МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова

Случайные величины

**Методические указания к выполнению контрольной работы
для студентов II курса экономических направлений бакалавриата**

Белгород
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова
Кафедра высшей математики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

Случайные величины

Методические указания к выполнению контрольной работы для студентов II курса экономических направлений бакалавриата

Белгород
2017

УДК 51
ББК 22.1
С49

Составители: канд. техн. наук, доц. Г. Л. Окунева
ст. преп. Л. Б. Польшина

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. Ю. Некрасов

С49 **Случайные** величины: методические указания к выполнению контрольной работы для студентов II курса экономических направлений бакалавриата /сост.: Г. Л. Окунева, Л. Б. Польшина. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 66 с.

Методические указания подготовлены в соответствии с требованиями Федерального государственного стандарта высшего образования и рабочей программы дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», содержат основные теоретические положения, примеры решения типовых задач по теме «Случайные величины», а также варианты контрольных работ.

Методические указания предназначены для студентов II курса экономических направлений бакалавриата.

Публикуется в авторской редакции.

УДК 51
ББК 22.1

Введение

В контрольную работу входят задания по второй теме дисциплины «Теория вероятностей и элементы математической статистики» – «Случайные величины». В раздел входят следующие вопросы: понятие случайной величины, законы распределения дискретных и непрерывных случайных величин, их числовые характеристики, функции распределения и плотности распределения случайных величин, их свойства и графики, операции над случайными величинами.

Основные теоретические положения

Случайной величиной называют переменную величину, которая **в зависимости от исходов испытания принимает значения, зависящие** от случая.

Случайная величина, принимающая различные значения, которые можно записать в виде конечной или бесконечной последовательности, называется **дискретной случайной величиной**.

Случайные величины обозначаются заглавными буквами латинского алфавита X, Y, Z, …, а их значения строчными буквами с индексами, например $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

Законом распределения дискретной случайной величины называется соответствие между значениями $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ этой величины и их вероятностями $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$.

Закон распределения случайной величины X принимает конечное множество значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ соответственно с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$ и определяется формулой

$$P(X = x_k) = P_k, \text{ где } k = 1, 2, 3, \ldots, n.$$

При этом выполняется условие $\sum_{k=1}^{n} p_k = 1.$

Этот закон можно задать таблично (табл. 1).

Таблица 1

X	x_1	x_2	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_n

Для наглядности закон распределения дискретной случайной величины изображают графически, для чего в прямоугольной декартовой системе координат строят точки (x_k, p_k) и соединяют их последовательно отрезками прямых. Получающаяся при этом линия называется **многоугольником распределения** случайной величины X.

Функцией распределения случайной величины X называется функция действительной переменной x, определяемая равенством

$$F(x) = P(X < x),$$

где $P(X < x)$ – вероятность того, что случайная величина X принимает значение, меньшее x.

Вероятность того, что случайная величина X принимает значение из полуинтервала $[\alpha; \beta)$, равна разности значений ее функции распределения $F(x)$ на концах этого полуинтервала:

$$P(\alpha \le X \le \beta) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Функция распределения $F(x)$ имеет следующие свойства.

1. Все значения функции распределения $F(x)$ принадлежат отрезку [0; 1] ($0 \le F(x) \le 1$).

2. Функция $F(x)$ – неубывающая. Если $x_1 < x_2$, то $F(x_1) \le F(x_2)$.

3. Функция $F(x)$ в точке x_0 непрерывна слева.

4. Если все возможные значения случайной величины X принадлежат интервалу (a; b), то для ее функции распределения

$$F(x) = 0 \text{ при } x \le a, \qquad F(x) = 1 \text{ при } x \ge b.$$

5. Если все возможные значения случайной величины принадлежат бесконечному интервалу $(-\infty; +\infty)$, то

$$\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0, \qquad \lim_{x \to +\infty} F(x) = 1.$$

Если X – непрерывная случайная величина, то вероятность того, что она примет одно, заданное значение, равна нулю:

$$P(X = \alpha) = 0.$$

Поэтому выполняются равенства

$$P(\alpha \le X \le \beta) = P(\alpha < X \le \beta) = P(\alpha \le X < \beta) = P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha).$$

Дискретными называются такие случайные величины, значения которых могут быть пронумерованы.

