция выражающая влияние свободного вихря с интенсивностью γ_l^τ сорвавшегося с l -й точки в момент времени $t = m\Delta t$, на эту же p -ю расчетную точку. Функция G вычисляется по формулам (31), где вместо $\xi(\xi_1, \xi_2)$ берутся точки расположения присоединенных или свободных вихрей.

В углах границы должны быть расположены вихри. Между вихрями по середине расположены расчетные точки. Шаг дискретности должен быть приблизительно одинаков. К уравнению (32) нужно добавить условие неизменности циркуляции:

$$\sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0, \quad (33)$$

Если число расчетных точек на 1 меньше числа присоединенных вихрей то система (32), (33) является системой, в которой количество неизвестных равно количеству уравнений. Если же эти числа равны, то система переопределена, т.е. количество уравнений больше количества неизвестных. Тогда вводят регуляризирующую переменную Λ , предложенную И. К. Лифановым. В этом случае система (32)-(33) запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau + \Lambda, \\ \sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0. \end{cases} \quad (34)$$

После определения неизвестных циркуляций присоединенных вихрей можно найти скорость в m -й расчетный момент времени в произвольной точке x вдоль данного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ по формуле (32). В каждый расчетный момент времени необходимо определять новые положения свободных вихрей, вычисляемые по формулам:

$$x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t, \quad (35)$$

где $\{x_1, y_1\}$ – точка предыдущего положения свободного вихря, $\{x_2, y_2\}$ – новое его положение.

Для нахождения составляющих скорости каждого вихря используется формула:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r),$$

Для вычисления v_x направление $\vec{n} = \{1, 0\}$, а для v_y - $\vec{n} = \{0, 1\}$.

Рассмотрим течение, индуцируемое бесконечно тонкой вихревой нитью (рис.37).

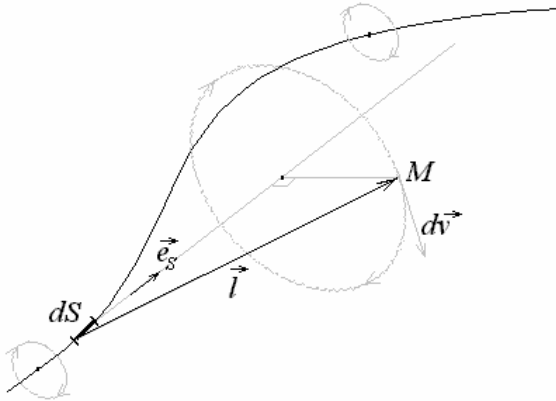


Рис.37. Иллюстрация к формуле Био-Савара

Скорость в т. M , вызываемая бесконечно малым вихревым элементом dS определяется согласно закону Био-Савара:

$$d\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{e}_s \times \vec{l}}{l^3} dS,$$

где \vec{e}_s - единичный вектор. Циркуляция Γ считается положительной величиной, если при наблюдении из конца вектора \vec{e}_s вращение жидкости осуществляется против часовой стрелки. Такой случай изображен на рис.37.

Расположим вихревое кольцо радиусом ξ_2 в плоскости YOZ , так, чтобы его центр лежал на оси симметрии (рис.38).

Определим скорость воздуха в т. M , вызванной действием бесконечно тонкого вихревого кольца с циркуляцией Γ (рис.38).

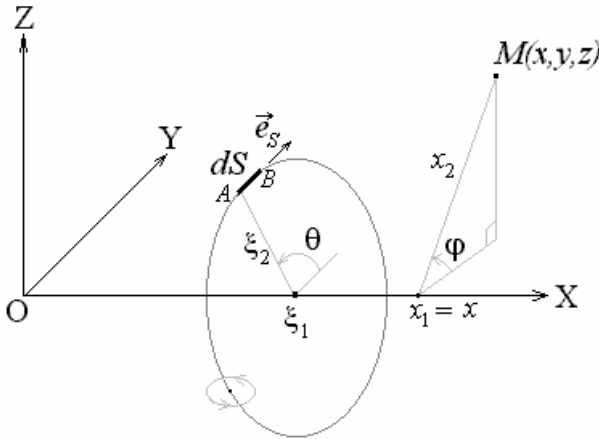


Рис.38. К определению скорости в точке, вызванной действием вихревого кольца

Координаты точки A обозначим $(0, \eta, \zeta)$. Соответственно, координаты точки $B(0, \eta + d\eta, \zeta + d\zeta)$. Вектор $\vec{AB} = dS \cdot \vec{e}_s = \{0; d\eta; d\zeta\}$, $\vec{l} = \vec{AM} = \{x - \xi_1, y - \eta, z - \zeta\}$. Тогда векторное произведение:

$$\vec{AB} \times \vec{l} = \{(z - \zeta)d\eta - (y - \eta)d\zeta, (x - \xi_1)d\zeta, -(x - \xi_1)d\eta\}$$

и, соответственно, проекции вектора скорости, индуцируемой действием вихревого отрезка dS , выражаются следующими формулами:

$$dv_x = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} [(z - \zeta)d\eta - (y - \eta)d\zeta],$$

$$dv_y = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x - \xi_1)d\zeta,$$

$$dv_z = -\frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x - \xi_1)d\eta,$$

где $l = \sqrt{(x - \xi_1)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$.

Введем цилиндрическую систему координат (x_1, x_2, φ) , где x_1 - проекция точки на ось OX , x_2 - расстояние от оси OX , φ - угол отсчиты-

ваемый от плоскости OXY (рис.38). Тогда координаты т.М и вектора \vec{AB} преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned}x &= x_1, \quad y = x_2 \cos \varphi, \quad z = x_2 \sin \varphi, \quad \eta = \xi_2 \cos \theta, \\ \zeta &= \xi_2 \sin \theta, \quad d\eta = -\xi_2 \sin \theta d\theta, \quad d\zeta = \xi_2 \cos \theta d\theta.\end{aligned}$$

Тогда составляющие скорости $d\vec{v}$ преобразуются к следующему виду:

$$\begin{aligned}dv_x &= \frac{\Gamma \xi_2}{4\pi l^3} [\xi_2 - x_2 \cos(\theta - \varphi)], \\ dv_y &= \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x_1 - \xi_1) \xi_2 \cos \theta d\theta, \\ dv_z &= \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x_1 - \xi_1) \xi_2 \sin \theta d\theta.\end{aligned}$$

Интегрируя полученные выражения с учетом осевой симметрии течения, возникающего у вихревого кольца (для простоты полагаем, что $\varphi = 0$):

$$\begin{aligned}v_1 &= \frac{\Gamma \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\xi_2 - x_2 \cos \theta}{l^3} d\theta, \\ v_2 &= \frac{\Gamma (x_1 - \xi_1) \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{l^3} d\theta, \\ v_\varphi &= \frac{\Gamma (x_1 - \xi_1) \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta}{l^3} d\theta = 0,\end{aligned}$$

где $l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta}$,

v_1, v_2 - проекции вектора скорости на направления Ox_1 и Ox_2 соответственно.

Скорость вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определяется выражением

$$v_n = v_1 n_1 + v_2 n_2 = \Gamma \cdot \frac{\xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(\xi_2 - x_2 \cos \theta) n_1 + (x_1 - \xi_1) n_2 \cos \theta}{[(x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta]^{3/2}} d\theta.$$

После несложных преобразований, выражение для скорости в т. (x_1, x_2) , индуцируемой бесконечно тонким кольцевым вихрем в т. (ξ_1, ξ_2) с циркуляцией $\Gamma(\xi)$, примет вид:

$$v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}}$$

или по другому:

$$v_n(x) = \Gamma(\xi) \cdot G(x, \xi), \quad (37)$$

где

$$\begin{cases} G(x, \xi) = \frac{(A_1 b + A_2 a)}{b} \cdot \frac{4}{(a-b)\sqrt{a+b}} E(t) - \frac{A_2}{b} \cdot \frac{4}{\sqrt{a+b}} K(t) & \text{при } b \neq 0, \\ G(x, \xi) = \frac{\xi_2^2 \cdot n_1}{2a\sqrt{a}} & \text{при } b = 0, \end{cases} \quad (38)$$

$$2x_2 \xi_2 = b > 0, \quad a = (x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 > 0,$$

$$A_1 = \frac{\xi_2^2 n_1}{4\pi}, \quad A_2 = \frac{\xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1].$$

$K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta}}$, $E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta} d\theta$ - полные эллиптические интегралы 1 и 2 рода; $t = 2b/(a+b)$;

$$K(t) = \sum_{i=0}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=0}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t}$$

$$E(t) = 1 + \sum_{i=1}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=1}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t}; c_i, d_i \text{ взяты из таблицы 3.1.}$$

Таблица 3.1

$K(t)$		$E(t)$	
$c_0=1,38629436112$	$d_0=0.5$		
$c_1=0,09666344259$	$d_1=0,12498593597$	$c_1=0,44325141463$	$d_1=0,24998368310$
$c_2=0,03590092383$	$d_2=0,06880248576$	$c_2=0,06260601220$	$d_2=0,09200180037$
$c_3=0,03742563713$	$d_3=0.03328355346$	$c_3=0,04757383546$	$d_3=0.04069697526$
$c_4=0,01451196212$	$d_4=0,00441787012$	$c_4=0,01736506451$	$d_4=0,00526449639$

2.2. Моделирование циркуляционных течений в замкнутом помещении

Моделированию воздушных течений в помещениях посвящены сотни научных трудов. Исследования выполнялись, в основном, конечно-разностными методами решения уравнений гидроаэродинамики. Актуальность и необходимость моделирования воздушных течений в замкнутом помещении связана не только с необходимостью определения наиболее рациональной общеобменной схемы вентиляции в производственных цехах или наиболее комфортной для человека схемой естественной вентиляции в жилых (административных) комнатах, но и с необходимостью конструирования эффективных аспирационных укрытий от различных перегрузок сыпучих материалов.

Рассмотрим воздушное течение в помещении при естественной схеме вентиляции (рис.39). Прямоугольный выступ здесь – модель стола.

Как видно из расчетных картин течения, выполненных по компьютерной программе, разработанной на основе метода дискретных вихрей, вихревая область течения между столом и окном увеличивается со смещением стола от окна к стенке с естественной вытяжкой. Соответственно вихрь справа от стола уменьшается, несколько вытягиваясь вдоль стенки. Вихревая область вблизи потолка остается практически неизменной. Заметим, что вращение вихрей вблизи потолка и пола осуществляются в разных направлениях. Построенные картины линий тока могут быть использованы для выбора наиболее комфортного для человека размещения в помещении.

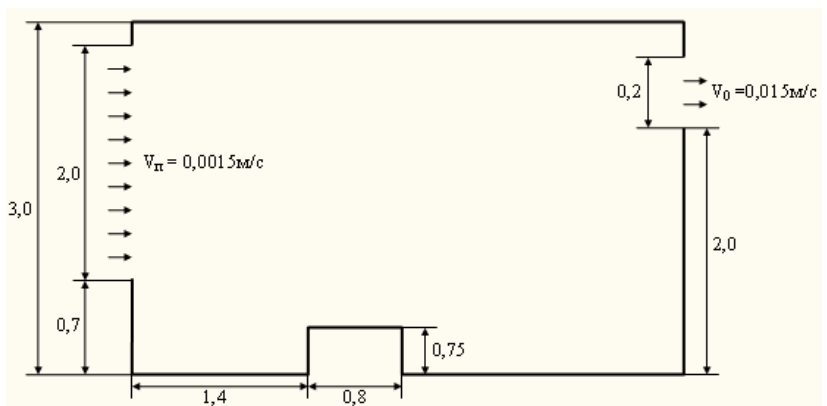


Рис.39. Схема естественной вентиляции

при инфильтрации через окно и естественной вытяжке

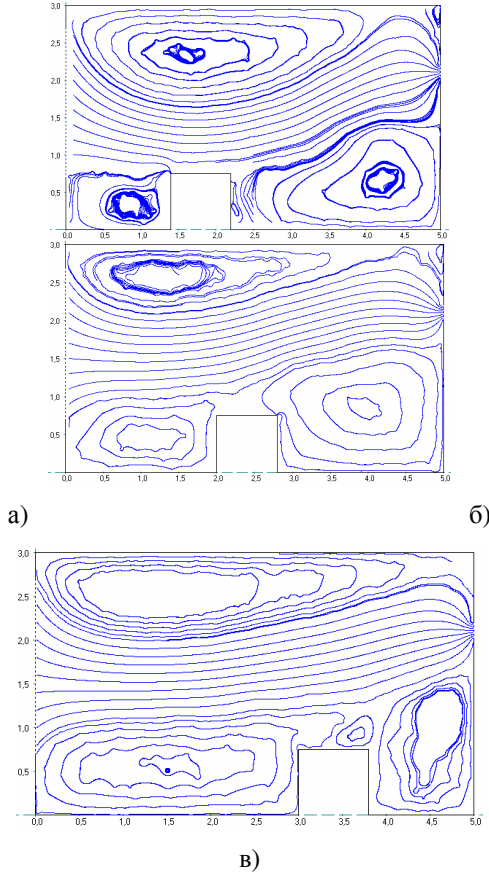


Рис.40. Циркуляция воздуха в помещении при удалении стола от окна на расстоянии 3 м и при $\Delta\tau = 33,4$; $h = 0,05$; $v_0 = 0,015$ м/с; $v_n = 0,0015$ м/с; отрыв с обеих острых кромок приточного отверстия, острых кромок прямоугольника, гладкой поверхности на потолке и полу слева и справа от стола: а) $t = 10020$; $N_S = 1793$; б) $t = 10921,8$; $N_S = 1984$; в) $t = 10420,8$; $N_S = 1488$

2.3. Расчет течений на входе в щелевидный отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве

Всасывающий проем TS (рис. 41) расположим на конечном расстоянии от входа в проем, т.е. граничное условие для скорости на бесконечности будет выполнено приближенно, что позволит в дальнейшем перейти к осесимметричной задаче. Интересующие нас параметры течения показаны на рис. 42.

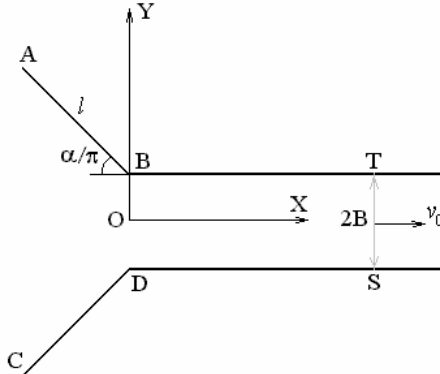


Рис. 41

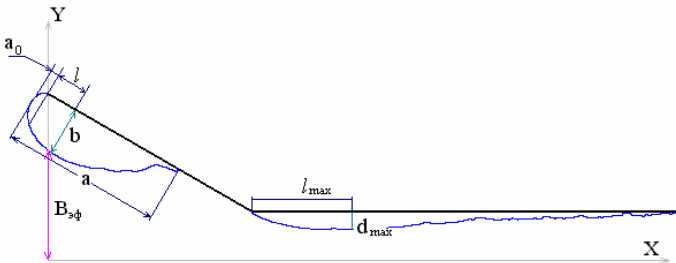


Рис. 42. Искомые параметры течения

Границу области дискретизируем расчетными $N-1$ точками и присоединенными вихрями, как показано на рис. 43. Расчетные точки расположены по середине между присоединенными вихрями. Шаг дискретности равен h (расстояние между двумя соседними присоединенными вихрями). В расчетных точках заданы значения граничной нормальной составляющей скорости. Она равна нулю всюду, кроме всасывающего проема TS, где $v_n = v_0$.

В начальный момент времени жидкость покоится во всех точках пространства. В следующий момент времени "включается" отсос в про-

еме TS и сходят вихри со всех острых кромок A, B, C, D по направлению движения потока.

Если вихрь в определенный момент времени приближается к твердой стенке на расстояние, меньшее $h/2$, то он отодвигается от нее по нормали так, чтобы расстояние до границы течения стало равным $h/2$. Если то же самое происходит с вихрем и всасывающим проемом TS, то вихрь исчезает.