Непрерывными называются такие случайные величины, значения которых заполняют некоторый интервал (конечный или бесконечный).

Плотностью распределения вероятностей непрерывной случайной величины называют первую производную от функции распределения

$$f(x) = F'(x).$$

График плотности вероятности (рис. 1) называется кривой распре-деления.

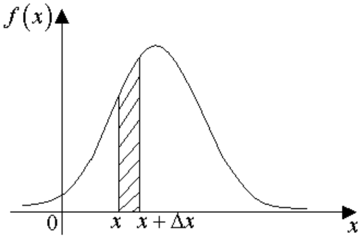

Рис. 1

Вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу $(\alpha; \beta)$, определяется равенством

$$P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx.$$

Зная плотность распределения, можно найти функцию распределения по формуле

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx.$$

Плотность распределения обладает следующими свойствами.

1. Плотность распределения неотрицательна, т. е. $f(x) \geq 0$.
2. Несобственный интеграл от плотности распределения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ равен единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1.$$

3. Если все возможные значения случайной величины принадлежат интервалу $(a; b)$, то:

$$\int_{a}^{b} f(x)dx = 1.$$

Математическим ожиданием дискретной случайной величины X называется сумма произведений ее значений на их вероятности:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = \sum_{k=1}^{n} x_k p_k.$$

Математическое ожидание дискретной случайной величины приближенно равно среднему арифметическому всех ее возможных значений. Вследствие этого математическое ожидание случайной величины называют ее средним значением.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины X, все значения которой принадлежат отрезку $[\alpha; \beta]$, а $f(x)$ – ее плотность вероятностей, определяется формулой

$$M(X) = \int_{\alpha}^{\beta} x f(x) dx.$$

Если все значения непрерывной случайной величины X принадлежат бесконечному промежутку $(-\infty; +\infty)$, то

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx,$$

когда этот несобственный интеграл сходится абсолютно.

Свойства математического ожидания.

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

$$M(C) = C.$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(CX) = CM(X).$$

3. Математическое ожидание алгебраической суммы случайных величин равно алгебраической сумме их математических ожиданий:

$$M(X \pm Y) = M(X) \pm M(Y).$$

4. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих случайных величин:

$$M(X_1 X_2 \cdots X_n) = M(X_1) M(X_2) \cdots M(X_n).$$

Дисперсией дискретной случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания

$$D(X) = M[x - M(X)]^2.$$

Дисперсию удобно вычислять по формуле

$$D(X) = M\left(X^2\right) - \left[M(X)\right]^2.$$

Дисперсия непрерывной случайной величины X, все значения которой принадлежат отрезку $[\alpha; \beta]$, определяется формулой

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \left[M(X)\right]^2,$$

если этот несобственный интеграл сходится абсолютно.

Свойства дисперсии.

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю $D(C) = 0$.

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат:

$$D(CX) = C^2 DX).$$

3. Дисперсия суммы независимых случайных величин равна сумме дисперсий от каждой случайной величины:

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y).$$

4. Дисперсия случайной величины равна разности между математическим ожиданием квадрата случайной величины и квадратом ее математического ожидания:

$$D(X) = M(X^2) - \left(M(X)\right)^2.$$

Средним квадратичным отклонением, или стандартным отклонением, случайной величины X называют корень квадратный из ее дисперсии $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Биномиальным называют закон распределения дискретной случайной величины X – числа появлений события в n независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события постоянна и равна p. Вероятность того, что в n испытаниях событие будет наблюдаться m раз (случайная величина X равна m) вычисляют по формуле Бернулли

$$P_{mn} = P(X = m) = C_n^m p^m q^{n-m},$$

где $q = 1 - p$.

Ряд распределения биномиального закона имеет вид (табл. 2):

Таблица 2

x_i	0	1	2	…	m	…	n
p_i	q^n	$C_n^1 pq^{n-1}$	$C_n^2 p^2 q^{n-2}$	…	$C_n^m p^m q^{n-m}$	…	p^n

$$M(X) = np, \quad D(X) = npq.$$

Пуассоновским распределением называется распределение случайной величины X, принимающей значения $X = \{0, 1, 2,\dots, n\}$ с вероятностями

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!}e^{-\lambda}, \text{ (где } \lambda > 0 \text{ – некоторое число).}$$

Закон распределения Пуассона является предельным случаем биномиального закона при малых значениях вероятности p и больших значениях n. При этом параметр $\lambda = np$.

$$M(X) = \lambda, \quad D(X) = \lambda.$$

Дискретная случайная величина X имеет **геометрическое распределение**, если она принимает значения $X = \{1, 2,\dots, m,\dots\}$ с вероятностями

$$P(X = m) = pq^{m-1},$$

где $0 < p < 1$, $q = 1 - p$. Ряд распределения случайной величины X имеет вид (табл. 3):

Таблица 3

x	1	2	3	…	m	…
p	p	pq	pq^2	…	pq^{m-1}	…

$$M(X) = \frac{1}{p}, \quad D(X) = \frac{q}{p^2}.$$

Модой $M_0(X)$ непрерывной случайной величины X называют то ее возможное значение $x = M_0(X)$, которому соответствует локальный максимум графика функции $y = f(x)$.

Медианой $M_e(X)$ непрерывной случайной величины X называют то ее возможное значение $x = M_e(X)$, которое определяется равенством

$$P(X < M_e(X)) = P(X > M_e(X)).$$

Геометрически медиану можно интерпретировать как точку на оси OX, в которой прямая $x = M_e(X)$ делит пополам площадь, ограниченную графиком кривой $y = f(x)$ и осью OX.

Непрерывная случайная величина X имеет **равномерное распределение** на промежутке $[a; b]$, если на этом промежутке плотность распределения случайной величины (рис. 2) сохраняет постоянное значение, а именно:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{если } a \le x \le b; \\ 0, & \text{если } x \notin [a;b]. \end{cases}$$

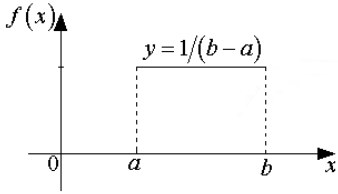

Рис. 2

Функция равномерного распределения определяется формулой

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{если} \quad x<a,\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{если} \quad a\le x\le b,\\ 1, & \text{если} \quad x>b.\end{cases}$$

График функции распределения представлен на рис. 3.

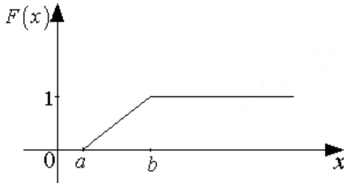

Рис. 3

$$M(X)=\int_a^b\left(\frac{t}{b-a}\right)dt=\frac{a+b}{2}.$$

$$D(X) = \frac{1}{(b-a)}\int_a^b\left(t-\frac{a+b}{2}\right)^2dt=\frac{(b-a)^2}{12}.$$

$$P(\alpha < X < \beta) = \frac{\beta-\alpha}{b-a}.$$

Непрерывная случайная величина X имеет **показательное (экспоненциальное)** распределение, если ее плотность вероятности (рис. 4) имеет вид $f(x) = \begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x\ge 0;\\ 0, & \text{если } x<0,\end{cases}$

где λ – постоянное положительное число.

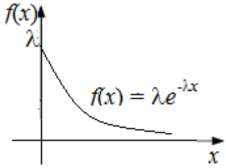

Рис. 4

Функция равномерного распределения определяется формулой

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, & \text{если} \quad x \ge 0, \\ 0, \quad \text{если} & x < 0. \end{cases}$$

График функции распределения представлен на рис.5.