В расчетах шаг дискретизации $h=0,01$; расстоянию до всасывающего отрезка

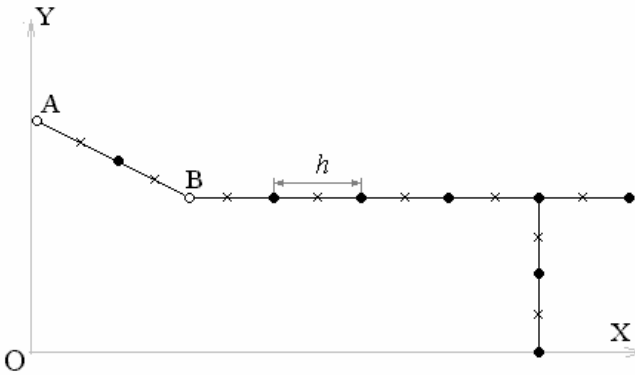


Рис. 43. Дискретизация границы области: × – расчетные точки;
• – присоединенные вихри; ○ – свободные вихри

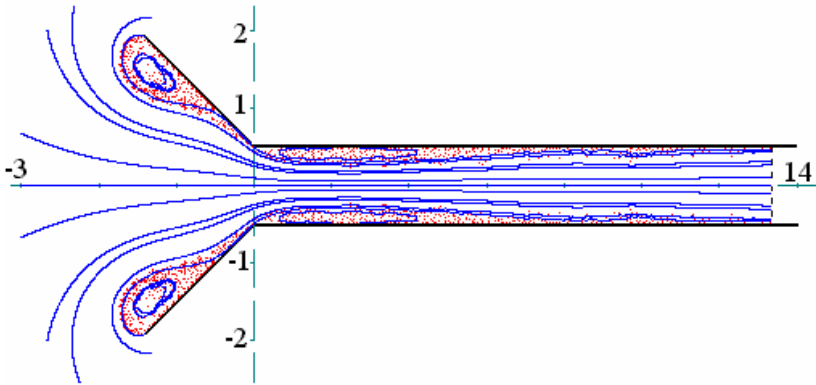


Рис. 44. Линии тока и вихревая структура течения на входе в щелевой отсос-раструб с углом раскрытия 45° и длиной в 4 калибра

TS равно 2; полуширина (калибр) отсоса – 0,15; скорость $v_0=1$. В дальнейших расчетах перейдем к безразмерным единицам. Все линейные размеры будем относить к полуширине отсоса, скорость – к v_0 . Под первой вихревой областью будем понимать область, возникающую в результате срыва потока с т. А, под второй – с т. В. Вихревые области, возникающие при срыве потока с точек С и D, симметричны вышесказанным относительно оси ОХ.

Развитие вихревой структуры во времени изображена на рис. 45.

Эффективный размер всасывания отсоса-раструба (рис. 46) увеличивается с ростом длины раструба и угла его раскрытия. Как видно из рис. 46 экспериментальные и расчетные данные демонстрируют хорошее согласование.

Исследования зависимости величины осевой скорости от длины угла наклона раструба показывает, что вблизи отсоса скорость возрастает с увеличением угла α , на дальних расстояниях имеет минимум при $\approx 45-60^\circ$ (рис. 47). Наибольшее значение осевой скорости наблюдается во всех случаях при $\alpha = 90^\circ$. Заметим, что последний факт наблюдался и в безотрывном течении [7]. Отсос с раструбом эффективней отсоса без него на расстояниях больших половины калибра (рис. 48). При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла α скорость на входе в отсос падает, однако, при удалении больше 2 калибров зависимость обратная (рис. 49).

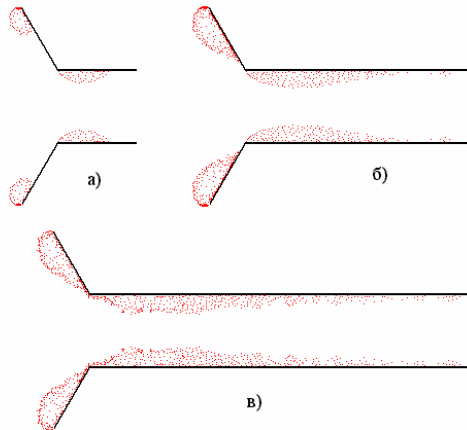


Рис. 45. Развитие вихревой структуры во времени для щелевого отсоса-раструба с $\alpha = 60^\circ$ и $d = 2$: а) $t = 0,5$; б) $t = 1,7$; в) $t = 3$;

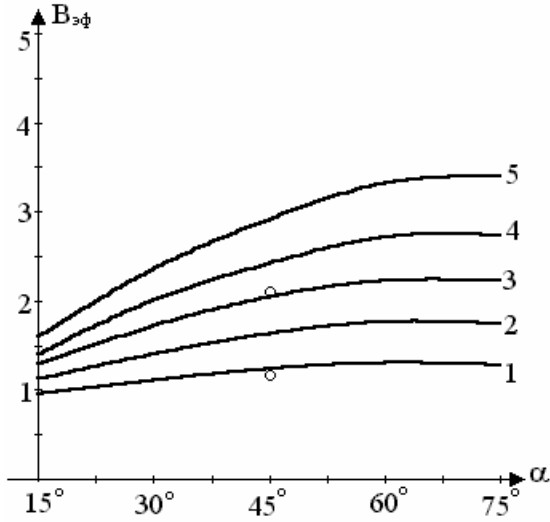


Рис. 46. Изменение эффективного размера раструба в зависимости от угла α и длины d (1, 2, ..., 5)

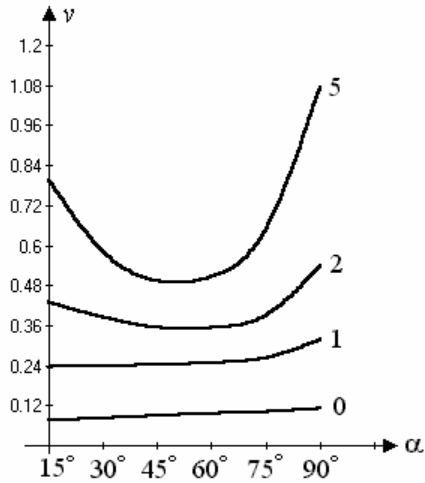


Рис. 47. Зависимость скорости от угла наклона угла α и длины $d = 3$ при разной удаленности от входа в отсос (0; 1; 2; 5)

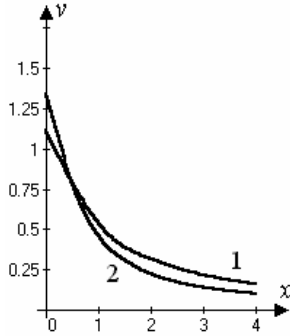


Рис. 48. Зависимость скорости от удаленности от всасывающего проема: 1 – $d = 3$, $\alpha = 90^\circ$; 2 – $d = 0$

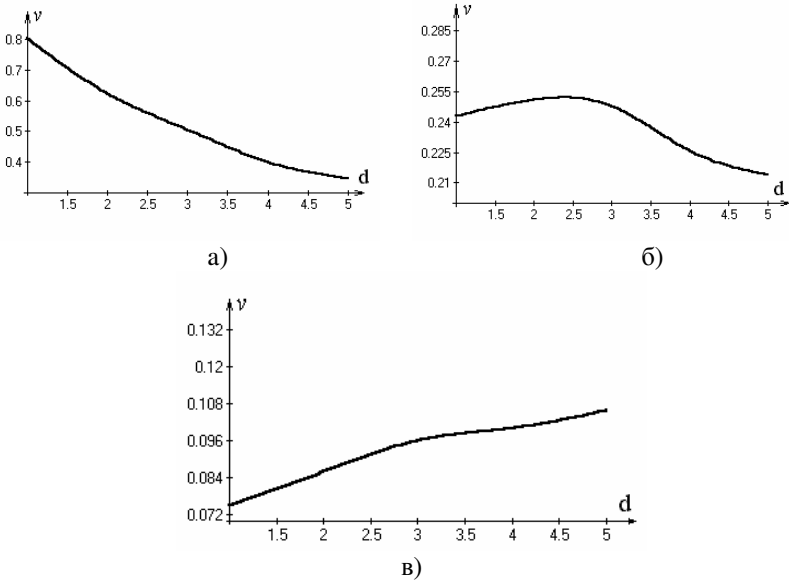


Рис. 49. Изменение величины осевой скорости при увеличении длины раструбы с углом $\alpha = 60^\circ$: а) $x = 0$; б) $x = 2$; в) $x = 5$

2.4. Расчет течения на входе в круглый отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве

Рассмотрим течение у круглого отсоса-раструба (рис. 50). В заштрихованном сечении в каждой точке скорость одинакова и равна u_0 . Предполагаем, что течение идеальное и несжимаемое. Построение алгоритма расчета будем производить согласно идеям метода дискретных вихрей.

Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ жидкость покоится во всем пространстве. На твердой границе раструба нормальная составляющая скорости в каждый момент времени $v_n = 0$, в заштрихованном сечении $v_n = v_0$ при $\vec{n} = \{1, 0\}$. С острых круговых кромок A и B в каждый расчетный момент времени $t > 0$ сходят бесконечно тонкие вихревые кольца, которые затем воздушным потоком сносятся внутрь раструба. Достигая заштрихованного сечения (всасывающего сечения) будем считать, что они исчезают. Воздействие бесконечно тонкого вихревого кольца на себя считаем нулевым.

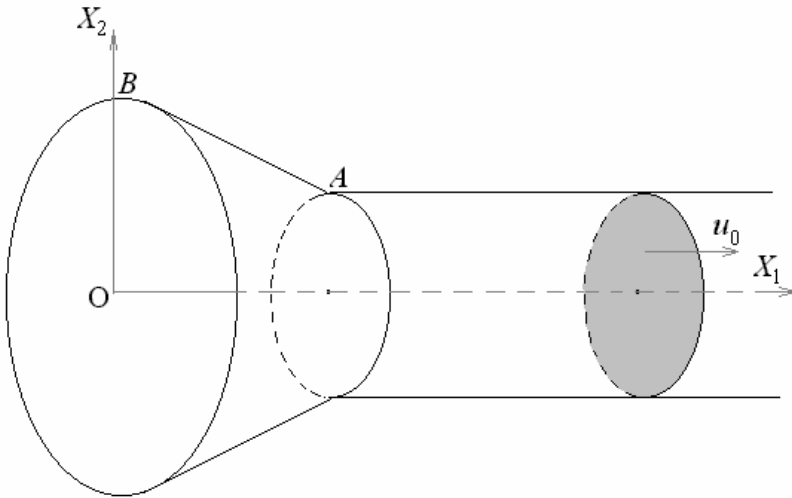


Рис. 50. Круглый отсос-раструб

Для удобства разработки алгоритма и представления результатов счета изобразим круговой отсос-раструб в меридиональной полуплоскости рис. 51.

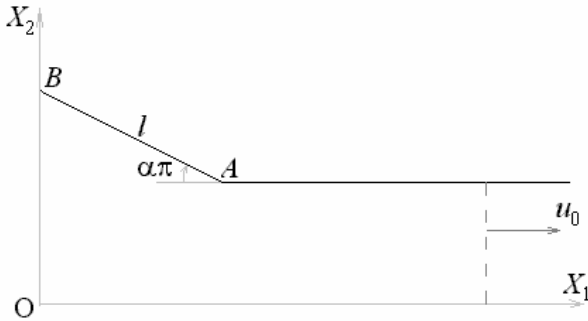


Рис. 51. Круглый отсос-раструб в меридиональной полуплоскости

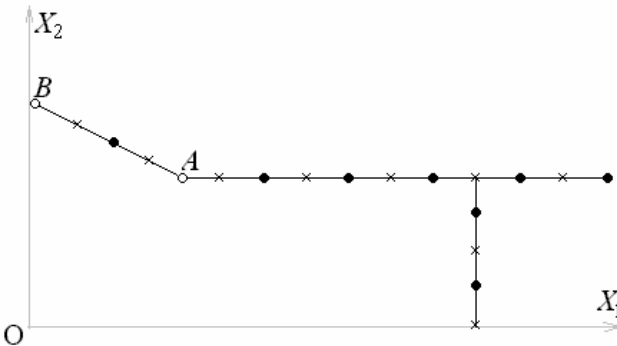


Рис. 52. Дискретизация границы области: \times - расчетные точки;
 \bullet - присоединенные вихри; \circ - свободные вихри

Расположим вихри и расчетные точки как показано на рис. 52. Расстояние между двумя соседними вихрем и расчетной точкой одинаково и равно $h/2$.

В каждый момент времени с острых кромок сходят два бесконечно тонких кольцевых вихря. Для моделирования вихревой пелены будем использовать систему "урезанных" бесконечно тонких вихревых колец без самоиндукции, корректное использование которых доказано в [1]. Это означает, что при подходе к некоторой точке вихревого кольца на расстояние меньшее шага дискретности, величина скорости в этой точке будет равна нулю.

Поскольку здесь имеется две острые кромки, то $L = 2$ в формулах (2.3, 2.4), где функция G вычисляется по формуле (38).

Качественно картина течения в осесимметричной задаче аналогична плоской. Однако, скорость воздуха, индицируемая круглым отсосом-

раструбом (в пространстве), существенно меньше, чем – щелевым (в плоскости). Как следствие, меньше параметры вихревой области течения (рис. 53). По найденным параметрам первой вихревой области определяется ее очертание по той же формуле (55) и рис.53. Отметим немного завышенные значения осевой скорости (рис. 54), рассчитанные по разработанной компьютерной программе, относительно экспериментов (рис. 55). При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла его раскрытия, величина осевой скорости падает на удалении до 5 калибров, на большем удалении (рис. 56) – возрастает.

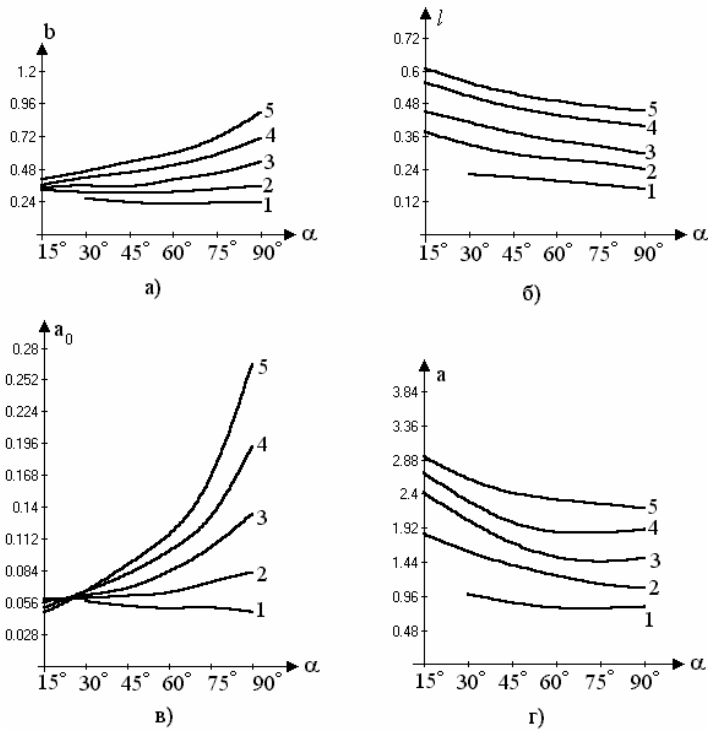


Рис. 53. Параметры первой вихревой области на входе в круглый отсос-раструб (1, 2, ..., 5 – длины раструба)

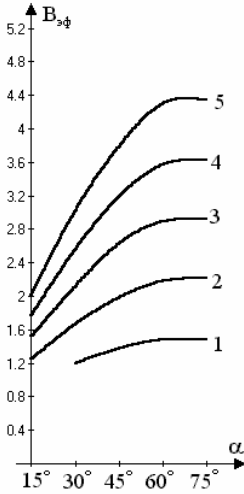


Рис. 54. Зависимость эффективного размера круглого отсоса-раструба с углом $\alpha = 60^\circ$ и разными длинами раструба (1, 2, ..., 5)

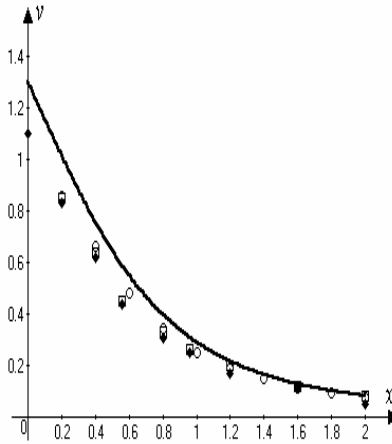


Рис. 55. Изменение величины осевой скорости воздуха у круглого отсоса без раструба

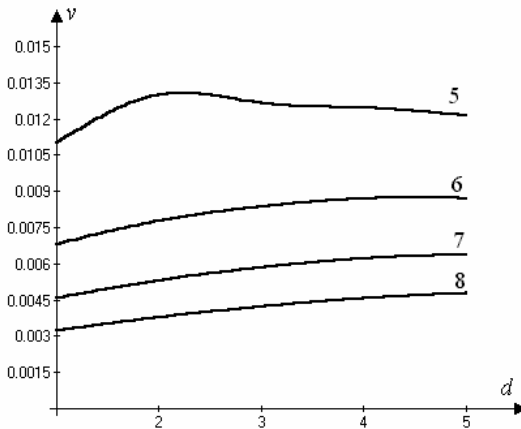


Рис. 56. Изменение величины осевой скорости у круглого отсоса-раструба с углом $\alpha = 60^\circ$ в зависимости от длины раструба и разной удаленности (5, 6, 7, 8 калибров) от всасывающего отверстия

2.5. Расчет течения у круглого отсоса-раструба, экранированного приточной кольцевой турбулентной струей

В ряде экспериментальных исследований показана целесообразность аэродинамического экранирования местных отсосов закрученной кольцевой струей. Дальнобойность всасывающего факела (скорость воздуха в характерных точках) в этом случае может быть повышена в 2-3 раза. Однако, исследования воздушных течений у местного отсоса проводились над непроницаемой плоскостью. Такая непроницаемая плоскость (механический экран), очевидно, вызывает большее влияние на скорость подтекающего к отсосу воздуха, чем закрученная кольцевая струя (аэродинамический экран).