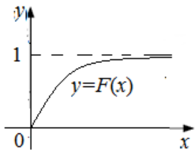

Рис. 5

$$M(X) = \frac{1}{\lambda}; \qquad D(X) = \frac{1}{\lambda^2}; \qquad \sigma(X) = \frac{1}{\lambda}.$$

Нормальным называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины X, плотность вероятности (рис. 6) которого имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^t, \qquad t = -\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}.$$

$$M(X) = a, \ D(X) = \sigma^2.$$

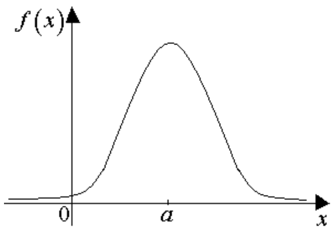

Рис. 6

Значения функции плотности нормального распределения для неотрицательных значений аргументов приведены в прил. 1. Функция четная, поэтому $f(-x) = f(x)$.

Вероятность того, что случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу (α, β), можно найти по формуле

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right),$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-t^2/2}dt$ – функция Лапласа.

Таблица значений функции Лапласа для неотрицательных значений аргумента x приведена в прил. 2. В случае когда значение x отрицательно, нужно использовать свойство нечетности функции Лапласа $\Phi(-x) = -\Phi(x)$. Если значение аргумента $x > 5$, то полагают, что значение $\Phi(x) = 0{,}5$.

Вероятность того, что отклонение случайной величины X распределенной по нормальному закону, от математического ожидания a не превысит положительной величины δ, равна

$$P(|X - a| \le \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

В частности, если $a = 0$, то справедливо равенство

$$P(|X| \le \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right).$$

Правило **«трех сигм»:** если случайная величина имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ, то практически достоверно, что ее значения заключены в интервале

$$(a - 3\sigma; a + 3\sigma).$$

Мода и медиана случайной величины X, распределенной по нормальному закону распределения, соответственно равны

$$M_0(X) = a; \quad M_e(X) = a.$$

Две случайные величины X и Y называются **независимыми**, если закон распределения одной случайной величины не зависит от закона распределения другой случайной величины.

Операции над независимыми случайными величинами.

Пусть дискретные случайные величины заданы своими законами распределения (табл. 3 и табл. 4).

Таблица 3

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
p	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

Таблица 4

Y	y_1	y_1	$\cdots$	y_1
q	q_1	q_2	$\cdots$	q_n

Результаты операций над независимыми случайными величинами показаны в табл. (5 – 8).

1. Умножение случайной величины на число α (табл. 5):

Таблица 5

αX	αx_1	αx_2	$\cdots$	αx_n
p	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

2. Возведение случайной величины в степень m (табл. 6):

Таблица 6

X^m	x_1^m	x_2^m	$\cdots$	x_n^m
p	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

3. Сложение и вычитание случайных величин $X + Y$ (табл. 7):

Таблица 7

$X + Y$	$x_1 \pm y_1$	$x_2 \pm y_2$	$\cdots$	$x_n \pm y_n$
p	$p_1 \cdot q_1$	$p_2 \cdot q_2$	$\cdots$	$p_n \cdot q_n$

4. Умножение случайных величин XY (табл. 8):

Таблица 8

$X\,Y$	$x_1 y_1$	$x_2 y_2$	$\cdots$	$x_n y_n$
p	$p_1 \cdot q_1$	$p_2 \cdot q_2$	$\cdots$	$p_n \cdot q_n$

Вариант № 1

1. Два стрелка независимо друг от друга стреляют по одной и той же мишени. Первый попадает в мишень с вероятностью $p_1 = 0{,}4$ и имеет три патрона, второй с вероятностью $p_2 = 0{,}6$ и имеет два патрона в запасе. Каждый стреляет или до первого попадания в мишень или до израсходования всех патронов. Найти законы распределения XY и $X + Y$, если X и Y – число патронов, израсходованных первым и вторым стрелками соответственно.

2. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого в течение года равна 0,001 и не зависит от других. Найти среднее значение числа элементов, отказавших за год. Какова вероятность, что за год откажут 2 элемента?

3. В области случайным образом выдают номер серии XXX, состоящий из цифр. Какова вероятность того, что номер содержит цифру 8?

4. Из урны с тремя белыми и с тремя черными шарами вынуты наудачу 3 шара и переложены во вторую урну, содержащую 1 белый и 1 черный шары. Какова вероятность того, что вынутый из второй урны шар – белый?

5. Вероятность наступления некоторого события в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Найти среднее число появления события и вероятность того, что оно наступит от 80 до 90 раз.