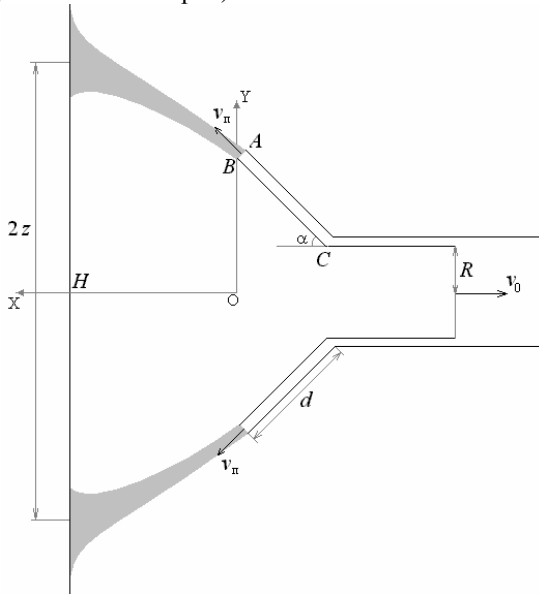


Рис. 57. Круглый отсос-раструб, экранированный кольцевой приточной струей, над непроницаемой плоскостью.

В качестве аэродинамического экрана используется прямооточная кольцевая струя, поскольку, при натекании ее на непроницаемую плоскость возникает большая скорость возвратного течения воздуха, чем при использовании закрученной струи, которая, кроме этого, способствует выбросу из зоны локализации пылевых частиц за счет центробежных сил.

Исследуем течение при фиксированной скорости отсоса v_0 и переменной скорости истечения приточной кольцевой струи v_n ; различных углах α и длинах раструба d . Интересуют такие α и d , при которых возвратное течение (рис. 57) имеет наибольшую величину осевой скорости.

Решать задачу будем в осесимметричной постановке на основе метода дискретных вихрей. Граница дискретизируется системой бесконечно тонких вихревых колец, между которыми посередине находятся расчетные точки (кольца), где задаются граничные условия: на твердых стенках - условие непроницаемости, в приточных и вытяжных отверстиях соответствующие величины нормальной составляющей скорости. В каждый момент времени с острых кромок (т. A, B, C) сходятся три кольцевых вихря.

Во всех расчетах шаг дискретности (расстояние между соседними расчетной точкой и присоединенным вихрем) $h = 0,01$ м; шаг по времени $\Delta t = h/v_n$ при $v_n \geq 1$ м/с и $\Delta t = h$ при $v_n < 1$; $R = 0,15$ м; толщина стенок - $0,02$ м.

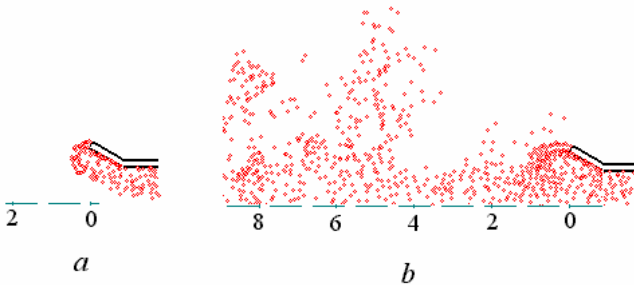


Рис. 58. Вихревая структура течения у экранированного отсоса-раструба в неограниченном пространстве: *a*) приточная струя полностью улавливается отсосом; *b*) приточная струя разделяется на две.

Поскольку задача решается в нестационарной постановке, то рассчитываемые величины усреднялись по времени.

Рассмотрим вначале течение у аэродинамически экранированного местного отсоса, расположенного в неограниченном пространстве. Здесь имеем две характерные картины течения (рис. 58). Первая - истекающая кольцевая струя полностью улавливается отсосом; вторая - одна часть воздушного потока улавливается отсосом, другая достаточно быстро смыкается и далее развивается по закону турбулентной струи. На рис. 59 представлена зависимость наибольшей величины безразмерной ско-

рости приточной струи $v_n^{\max} = v_n / v_0$, при которой она полностью улавливается отсосом, от длины и угла наклона раструба. Здесь не удалось найти геометрические и кинематические параметры, при которых скорость подтекания воздуха к отсосу увеличивается за счет экранирующего эффекта приточной струи. Сравнение в последнем случае производилось между аэродинамически экранированным отсосом и отсосом с "отключенной" приточной струей. Расходы перерабатываемого воздуха были одинаковы, т.е. расход отсасываемого воздуха во втором случае был равен сумме расходов истекающего и отсасываемого воздуха для аэродинамически экранированного отсоса.

Наибольший интерес для практических задач имеет случай наличия механического экрана, т.к. местный отсос всегда располагается над элементами, выделяющего загрязняющие вещества технологического оборудования. Характерные картины течения в случае расположения отсоса над неограниченной плоскостью изображены на рис. 60.

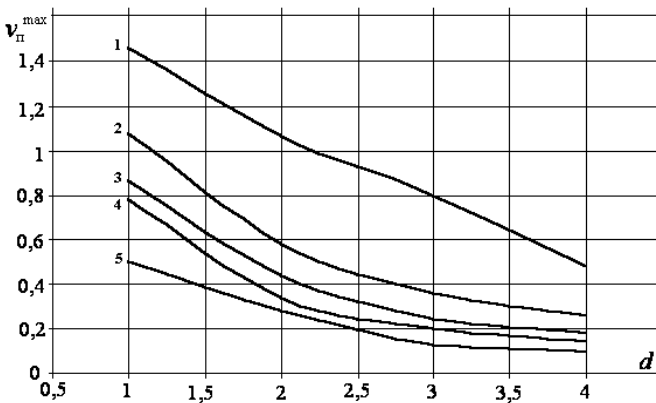


Рис. 59. Зависимость v_n^{\max} от длины раструба d при различных углах α : 1 - 30° ; 2 - 45° ; 3 - 60° ; 4 - 75° ; 5 - 90° .

При "отключенной" приточной струе (рис. 60a) параметры вихревой области близки к исследованным ранее для отсосов-раструбов с бесконечно-тонкими стенками. С включением приточной струи вихревая область расширяется (рис. 60b) и при определенной скорости v_n струя разделяется на две части: улавливаемая отсосом и растекающаяся по непроницаемой плоскости (рис. 60c). Наибольший для практики интерес представляет случай (рис. 60d), когда струя разделяется на две в месте натекания ее на плоскость. Осевая скорость течения в определенных точках воз-

растает в несколько десятков раз (рис. 61), что способствует эффективной локализации загрязняющих веществ, образующихся в данной области. Наибольший эффект достигается при наклоне раструба в 30° . Изменение осевой скорости для этого случая при разных длинах раструба и удалении от непроницаемой плоскости показана на рис. 62.

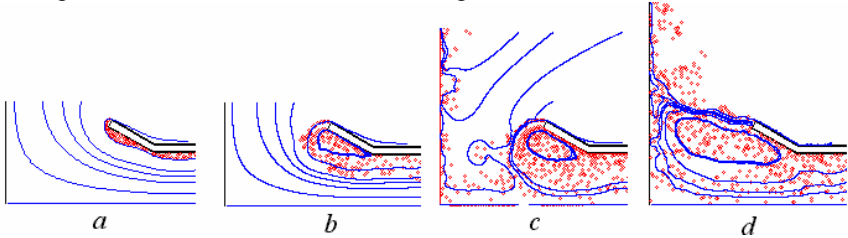


Рис. 60. Вихревая структура течения и линии тока у экранированного местного отсоса при $\alpha = 30^\circ$, $d = 1$, $H = 2$: а) $v_n = 0$; б) $v_n = 1$; в) $v_n = 2$; д) $v_n = 4$.

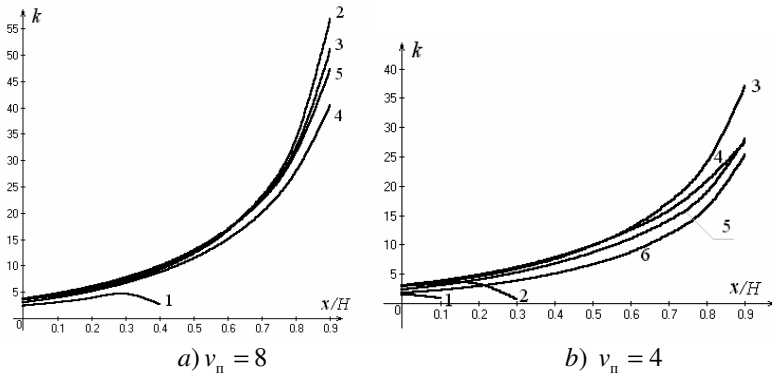


Рис. 61. Изменение величины $k = v_{nx} / v_{cx}$ при удалении от входа в раструб (v_{nx} - осевая скорость воздуха при действии приточных струй и отсоса, v_{cx} - осевая скорость без аэродинамического экранирования при расходе отсасываемого воздуха равному сумме расходов приточной струи и отсоса при наличии экранирующей струи): 1 - $\alpha = 0^\circ$; 2 - $\alpha = 15^\circ$; 3 - $\alpha = 30^\circ$; 4 - $\alpha = 45^\circ$; 5 - $\alpha = 60^\circ$; 6 - $\alpha = 75^\circ$.

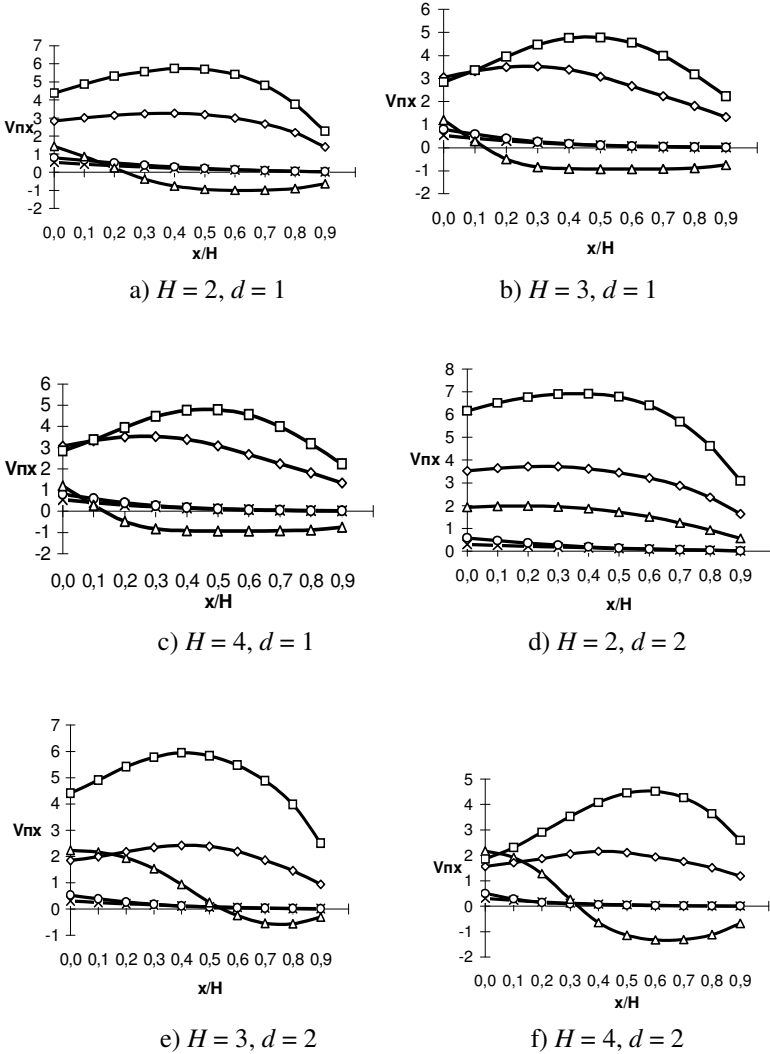


Рис. 62. Изменение осевой скорости при удалении от входа в раструб, установленным под углом $\alpha = 30^\circ$:

\times $v_n = 0$; \square $v_n = 1$; \triangle $v_n = 2$; \diamond $v_n = 4$; \square $v_n = 8$.

3. Вычислительный эксперимент на основе комбинации методов граничных интегральных уравнений и дискретных вихрей.

Рассмотрим многосвязную область течения идеальной несжимаемой жидкости, содержащую L вращающихся цилиндров, из которых может отсасываться газ. По границе области задана изменяющаяся во времени нормальная составляющая скорости. Необходимо определить поле скоростей внутри области в произвольный момент времени.

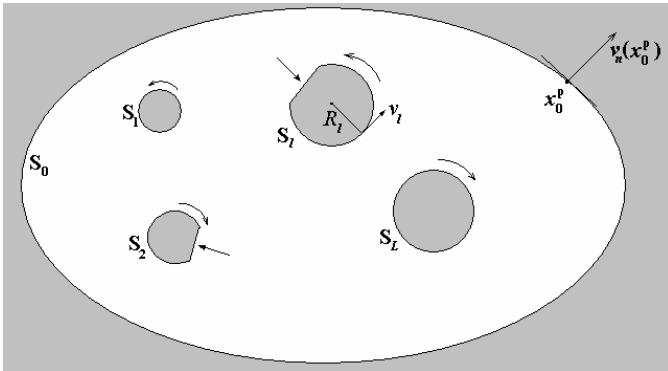


Рис. 63. Область течения с вращающимися цилиндрами, из которых может отсасываться газ

Рассмотрим начальный момент времени $t = 0$. Границу S_0 (рис.63) дискретизируем набором контрольных точек, между которыми по центру расположим вихри. Границы цилиндров S_1, S_2, \dots, S_L разбиваются набором прямолинейных отрезков, по которым непрерывным образом расположены источники (стоки). По каждому из отрезков интенсивность источников (стоков) считается постоянной. Цилиндры радиусами R_l вращаются со скоростями v_l , где $l = 1, 2, \dots, L$. Для того чтобы учесть влияние на произвольную внутреннюю точку x газового потока, индуцированного вращением этих цилиндров, расположим в их центрах вихри с циркуляциями $\Gamma_0^l = 2\pi R_l v_l$.

Интегрируя действия всех источников (стоков), суммируя влияния присоединенных вихрей (расположенных на границе S_0) и вихрей расположенных в центрах цилиндров получим следующее выражение для определения скорости течения $v_n(x)$ в произвольной внутренней точке области $x(x_1, x_2)$ вдоль заданного единичного вектора $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^N F(x, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x, \xi^l) \Gamma(\xi^l), \quad (68)$$

где

$$F(x, \xi^i) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta S_i} \frac{(x_1 - \xi_1) n_1 + (x_2 - \xi_2) n_2}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2} dS(\xi); \quad (69)$$

$\xi^i (\xi_1, \xi_2)$ – произвольная точка отрезка ΔS_i , по которому непрерывным образом расположены источники (стоки); $G(x, \xi)$ определяется по формуле (2.1); ξ^k – точка расположения k -го присоединенного вихря (ξ^k) либо центров цилиндров (ξ^l). Устремляя x к граничной точке x_0^p вдоль направления внешней нормали получим дискретный аналог граничного интегрального уравнения для определения неизвестных интенсивностей источников (стоков) $q(\xi^i)$ и циркуляций $\Gamma(\xi^k)$:

$$v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l),$$

где x_0^p – середина p -го отрезка границ S_1, S_2, \dots, S_n цилиндров либо p -я контрольная точка границы S_0 . При $x_0^p = \xi^i$ величина $F(x_0^p, \xi^i) = -1/2$. Если $x_0^p = \xi^k$ элемент матрицы $G(x_0^p, \xi^k) = 0$ (сам на себя вихрь влияние не оказывает).

Обозначая $F(x_0^p, \xi^i) = F^{pi}$; $v_n(x_0^p) = v^p$; $q(\xi^k) = q^k$; $G(x_0^p, \xi^k) = G^{pk}$; $\Gamma(\xi^k) = \Gamma^k$; добавляя условие неизменности циркуляции; вводя регуляризующую переменную Λ И.К.Лифанова и изменяя p от 1 до $N+M$, получим $N+M+1$ линейных алгебраических уравнений с $N+M+1$ неизвестными $q^1, q^2, \dots, q^N, \Gamma^1, \Gamma^2, \dots, \Gamma^M, \Lambda$:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases} \quad (70)$$

Решив систему (70) определим в начальный момент времени $t = 0$ распределение интенсивностей источников (стоков) q^i и циркуляций присоединенный вихрей Γ^k .

В следующий момент времени с острых кромок и гладкой поверхности происходит отрыв свободных вихрей. В момент времени $t = \tau\Delta t$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases} \quad (71)$$

где Γ^{ab} – циркуляция свободного вихря сошедшего в момент времени a с b -й точки отрыва вихревой пелены; функция G^{pab} вычисляется по формуле (30), где в качестве (x_1, x_2) используется координата точки x_0^p в текущий момент времени, (ξ_1, ξ_2) – точка, в которой находится свободных вихрь циркуляции Γ^{ab} ; B – количество точек отрыва вихревой пелены.

В следующий момент времени происходит сход новых свободных вихрей со всех B точек отрыва. Определяется новое положение всех свободных вихрей, находящихся в потоке по формуле (36).

Составляющие скорости, также как и скорость в любой интересующей нас точке вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определяются из выражения:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l, \quad (72)$$

где в формулах для определения функций F и G вместо (x_1, x_2) подставляются координаты этой точки.

Заметим, что поскольку цилиндры–отсосы вращаются, то граничные условия изменяются с течением времени. Поэтому даже в случае отсутствия схода свободных вихрей интенсивности источников (стоков) и циркуляции присоединенных вихрей изменяются на каждом расчетном шаге. Наблюдается пульсирующее аэродинамическое поле.

3.1. Метод прогнозирования дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей в аспирируемом местными отсосами воздухе

Пусть известны концентрация C [кг/м³] пыли в газе, поступающем из приточного отверстия шириной a и глубиной l м, дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций (табл. 3.5), скорость газа в приточном отверстии v_n .

Таблица 3.5.

Дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций

Границы фракций	$d_{1н} - d_{1в}$	$d_{2н} - d_{2в}$...	$d_{iн} - d_{iв}$...	$d_{nн} - d_{nв}$
Доли	l_1	l_2	...	l_i	...	l_n

Примечание: $\sum_{i=1}^n l_i = 1$.

Необходимо найти дисперсный состав и концентрацию пыли в газовом потоке, удаляемом вытяжным отверстием.

На основе дисперсного состава составляется функция P распределения диаметров пылевых частиц. Эта функция имеет ступенчатый вид (рис.64). Площадь каждого прямоугольника равна доле соответствующей фракции.

Приточное отверстие разбиваем на k одинаковых частей и в каждый момент времени генерируем k случайных чисел (диаметров), распределенных по закону, заданному функцией P . Таким образом, в каждый модельный момент времени в укрытие поступает k пылевых частиц. Необходимо найти шаг по времени Δt такой, чтобы концентрация пылевых частиц, поступающих в укрытие, равнялась заданной концентрации C .

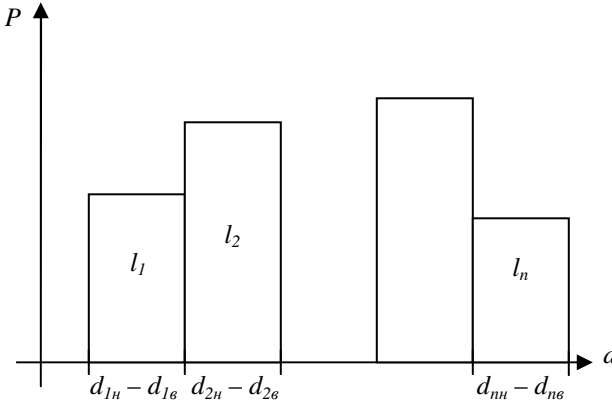


Рис. 64. Функция распределения диаметров пылевых частиц

Масса пыли, поступившей в рассматриваемую область за время Δt :

$$C_{\Delta t} = km_{cp} = Cv_n a \Delta t,$$

где средняя масса пылевой частицы, в соответствии с функцией распределения P :

$$m_{cp} = \sum_{i=1}^n \int_{d_{in}}^{d_{is}} \frac{\pi x^3 l_i}{6(d_{is} - d_{in})} \rho dx = \frac{\pi \rho}{24} \sum_{i=1}^n l_i (d_{is} + d_{in})(d_{is}^2 + d_{in}^2). \quad (73)$$

Откуда шаг по времени:

$$\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 Cv_n a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{is} + d_{in})(d_{is}^2 + d_{in}^2). \quad (74)$$

Для вычисления концентрации пыли в вытяжном отверстии выбирается число n моментом времени поступления в область набора из k пылевых частиц. Осуществляется моделирование движения $n \cdot k$ частиц до тех пор, пока они все не осядут, либо не будут уловлены отсосом. В процессе моделирования рассчитывается m_o - суммарная масса частиц,

попавших в отсос. Выходная концентрация при этом: $C_o = \frac{m_o}{V}$, где

$$V = v_n \cdot a \cdot \Delta t \cdot n.$$

В процессе моделирования запоминаются диаметры пылевых частиц уловленных отсосом, и определяется процентный состав пылевых фракций в отсасываемом воздухе.

Реальная получающаяся концентрация пыли в приточном воздухе отличается от заданной вследствие дискретности модели. Для определения реальной входной концентрации C_r вычисляется m_r – суммарная масса $n \cdot k$ частиц, поступивших в укрытие из приточного отверстия и соответственно $C_r = m_r / V$. При увеличении количества частиц $n \cdot k$ концентрация C_r приближается к C с любой заданной точностью.

Моделирование движения пылевых частиц осуществляется на основании интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения движения по формулам (65 - 67).

3.2. Исследование поведения пылевой аэрозоли в пульсирующем аэродинамическом поле аспирационного укрытия

Пусть аспирационное укрытие содержит вращающийся цилиндрический отсос (рис. 65).

Входные данные для расчета: скорость в отсосе $v_0 = 3$ м/с ; скорость в приточном отверстии $v_{\pi} = 1$ м/с ; высота укрытия $h = 0,7$ м; ширина укрытия $H = 1$ м; глубина укрытия – 1 м; расстояние между приточным отверстием и левой стенкой $e = 0,05$ м; радиус цилиндра $R = 0,1$ м; ширина приточного отверстия $a = 0,3$ м; ширина отсоса $b = 0,1$ м; плотность пылевых частиц $\rho_1 = 3500$ кг/м³; коэффициент динамической вязкости воздуха $\mu = 0,000178$ Па·сек; коэффициент динамической формы пылевых частиц $\chi = 1$; коэффициент восстановления пылевой частицы при ударе $k = 0,5$; коэффициент трения скольжения пылевой частицы $f = 0,5$. Количество пылевых частиц в каждый из 200 моментов времени их поступления в укрытие – 20. Доли частиц по фракциям представлены в табл.3.6. Заданная концентрация пылевых частиц в приточном воздухе: $30 \cdot 10^{-6}$ кг/м³.

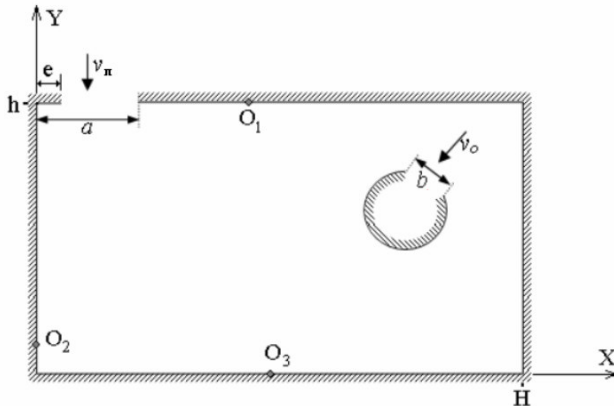


Рис. 65. Область течения с вращающимся цилиндром-отсосом

Таблица 3.6.

Дисперсный состав пыли в приточном воздухе

Границы фракций, мкм	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110
Доли	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

При моделировании учитывались 3 точки отрыва вихревой пленки O_1, O_2, O_3 (рис. 65); расстояние между присоединенными вихрями $h = 0,05$; шаг по времени для аэродинамического расчета $\Delta t = h$, вращение цилиндра-отсоса против часовой стрелки.

Пылевые частицы вначале движутся общим потоком (рис. 65) вниз, затем начинают смещаться в сторону цилиндра-отсоса, более крупные частицы оседают, более легкие вращаются вокруг цилиндра, постепенно им улавливаясь. Заметим, что при скоростях вращения 4–8 м/с вращение пылевых частиц наблюдаются длительное время при неизменной ситуации (и не улавливаются, и не осаждаются). В этом случае расчет прекращался, считалось, что такие пылевые частицы коагулируют и в конце концов осаждаются на дно укрытия.

При неподвижном цилиндре-отсосе, подтекание пылевого облака происходит с разных сторон, что обусловлено полем скоростей. Концентрация аспирируемой аэрозоли даже несколько выше, чем в стандартном укрытии.

В случае вращения цилиндра линии тока имеют спиралеобразный характер, что препятствует поступлению пылевых частиц в отсос. С увеличением скорости вращения цилиндра-отсоса в любом направлении концентрация аспирируемой аэрозоли уменьшается. Для снижения пылеуноса благоприятен случай вращения против часовой стрелки, т.к. воздушный поток, индуцированный вращением цилиндра, направлен в сторону совпадающую с силой тяжести пылевых частиц на начальном участке их движения (слева от цилиндра-отсоса). При уменьшении высоты цилиндра-отсоса концентрация пылевой аэрозоли в аспирируемом воздухе уменьшается. Наименьший унос пылевых частиц в аспирационную сеть наблюдается при расположении центра цилиндра-отсоса в т.С(0,45;0,35). Снижение концентрации и смещение дисперсного состава в сторону мелких частиц происходит также при уменьшении радиуса цилиндра R и ширины всасывающей щели b .

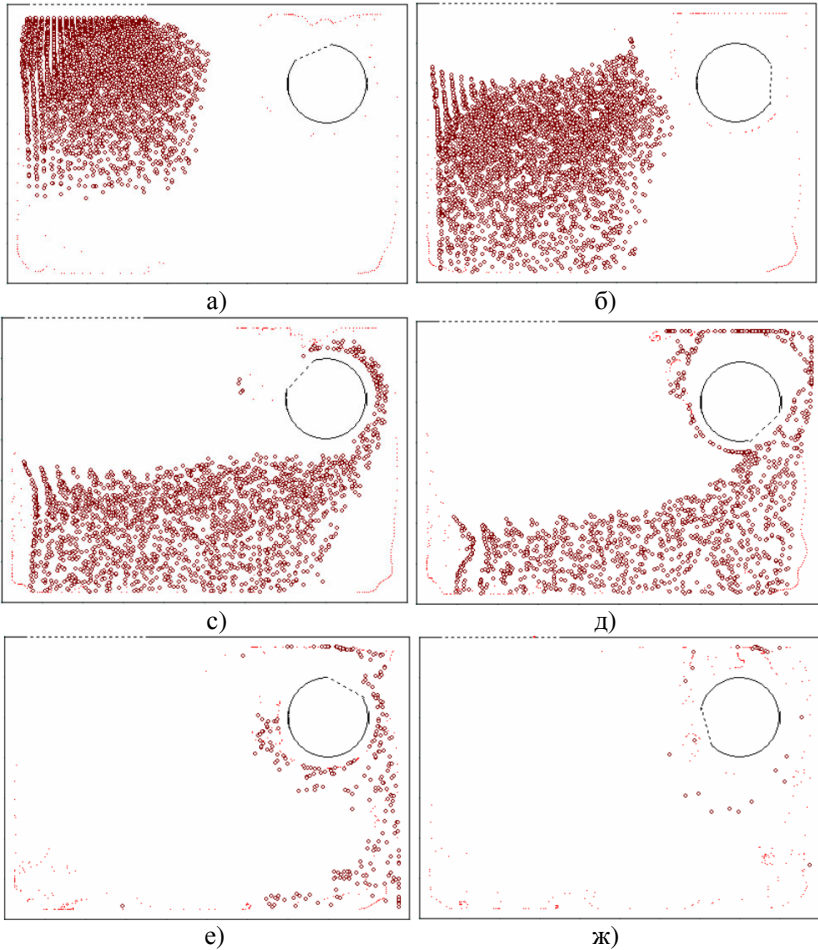


Рис. 66. Поведение пылевого облака с течением времени при скорости вращения цилиндра 2 м/с и координат (0,8; 0,5) центра цилиндра-отсоса (точки – свободные вихри, кружочки – пылевые частицы)

При конструировании аспирационных укрытий с функцией пылеосадительной камеры предлагается:

- использовать вращающийся против часовой стрелки цилиндр-отсос;
- линейная скорость вращения должна быть высокой, но не способствующей повышению уровня шума;

– радиус цилиндра и ширину всасывающей щели следует выбирать как можно меньшими, но так, чтобы скорость воздуха в щели не превышала 20 м/с;

– положение цилиндра-отсоса по вертикали выбирается приблизительно по центру укрытия, по горизонтали – справа от приточного отверстия, и как можно ближе к нему, но так, чтобы он не мешал технологическому процессу.

4. Описание компьютерных программ

4.1. Программа расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом

Главное окно программы показано на рис. 4.1. Здесь приведен пример вихревой структуры и линий тока. Вихри отображаются красными точками, линии тока имеют синий цвет.

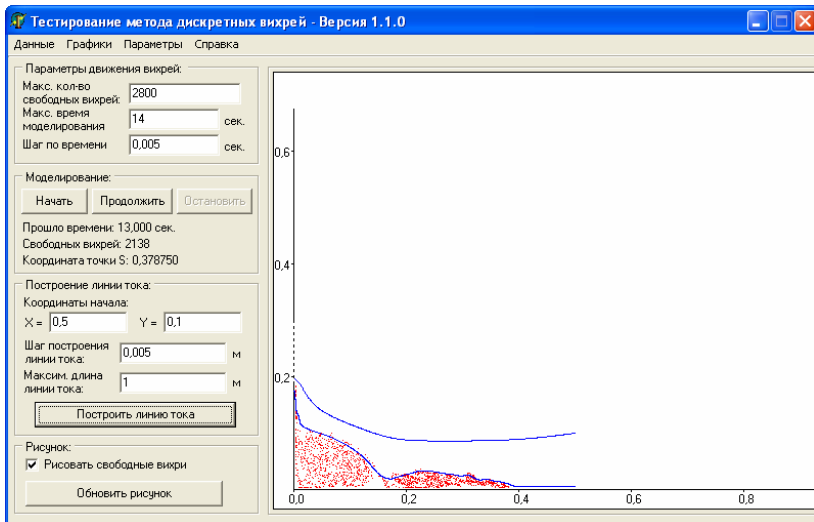


Рис.67. Главное окно программы

Главное окно позволяет задать параметры движения вихрей: максимальное количество свободных вихрей, максимальное время моделирования, шаг по времени. Здесь же можно управлять моделированием движения свободных вихрей. Имеются кнопки для запуска моделирова-

ния (кнопка «Начать»), его остановки (кнопка «Остановить») и продолжения (кнопка «Продолжить»).

Для отслеживания процесса моделирования отображаются: текущее модельное время, текущее количество свободных вихрей, текущая координата точки отрыва S .

Можно строить линии тока, задавая координаты начала, шаг построения и максимальную длину линии тока.

Все параметры моделирования на текущий момент времени (вихревую структуру, шаг по времени и т.п.) можно сохранить в файл. Для этого в меню «Данные» имеется кнопка «Сохранить». Сохраненные данные можно загрузить (пункт «Загрузить» в меню «Данные») для дальнейшего моделирования.

Можно задавать дополнительные параметры расчета в меню «Параметры». Геометрические параметры задаются выбором пункта меню «Конфигурация области». При этом появляется окно, показанное на рис. 68. Как видно, здесь можно задать шаг дискретизации, длины отрезков, составляющих область, и скорость воздуха в отсеке.

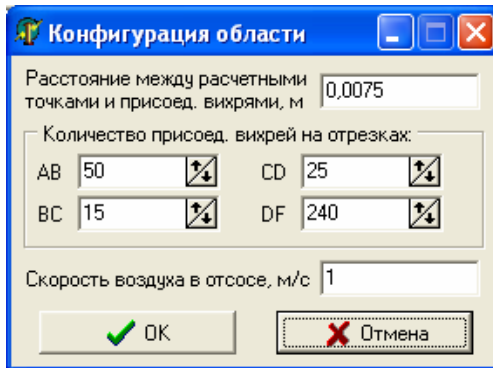


Рис. 68. Определение конфигурации области

Параметры расчета координат точки отрыва S задаются при выборе пункта меню «Параметры точки отрыва» (рис. 69). В данной программе поведение точки отрыва исследовалось, поэтому предлагался достаточно большой набор параметров. Перемещение точки отрыва можно было ограничить максимальной абсциссой. Абсциссу точки отрыва можно было брать посередине между двумя соседними вихрями или соседними расчетными точками. Каждый новый свободный вихрь можно было по-

мещать на расстоянии $h/2$ от точки отрыва вдоль нормали к границе, либо вдоль вектора скорости в точке отрыва.

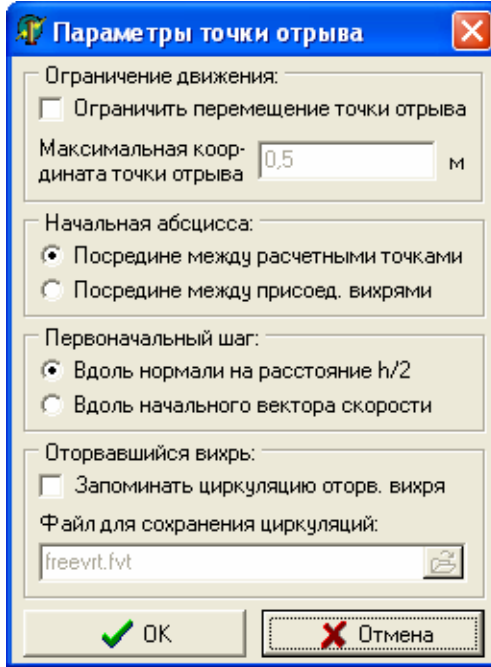


Рис. 69. Параметры расчета точки отрыва

Можно рассчитывать продольные и поперечные пульсации скорости в заданных точках. Параметры расчета пульсаций задаются в меню «Параметры» при выборе пункта меню «Пульсации». В появившемся окне (рис.70) можно задать набор точек, в которых будет выполняться расчет, и указать файл, в который будет сохраняться изменение скоростей во времени.

Сохраненные в файл пульсации можно просматривать на графике (меню «Графики», пункт меню «Пульсации»). Пример показан на рис. 71 График просматривается отдельно для каждой точки, в которой производился расчет. Также вычисляются средние значения продольной и поперечной составляющей скорости и среднеквадратичные значения продольной и поперечной пульсаций.

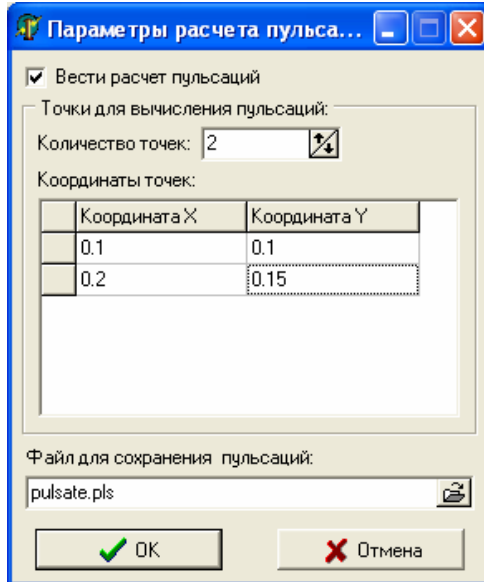


Рис. 70. Параметры расчета пульсаций скорости

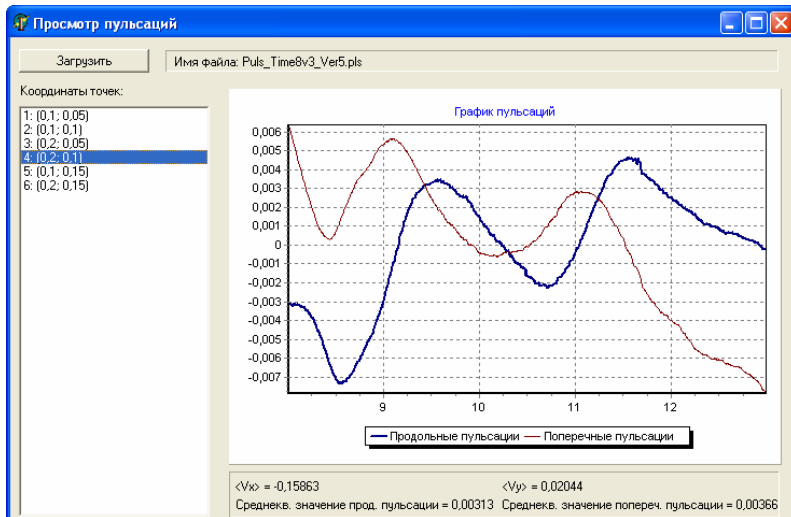


Рис. 71. Просмотр графиков пульсаций скорости

4.2. Программа расчета течения у щелевидного отсоса в пространстве

Главное окно программы показано на рис. 72. Оно аналогично главному окну программы, описанной в разделе 4.1.

Для свободных вихрей задавался дополнительно способ их движения: параллельно, последовательно и симметрично. Способ движения определяет алгоритм, по которому будут двигаться вихри: с сохранением симметрии или без сохранения. Сохранить симметрию не удастся из-за погрешности вычислений, если моделировать движение верхней и нижней вихревой структуры. При симметричном способе моделируется только верхняя структура, а нижняя просто симметрично отображается.

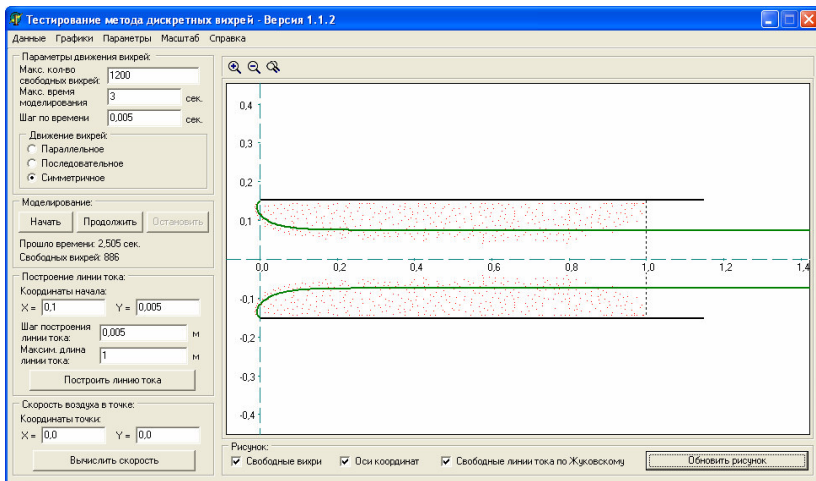


Рис. 72. Главное окно программы

Кроме линий тока (см. п. 4.1), можно также вычислять скорость воздуха в заданной точке.

Также расширены графические возможности программы по сравнению с программой из п. 4.1. Можно масштабировать изображение и отображать оси координат. Для контроля расчета можно отображать линии отрыва, построенные аналитически по методу Жуковского (отображаются зеленым цветом).

Окно для задания геометрических параметров показано на рис. 73. Здесь задается шаг дискретизации, количество расчетных точек, полуширина отсоса, абсцисса всасывающего отрезка и скорость воздуха в отсосе.

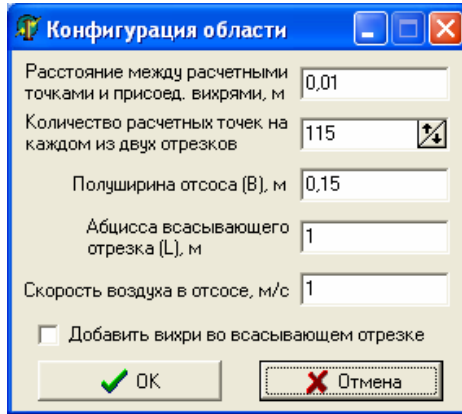


Рис. 73. Определение конфигурации области

Остальные возможности аналогичны программе из п. 4.1: имеются возможности сохранения параметров расчета, вычисления пульсаций скорости и изменения циркуляции срывающихся вихрей.

4.3. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны программе, описанной в предыдущем разделе, за исключением того, что геометрия области другая (рис. 74).

Добавлена возможность расчета параметров вихревых областей, возникающих на входе в отсосы-раструбы. При выборе в меню «Информация» пункта «Параметры вихревой области» появляется окно, показанное на рис. 75. В нем отображается верхняя половина области с вихревой структурой течения.

Задача состояла в том, чтобы определить геометрические параметры очертаний вихревых зон: 1) «длину» первой вихревой области a ; 2) «ширину» первой вихревой области b ; 3) ширину эффективного всасывания $B_{эф}$; 4) максимальную ширину второй вихревой области d_{max} ; 5) абсциссу l_{max} , соответствующую максимальной ширине, и др.

Расчет параметров выполняется при нажатии кнопки «Расчитать параметры» и производится путем построения двух линий тока, начинающихся в местах схода свободных вихрей. Координаты начала построения линий тока можно корректировать (см. рис. 75), а также задавать шаг построения.

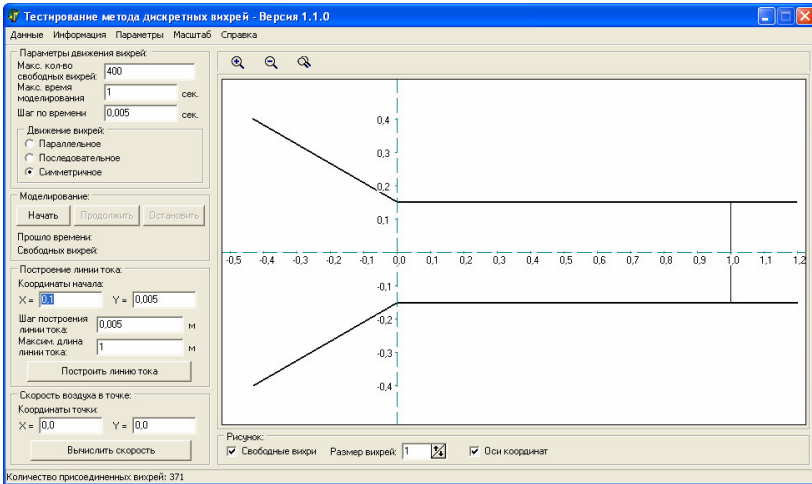


Рис. 74. Программа для расчета шелевидного отсоса-раструба

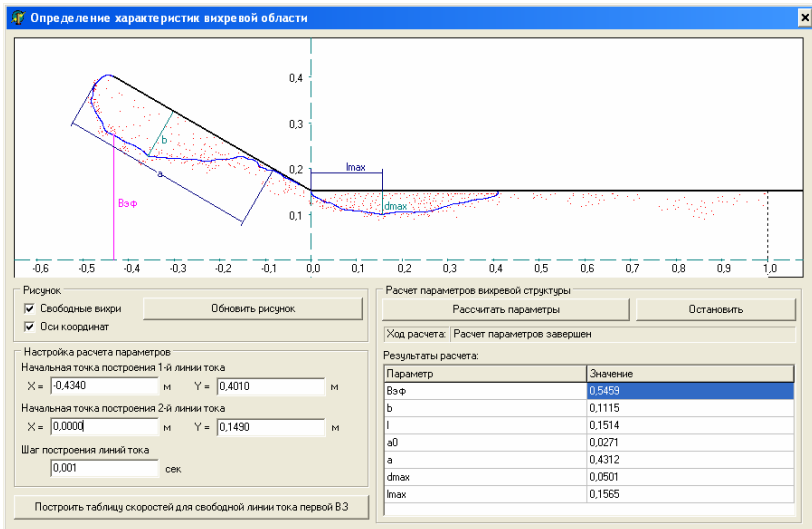


Рис. 75. Определение характеристик вихревых областей

В ходе построения вычисляются необходимые параметры, после чего они отображаются графически на области течения, а также в таблице с результатами.

4.4. Программа расчета течения у круглого отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Главное окно представлено на рис. 76. Отображается только верхняя часть области, поскольку течение для круглого раструба является осесимметричным. Соответственно алгоритм расчета модифицирован с учетом изменений в модели для осесимметричных течений.

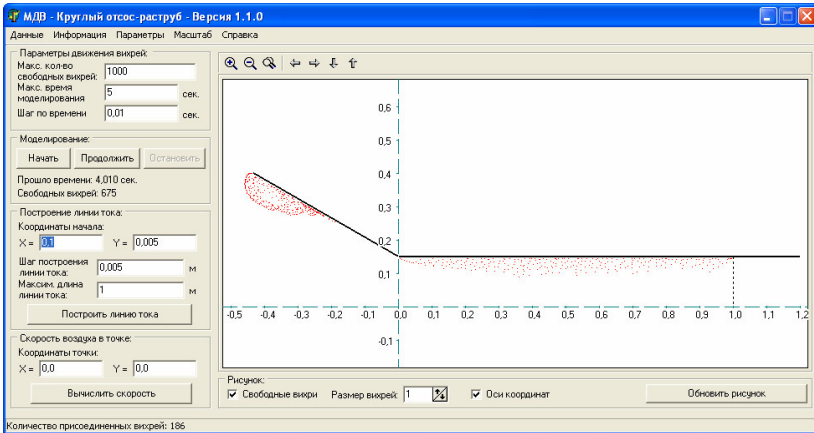


Рис. 76. Программа расчета круглого отсоса-раструба

Рис. 77. Конфигурация области течения

Геометрические параметры, задававшие конфигурацию области, показаны на рис. 77. Это шаг дискретизации, полуширина всасывающего

канала, абсцисса всасывающего отрезка, длина всасывающего канала, длина раструба (kozyрька), угол наклона раструба, скорость воздуха в отсеце.

Возможно проводить моделирование при нулевом угле наклона раструба. В этом случае получается круглый отсос-канал.

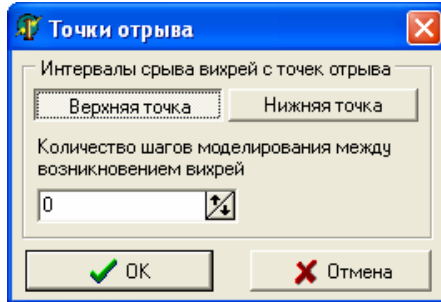


Рис. 78. Параметры схода вихрей с точек отрыва

Для уменьшения количества свободных вихрей и соответственно повышения скорости расчета для каждой из двух имеющихся точек отрыва (верхней и нижней) можно было указывать, через какое количество шагов моделирования с них срываются вихри (рис. 78).

4.5. Программа расчета течения у механически и аэродинамически экранированного круглого отсоса-раструба

Главное окно программы показано на рис. 79. На нем изображается верхняя половина круглого отсоса-раструба, с конца которого истекает приточная струя. Отсос располагается вблизи непроницаемой плоскости.

Возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Параметры, задающие конфигурацию области, дополнительно включают: скорость приточного воздуха; толщину стенок; полудлину и абсциссу непроницаемой плоскости.

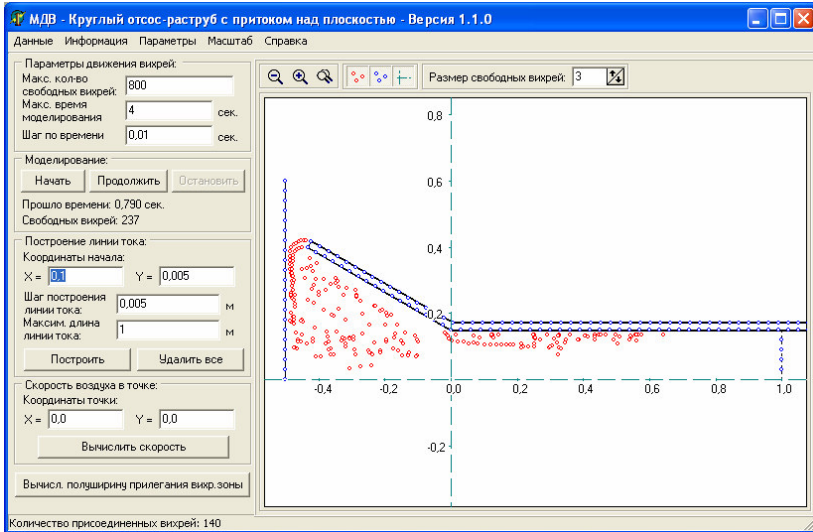


Рис. 79. Программа для механически и аэродинамически экранированных отсосов-раструбов

4.6. Возможности программы расчета циркуляционных течений в замкнутом помещении

Программа имеет дружелюбный интерфейс (рис.80) и позволяет строить линии тока, определять составляющие скорости в любой точке области с притоком и вытяжкой.

Для построения линии тока необходимо задать координаты точки, с которой она начинает строиться. Программа позволяет изменить шаг построения линии тока и максимальную ее длину. Если линия тока достигает всасывающего отверстия либо ее длина превышает заданную максимальную величину, то ее построение прекращается. Ненужную линию тока можно удалить.

В главном окне программы можно задать максимальное количество свободных вихрей, промежуток времени моделирования и шаг срыва свободных вихрей.

Можно изображать и отменять изображение осей координат, свободных вихрей, присоединенных вихрей, изменять размер изображения свободных вихрей.

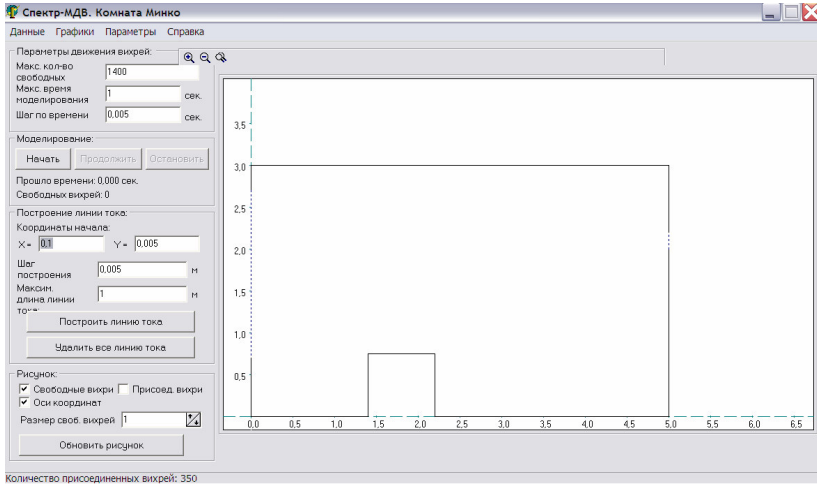


Рис.80. Главное окно программы

Программа высвечивает в процессе моделирования момент времени, количество свободных вихрей и присоединенных вихрей.

Существует возможность увеличить изображение, уменьшить его либо переместить рисунок.

В пункте меню «Данные» существуют подпункты «Загрузить», «Сохранить», «Информация», «Выход» (рис.81)

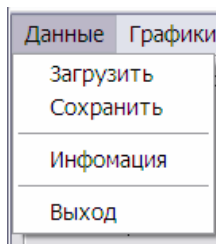


Рис. 81. Пункт меню «Данные»

Пункт «Загрузить» позволяет открыть файл, в который записана информация с геометрией области течения (рис.82).

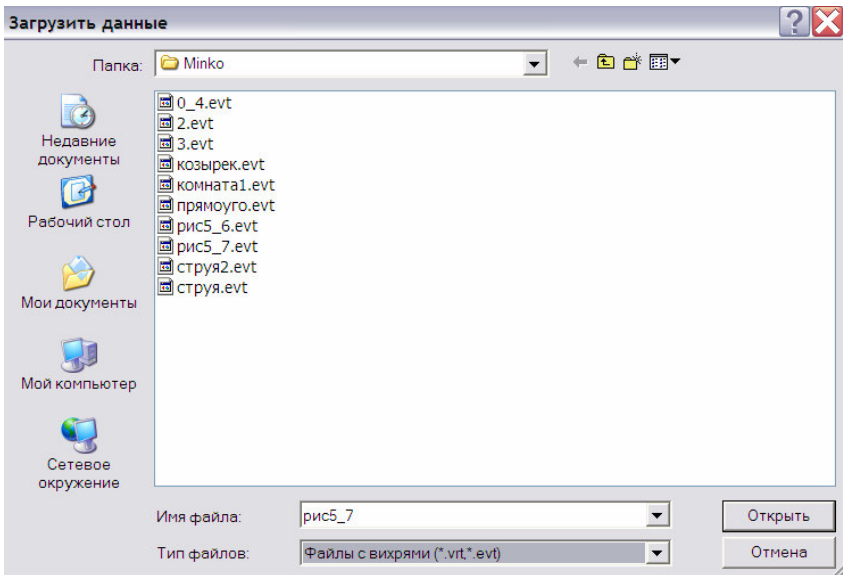


Рис.82. Окно для открытия файла

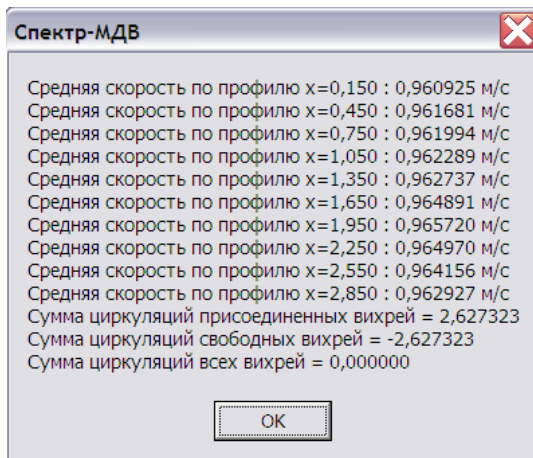


Рис.83. Пункт меню «Информация»

Аналогичное окно существует и для сохранения данных.

В пункте меню «Информация» высвечивается средняя скорость в десяти сечениях заданной области, а также суммарная циркуляция свободных и присоединенных вихрей (рис.83).

Для выхода из программы можно использовать пункт меню «Выход» либо значок закрытия в правой верхнем углу окна программы.

В пункте меню «Параметры» имеется два подпункта «Конфигурация области» и «Пульсации» (рис.84).

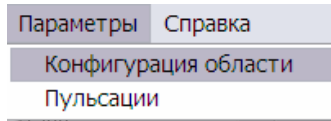


Рис.84. Пункт меню «Параметры»

Окно «Конфигурация области» (рис.85) позволяет изменять геометрию границ области, шаг дискретизации области, скорость в вытяжном отверстии и месторасположение отрыва свободных вихрей.

Имеется возможность изменить высоту, ширину помещения, ширину приточного отверстия, расстояние между приточным отверстием и полом, ширину вытяжного отверстия, расстояние между отсосом и полом, высоту и ширину выступа и расстояние между выступом и левой стенкой.

Шаг дискретизации области можно изменить с помощью пункта «Расстояние между присоединенными вихрями (расч. точками)», скорость в вытяжном отверстии с помощью пункта меню «Скорость в отсосе».

Скорость в приточном отверстии определяется из закона сохранения расхода и высвечивается в данном окне программы.

Точки отрыва свободных вихрей изображаются красными кружочками. Задать точки отрыва можно поставив галочки в соответствующих окнах: на потолке, на полу справа (от выступа), на полу слева (от выступа), на острых краях выступа, в точках изменения граничных условий (внизу и вверху приточного отверстия). Координаты точки отрыва от гладкой поверхности (на полу и потолке) изменяются с течением времени, затем их положения стабилизируются.

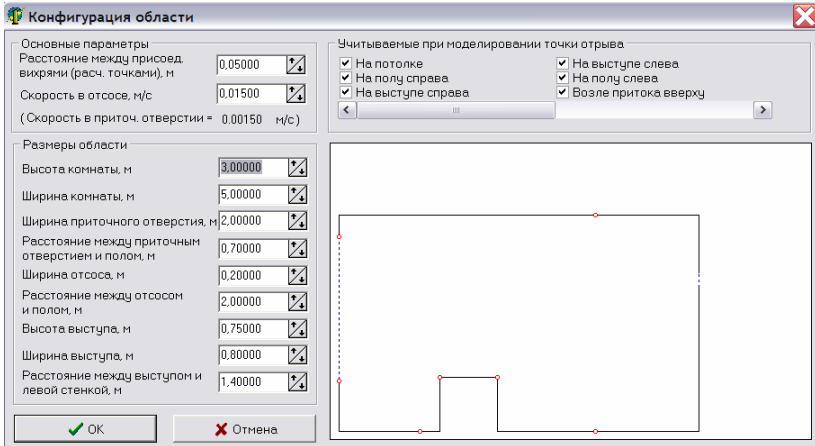


Рис.85. Окно «Конфигурация области»

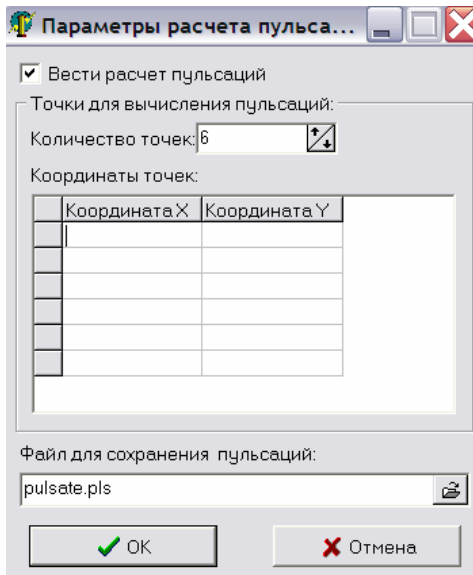


Рис.86. Окно для ввода точек для определения пульсаций скорости

Открыв окно «Пульсации» (рис.86) можно задать количество точек и их координаты, имя файла, в который записывается информация о пульсациях. Для того, чтобы расчет пульсаций производился необходимо установить галочку в окошке «Вести расчет пульсаций» и выбрать название файла, в который записывается информация о пульсациях.

Для того чтобы просмотреть графики пульсаций горизонтальной и вертикальной составляющей скорости (рис.87) необходимо выбрать пункт меню «Графики» и подпункт меню «Пульсации», затем в открывшемся окне нажать мышкой пункт меню «Загрузить», в котором выбрать нужный файл. Расчет может ввести сразу в нескольких точках. Чтобы просмотреть пульсации в заданной точке необходимо выделить ее координаты (рис.88).

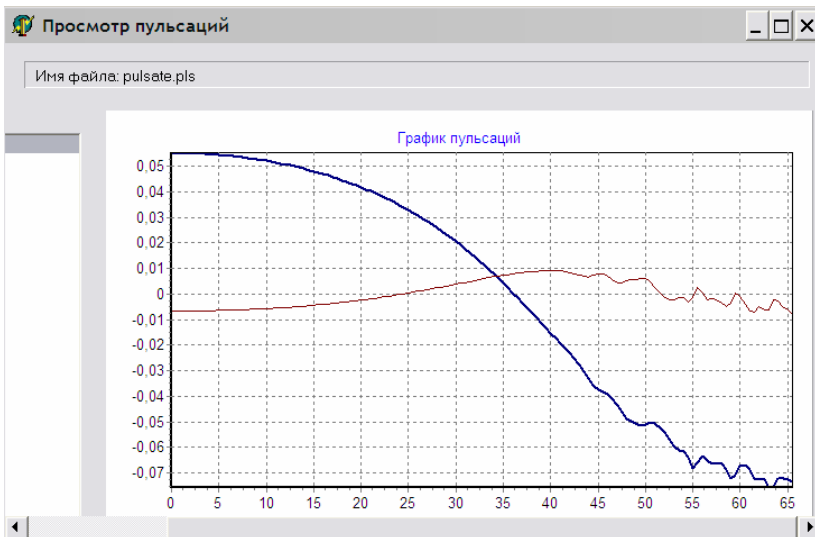


Рис.87. Окно для просмотров графиков пульсаций

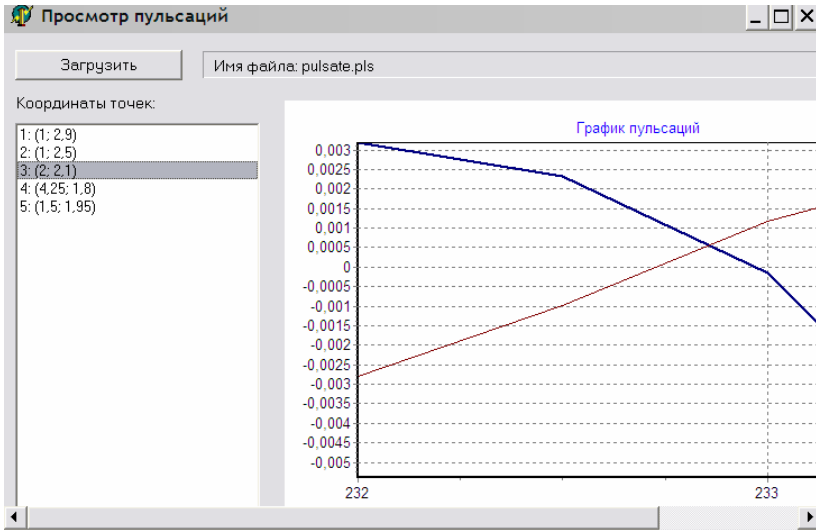


Рис.88. Выбор точки в окне для просмотра графиков пульсаций

4.7. Компьютерная программа «Грохот»

Главное окно программы грохот (рис.88) имеет похожий вид, что и предыдущая программа. Однако предусмотрен более удобный способ ввода размеров свободных вихрей, их изображения, а также изображения присоединенных вихрей и системы координат.

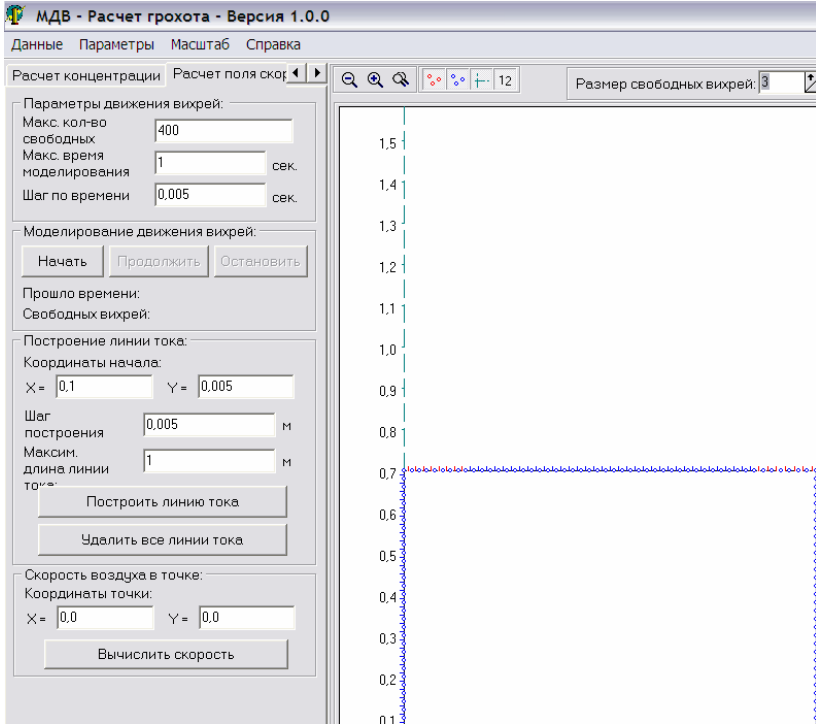


Рис.88. Главное окно программы «Грохот»

Добавлен пункт меню «Вычислить скорость», с помощью которого можно вывести на экран значения горизонтальной и вертикальной составляющей скорости (рис.89).

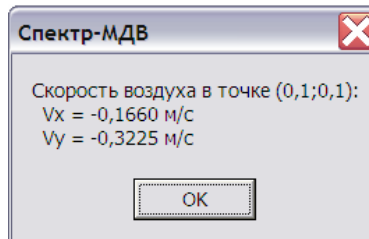


Рис.89. Вывод на экран величин составляющих скорости

Главное окно может иметь другой вид, если выбрать пункт меню «Расчет концентрации» (рис.4.13).

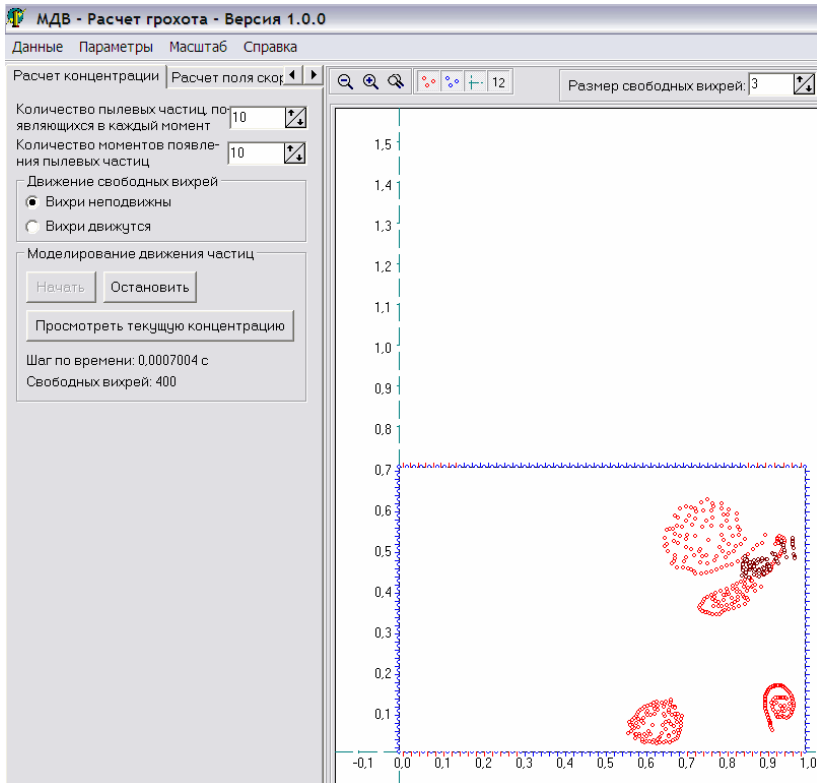


Рис.90. Окно для расчета динамики пылевой аэрозоли

Здесь можно задать количество пылевых частиц, появляющихся в области из приточного отверстия в каждый момент времени и количество моментов времени поступления полифракционной пылевой аэрозоли в область течения. Можно изменить модель моделирования. Если выделить пункт «Вихри неподвижны», то будем иметь стационарную модель течения. Поле скоростей будет неизменно. Если выбрать пункт меню «Вихри движутся», то модель течения будет нестационарной. Поле скоростей воздуха будет изменяться в каждый момент времени.

Можно посмотреть текущую концентрацию во всасывающем отверстии, если выбрать соответствующий пункт меню.

Шаг по времени для расчета динамики пылевой аэрозоли и количество свободных вихрей выводятся на экран.

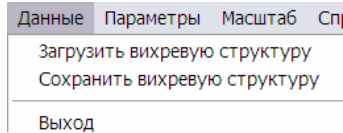


Рис. 91. Пункт меню «Данные»

Пункт меню «Данные» служит для того, чтобы сохранить геометрию области и рассчитанную аэродинамику течения внутри укрытия грохота и для открытия сохраненного файла с этой информацией (рис.91).

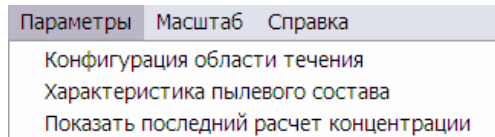


Рис. 92. Пункт меню «Параметры»

Пункт меню «Параметры» (рис. 92) служит для перехода к окнам «Конфигурация области течения» и «Характеристика пылевого состава», а также вывода на экран результатов расчета концентрации и дисперсного состава пыли (рис.93). При моделировании свободные вихри изображаются красными кружочками, а пылевые частицы коричневыми кружочками.

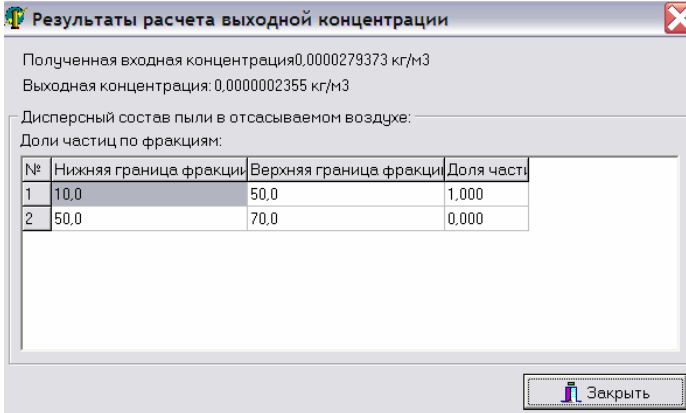


Рис.93. Окно для вывода результатов расчета концентрации и дисперсного состава пыли во всасывающем отверстии

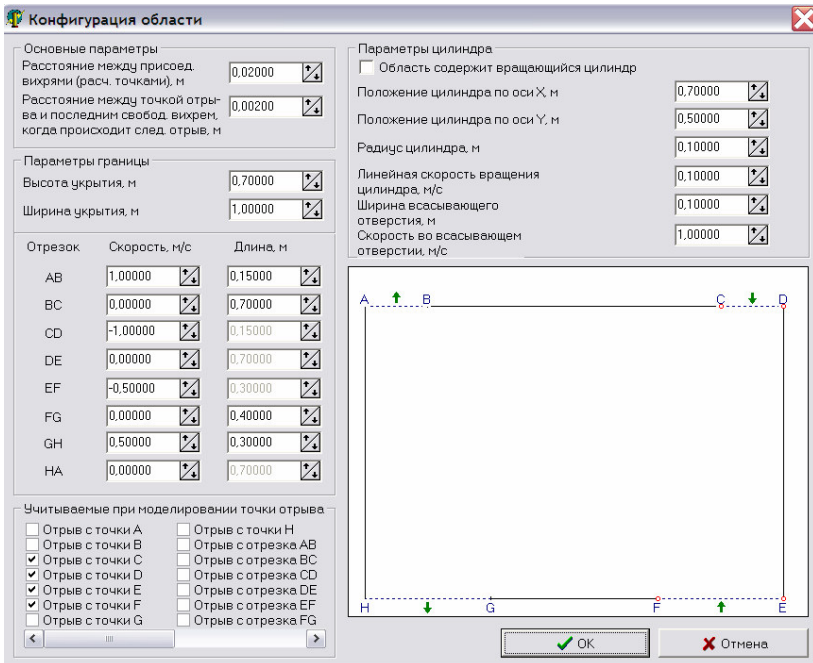


Рис.94. Окно для задания геометрических и кинематических параметров течения внутри грохота

Выбрав пункт меню «Конфигурация области течения» (рис.94) можно изменить геометрию границ области течения, задать наличие цилиндра внутри укрытия грохота, место расположения, радиус и скорость его вращения, можно задать величины скорости во всасывающих и приточных отверстиях, шаг дискретности.

Пункт меню «Характеристика пылевого состава» (рис.95) служит для задания количества фракций, границы для каждой фракции, их доли, концентрации пыли в приточном воздухе, плотность пылевых частиц, коэффициента динамической вязкости воздуха, коэффициента формы для пылевой частицы, коэффициентов восстановления при ударе и трения скольжения пылевых частиц.

Характеристика пылевого состава

Концентрация пыли в приточ. Коеф. динамической вязкости

Плотность пылевых частиц Коеф. восстановления при ударе

Коеф. трения скольжения

Дисперсный состав пыли в приточном воздухе:

Количество фракций

Доли частиц по фракциям:

№	Нижняя граница фракции	Верхняя граница фракции	Доля частиц
1	10,0	50,0	0,400
2	50,0	70,0	0,600
3	70,0		
4			
5			

Рис.95. Окно для задания характеристик пылевого состава

Пункт меню «Масштаб» позволяет увеличить или уменьшить область течения.

4.8. Компьютерная программа «Спектр» для расчета плоских потенциальных течений

Компьютерная программа спектр (рис.4.20) позволяет рассчитывать поля скоростей, строить линии тока, траектории одиночных пылевых частиц в многосвязных областях, содержащих произвольное количество вращающихся цилиндров и цилиндров отсосов.

Для запуска программа служит файл Spekt.exe. После загрузки выводится окно для задания границ области и ее редактирования (рис.96).

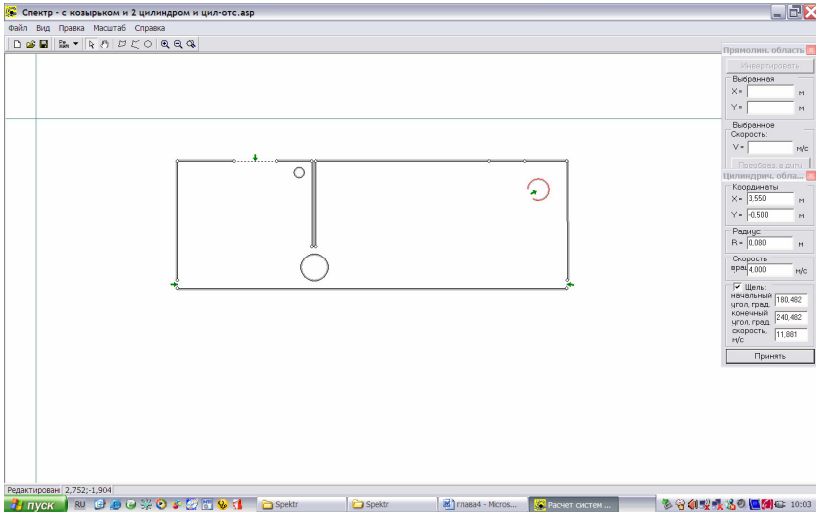


Рис.96. Общий вид программы в режиме редактирования

Можно ввести замкнутую границу, отрезок, луч, цилиндр, а затем редактировать с помощью окон «Прямолинейная область» или «Цилиндрическая область».

После ввода границы ее можно редактировать (рис.97) выделив курсором соответствующий элемент границы. Здесь же можно задать скорость воздуха вдоль направления внешней нормали, т.е. задать граничные условия для скорости. Для цилиндра есть возможность задать линейную скорость вращения, а также задать на нем всасывающую щель.

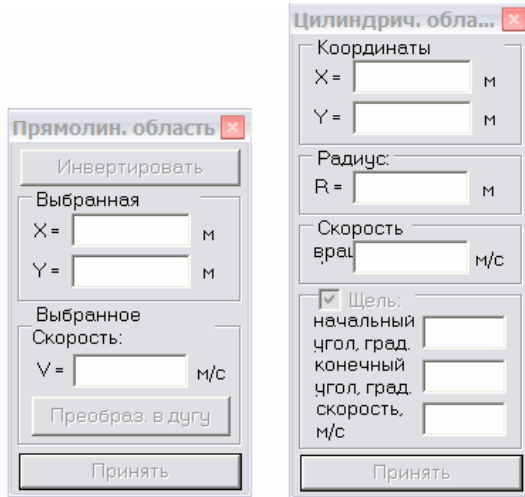


Рис.97. Окна для редактирования границы области

Здесь же есть возможность уменьшить или увеличить область течения, переместить ее, вывести на экран систему координат, менять цвета и толщину линий границы и системы координат.

После ввода границы, задания граничных условий и сохранения в файл можно перейти к режиму моделирования (рис.98.). Программа в момент перехода задает параметры дискретизации границы, которые можно изменить (рис.99).

Для построения линий тока (рис. 100) предусмотрено два варианта: это автоматическое построение от всасывающих либо приточных отверстий и построение одной линий тока. (рис.101).

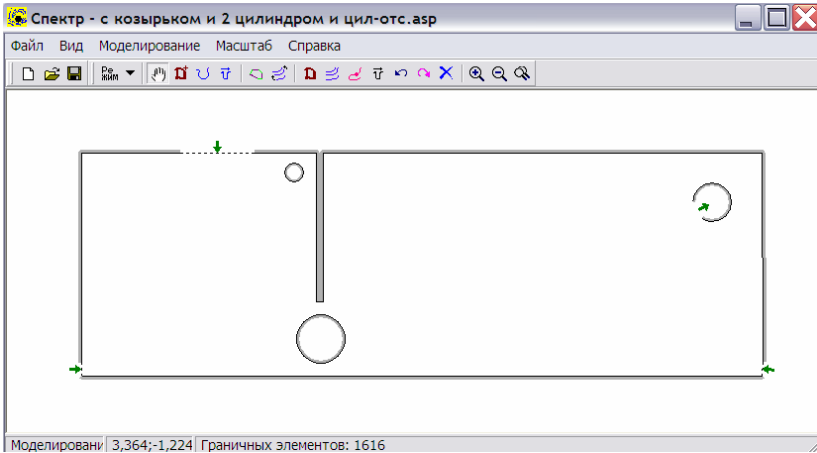


Рис.98. Главное окно программы в режиме моделирования

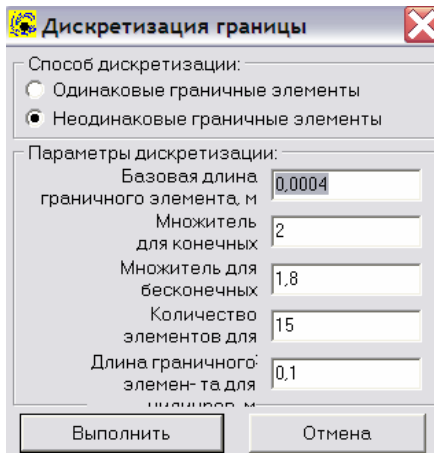


Рис.99. Окно программы для задания параметров границы области

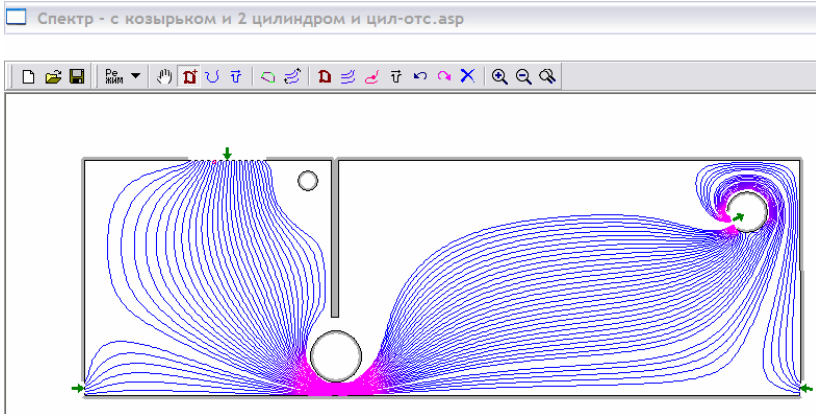


Рис.100. Построение линий тока

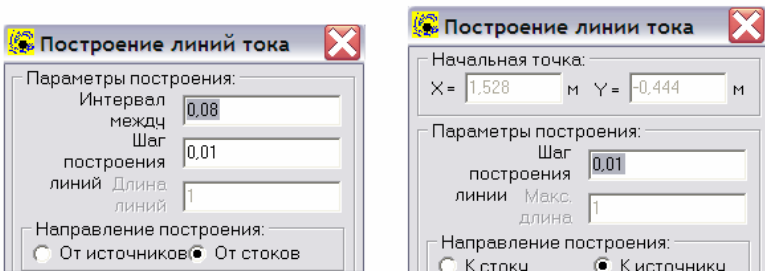


Рис. 101. Окна для построений линий тока

Для построения траекторий пылевых частиц существует окно, в котором задаются координата точки ее вылета, начальная ее скорость, плотности пылевой частицы и среды, коэффициент формы, коэффициенты восстановления при ударе и трения скольжения (рис.102).

Построение траектории частицы	
Координаты точки вылета:	
X = <input type="text" value="1"/>	м Y = <input type="text" value="1"/>
Начальная скорость:	
$V_x =$ <input type="text" value="0"/>	м/с $V_y =$ <input type="text" value="0"/>
Характеристики частицы и среды:	
Эквивалентный диаметр частицы	<input type="text" value="0,0001"/> м
Коэффициент динамической	<input type="text" value="1"/>
Плотность частицы	<input type="text" value="3500"/> кг/м ³
Плотность среды	<input type="text" value="1,205"/> кг/м ³
Динамическая вязкость воздуха	<input type="text" value="0,0000178"/> Па*с
Коэффициент восстановления	<input type="text" value="0,5"/>
Коэффициент трения	<input type="text" value="0,5"/>
Параметры построения:	
Шаг интегрирования	<input type="text" value="0,005"/> сек.
Максимальное время	<input type="text" value="5"/> сек.

Рис.102. Окно для задания параметров построения траектории пылевой частицы

Программа имеет удобный интерфейс и позволяет сохранять, создавать, загружать файлы.

5. Лабораторные работы и примеры их выполнения

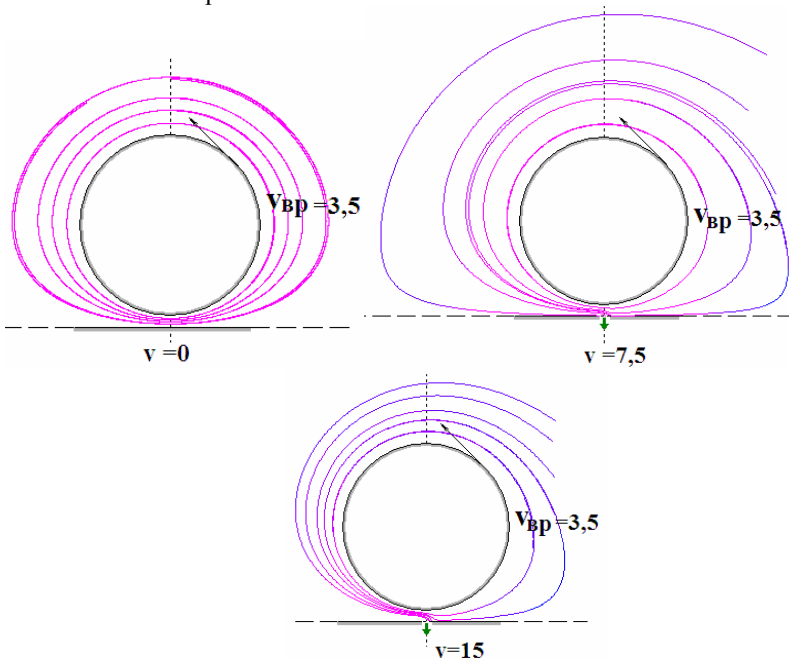
Лабораторная работа №1

Определение необходимой скорости в вытяжном отверстии местного вентиляционного отсоса от токарного станка.

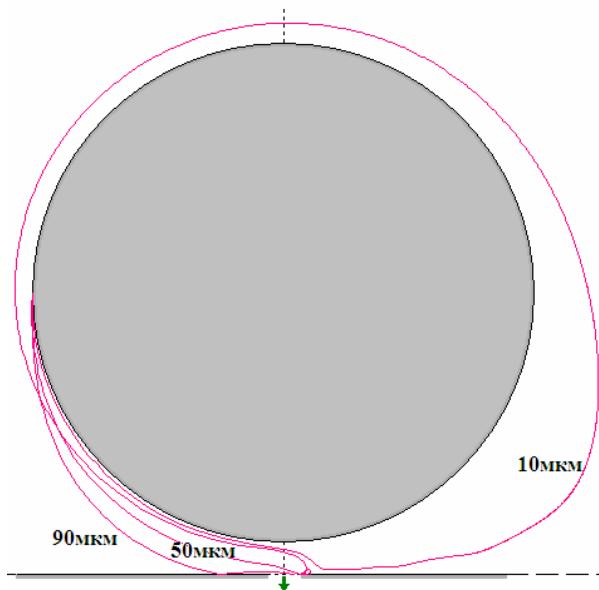
Вариант 16

Исходные данные: полуширина всасывающей щели – 0,05м; расстояние между нижней точкой цилиндром и отсосом – 0,1м; радиус цилиндра $0,05 \cdot i = 0,8\text{м}$; линейная скорость вращения $(i-1)/4 = 3,75\text{м/с}$

Постановка задачи: 1) построить линии тока при разных скоростях всасывания: 0; 7,5; 15 м/с; 2) построить траектории пылевых частиц диаметрами 10, 50, 90 мкм, увлекаемых во всасывающее отверстие при минимальной скорости в отсосе.



Линии тока вблизи вращающегося цилиндра радиуса 0,8м при разных скоростях во всасывающем отверстии



Траектории пылевых частиц радиусами 10, 50 и 90 мкм при скорости в отсеке 21 м/с и линейной скорости вращения 3,5 м/с

Лабораторная работа №2

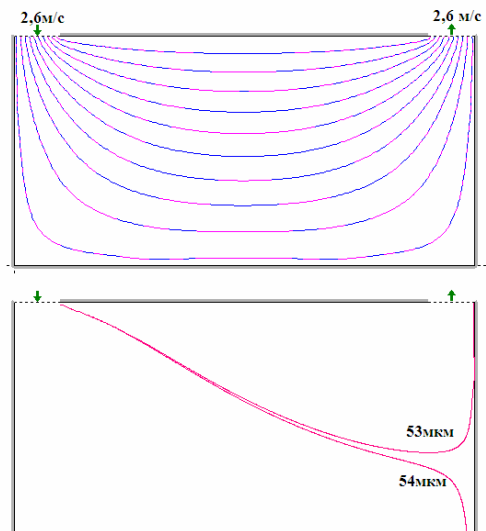
Вычислительный эксперимент по построению траекторий пылевых частиц в аспирационном укрытии, снабженном вращающимся цилиндром-отсосом.

Вариант 16

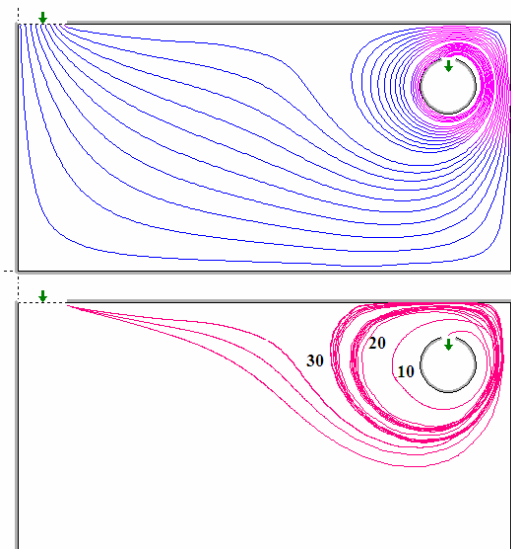
Исходные данные: высота укрытия – 1 м; ширина укрытия – 2 м; ширина приточного отверстия – 0,2 м; скорость притока – $1+i/10=2,6$ м/с; радиус цилиндра $0,1+i/1000$ м; координаты центра цилиндра – (1,75; 0,75); начальный угол всасывающей щели на цилиндре – 0, конечный – 30 градусов; скорость вращения $i/2=8$ м/с.

Постановка задачи:

- 1) построить линии тока в укрытии без цилиндра;
- 2) построить траектории пылевых частиц d_{\max} и $d_{\max} +1$;
- 3) построить линии тока в укрытии с цилиндром;
- 4) построить траектории пылевых частиц d_{\max} и $d_{\max} +10$;
- 5) сделать выводы.



Линии тока и траектории пылевых частиц без цилиндра



Линии тока и траектории пылевых частиц с цилиндром

Выводы.

Использование вращающегося против часовой стрелки цилиндра-отсоса позволяет существенно снизить максимальный диаметр пыли уносимой в аспирационную сеть и использовать аспирационное укрытие как камеру предварительной очистки воздуха от пыли.

Лабораторная работа №3

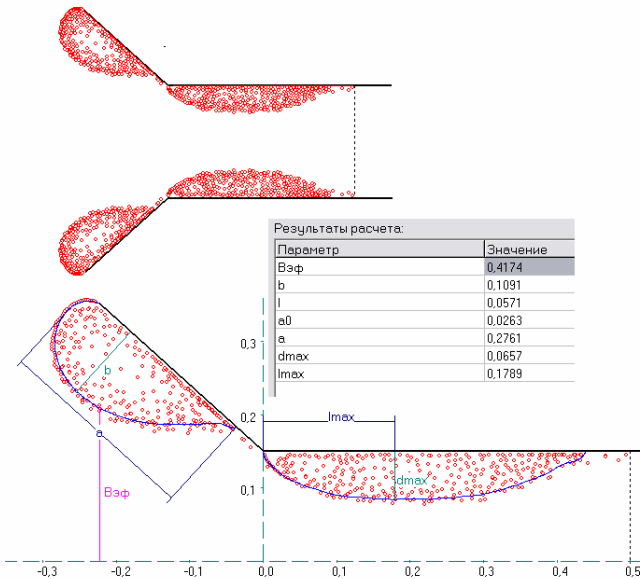
Вычислительный эксперимент по определению размеров вихревых течений на входе в щелевидные и круглые отсосы-раструбы. Вариант 16

Исходные данные:

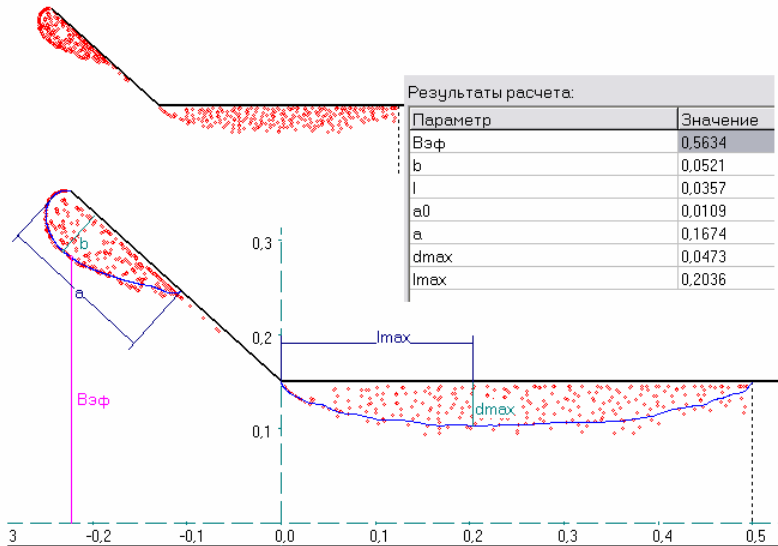
Угол раскрытия раструба – $90-3i=42$ градусов, длина – 0,3м, радиус (полуширина)- 0,15м.

Постановка задачи:

Найти параметры вихревых областей на входе в отсосы-раструбы. Сделать выводы.



Расчет течения на входе щелевидного отсоса-раструба



Расчет течения на входе круглого отсоса-раструба

Выводы.

Размеры вихревой области на входе в круглый отсос-раструб значительно меньше, чем щелевидного.

Лабораторная работа №4.

Вычислительный эксперимент по определению поля скоростей у круглого отсоса-раструба, экранированного приточной кольцевой струей над непроницаемой плоскостью.

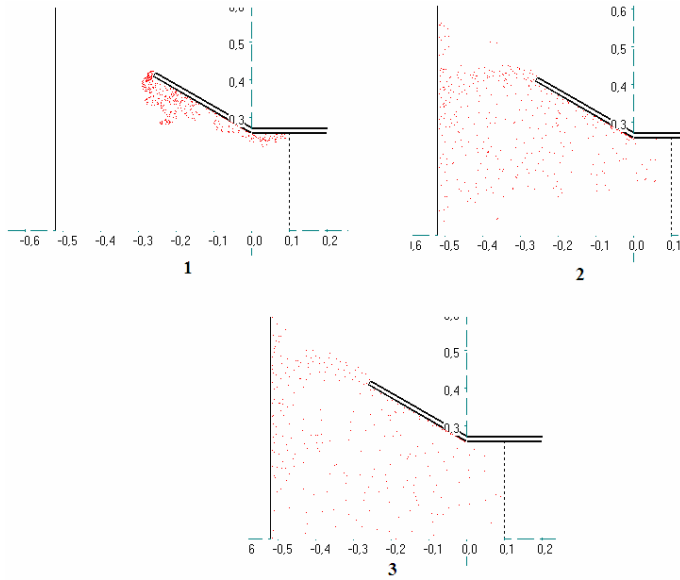
Вариант 16

Исходные данные:

Угол раскрытия раструба – 30 градусов, длина – 0,3м, радиус (полуширина) - $i/100+0.1=0,26\text{м}$, расстояние от входа в раструб до плоскости – 2 радиуса..

Постановка задачи:

Определить зависимость осевой скорости от удаления от непроницаемой плоскости. Сделать выводы.



Вихревая структура течения: 1 - скорость притока 0 м/с; 2 - скорость притока 4 м/с; 3- скорость притока 8 м/с

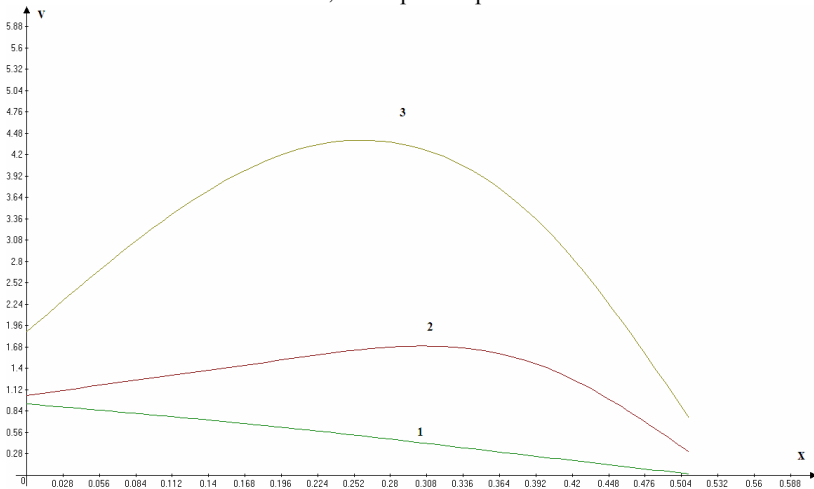


График зависимости величины осевой скорости при удалении от непроницаемой плоскости: 1 - скорость притока 0 м/с; 2 - скорость притока 4 м/с; 3- скорость притока 8 м/с

Выводы

При экранировании отсоса кольцевой приточной струей и непроницаемой плоскостью осевая скорость возрастает.

Лабораторная работа №5

Вычислительный эксперимент по определению концентрации и дисперсного состава пылевых аэрозолей от аспирационного укрытия. Вариант 16

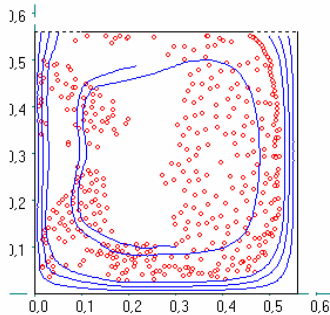
Исходные данные:

Скорость в отсосе и притоке 1 м/с; ширина отсоса и притока 0,1м; высота h и ширина укрытия 0,5+0,01i. Дисперсный состав пылевой аэрозоли

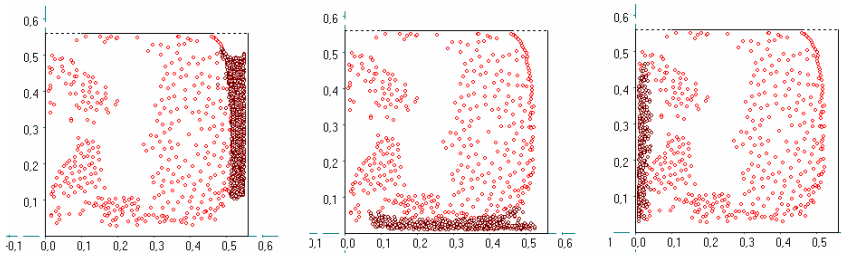
Количество фракций	5		
Доли частиц по фракциям:			
№	Нижняя граница фракции	Верхняя граница фракции	Доля частиц
1	10,0	16,0	0,236
2	16,0	25,0	0,456
3	25,0	40,0	0,229
4	40,0	63,0	0,067
5	63,0	250,0	0,012

Концентрация пыли 0,0000100; радиус цилиндра 0,1 м; Координаты центра цилиндра (0,15; h-0,15). Скорость вращения 10м/с.

Постановка задачи: Построить линии тока, кинограмму движения пылевого облака и найти дисперсный состав пыли в аспирируемом воздухе без вращающего цилиндра и с цилиндром-отсосом.



Линии тока



Кинограмма движения пылевого облака

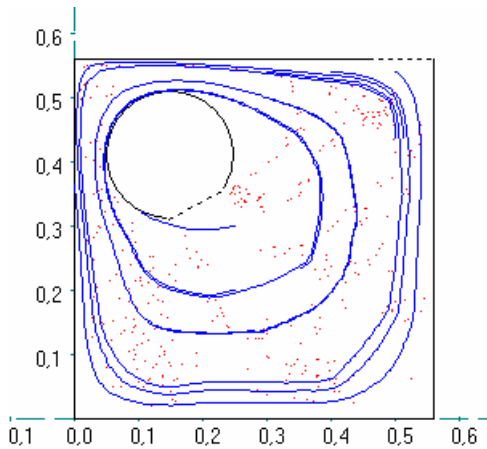
Результаты расчета выходной концентрации

Полученная входная концентрация 0,0000071947 кг/м³
 Выходная концентрация: 0,0000001387 кг/м³

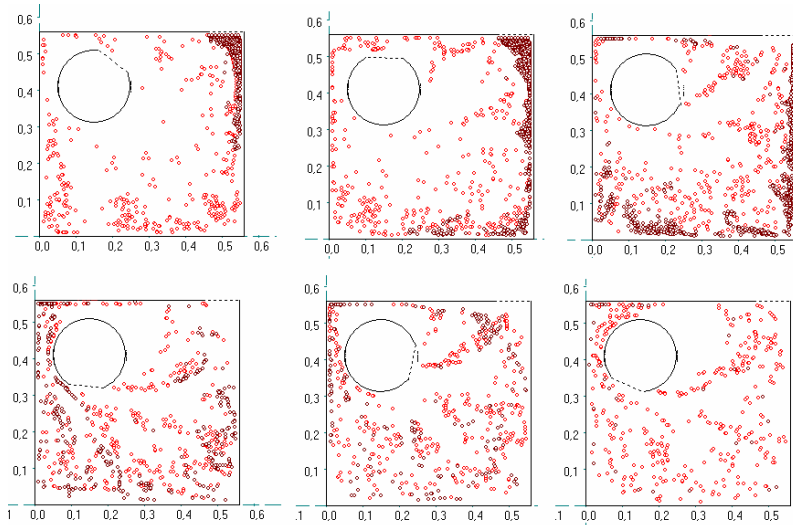
Дисперсный состав пыли в отсасываемом воздухе:

Доли частиц по фракциям:

№	Нижняя граница фракции	Верхняя граница фракции	Доля частиц
1	10,0	16,0	0,549
2	16,0	25,0	0,451
3	25,0	40,0	0,000
4	40,0	63,0	0,000
5	63,0	250,0	0,000



Линии тока



Кинограмма движения пылевого облака

Полученная входная концентрация 0,0000109781 кг/м³

Выходная концентрация: 0,0000000017 кг/м³

Дисперсный состав пыли в отсасываемом воздухе:

Доли частиц по фракциям:

№	Нижняя граница фракции	Верхняя граница фракции	Доля частиц
1	10,0	16,0	0,818
2	16,0	25,0	0,182
3	25,0	40,0	0,000
4	40,0	63,0	0,000
5	63,0	250,0	0,000

Выводы

Концентрация пылевых аэрозолей уменьшается в десятки раз при размещении в укрытии вращающегося цилиндра-отсоса. Дисперсный состав пыли смещается к мелким частицам.

Библиографический список

1. Численное моделирование осесимметричных отрывных течений несжимаемой жидкости/ Гоман О.Г., Карплюк В.И., Ништ М.И., Судаков А.Г.; Под ред. М.И.Ништа. - М.: Машиностроение, 1993. - 288с.
2. . Посохин В.Н. Расчет местных отсосов от тепло- и газовыделяющего оборудования. М.:Машиностроение, 1984. – 160 с.
3. Логачев И.Н., Логачев К.И. Аэродинамические основы аспирации. Санкт–Петербург: Химиздат. – 2005. – 659с
4. Батурин В.В. Основы промышленной вентиляции. М.:Профиздат, 1990. 448 с.
5. Талиев В.Н. Аэродинамика вентиляции. М.: Стройиздат, 1979. - 296с.
6. Шепелев И.А. Аэродинамика воздушных потоков в помещении. - М.:Стройиздат, 1978.-145 с.
7. Логачев К.И. Аэродинамика всасывающих факелов. Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000. - 175с.
8. Минко В.А., Логачев И.Н., Логачев К.И. и др. Обеспыливающая вентиляция. Белгород: Изд-во БГТУ, 2006. – 453с.
9. Логачев К.И., Пузанок А.И., Аверкова О.А. Компьютерное моделирование процессов теплогазоснабжения и вентиляции. Учебное пособие. Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г.Шухова. – 2006. – 156с.
10. Метод граничных интегральных уравнений. Вычислительные аспекты и приложения в механике// Новое в зарубежной науке/ Ред. Круз Т., Риццо Ф. - М.: Мир, 1979.
11. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. - М.:Мир, 1987. - 525с.
12. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов к технике. - М.:Мир, 1982. - 248 с.
13. Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. - М.:Наука, 1964. - 816 с.
14. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. – М.:Наука, 1985.-256с.
15. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. – М.:Янус, 1995. – 520с.
16. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. – М.:Физматлит, 1995.-368с.
17. Минко В.А. Обеспыливание технологических процессов производства строительных материалов.-Воронеж: Изд-во ВГУ, 1981.-176с.
18. Шаптала В.Г. Математическое моделирование в прикладных задачах механики двухфазных потоков. Учебное пособие. Белгород: Изд-во БелГТАСМ. 1996. – 103 с.

Учебное издание

Ольга Александровна Аверкова

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В АЭРОДИНАМИКЕ ВЕНТИЛЯЦИИ

Учебное пособие

Подписано в печать 30.10.07. Формат 60×84/16. Уч.-изд. л. 2,6. Усл. печ. л. 2,8.

Тираж 100 экз. Заказ Цена

Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В.Г. Шухова

308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46