6. Три стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,75; для второго – 0,85; для третьего – 0,9. Найти вероятность следующих событий: 1) мишень поразили два стрелка; 2) мишень поразил хотя бы один стрелок; 3) мишень поразили не менее двух стрелков.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 1, \\ A(x^2 - x); \quad 1 < x \le 3, \\ 0; \ x > 3. \end{cases}$$

Найти A и явный вид функции $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \ge 2)$; $P(1{,}5 < x < 2{,}5)$.

8. Ошибка измерения подчинена нормальному закону с параметрами $a = 50$ дм и $\sigma = 10$ дм. Найти вероятность того, что измеренное значение: 1) будет отклоняться от истинного значения на более чем на 20 дм; 2) будет лежать в интервале от 40 до 60 дм. Найти границы, в которых следует ожидать отклонения от a по модулю с вероятностью 0,95.

Вариант № 2

1. Монета брошена три раза. Пусть X – количество выпадения герба, Y – количество выпадения цифры. Найти законы распределения величины $X - Y$, XY.

2. Математическое ожидание числа отказов радиоаппаратуры за 10000 ч работы равно 10. Найти вероятность отказа аппаратуры за 100 ч.

3. Номер машины содержит три цифры. Какова вероятность того, что номер содержит две цифры 8?

4. В урне содержится 5 черных и 3 белых шара. Из урны вынимают один шар и перекладывают во вторую, содержащую 2 белых и 3 черных шаров. Из второй урны вынимают два шара. Какова вероятность того, что оба они белые?

5. Известно, что $F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 1, \\ \dfrac{1}{8}(x^2 - 1); \quad 1 < x \le 3, \\ 0; \ x > 3. \end{cases}$

Найти плотность распределения $f(x)$, $P(1 \le x \le 2)$ и $M(x)$.

6. Прибор состоит из трех последовательно включенных элементов. Вероятность безотказной работы каждого элемента соответственно равна 0,9; 0,8; 0,85. За время испытания прибора в течение времени T зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность следующих событий: 1) отказал только один элемент; 2) отказали два элемента; 3) отказал хотя бы один элемент.

7. Задана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 0, \\ A(x^4 - x); \quad 0 < x \le 1, \\ 0; \ x \ge 1. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 1/2)$; $P(x \ge 1/2)$; $P(1/4 < x < 1/2)$.

8. Отклонение размера детали от стандарта представляет собой случайную величину X, распределенную нормально с параметрами $a = 4$ и $\sigma = 0{,}2$. Найти процент деталей, отклоняющихся от a по модулю не более чем на 0,05. Найти вероятность того, что отклонение размера детали будет лежать в интервале от 3,75 до 4,15. Найти допустимые границы, изменения размера деталей, которые можно гарантировать с вероятностью 0,9545.

Вариант № 3

1. Имеется два замка и два набора ключей к ним: к первому 5 ключей, ко второму 4 ключа. Замки открываются только одним ключом из соответствующего набора ключей. Найти законы распределения $X + Y$ и XY, если X – число опробованных ключей первого замка, Y – число опробованных ключей второго замка. Опробованный ключ в дальнейшем не участвует.

2. Какова вероятность того, что среди 200 изделий окажется более 3 бракованных, если в среднем бракованные изделия составляют 1 %?

3. Номер машины содержит три цифры. Какова вероятность того, что номер содержит три одинаковые цифры?

4. Игральную кость подбрасывают 80 раз. Найти с вероятностью 0,99 границы, в которых будет заключено количество выпадений шестерки.

5. Найти среднее число появлений случайной величины X, если плотность распределения задана формулой

$$f(x) = \begin{cases} C\left(3x^2 + x\right); \; x \in [1;\,3], \\ 0; \; x \notin [1;\,3]. \end{cases}$$

6. Вероятность того, что саженец груши приживется, равна 0,85, яблони – 0,9, винограда – 0,7. Куплено по одному саженцу каждого вида. Найти вероятность того, что приживутся: 1) все саженцы; 2) только один саженец; 3) хотя бы один саженец.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \; x \le 0, \\ Ax^2 + B; \quad 0 < x \le 1, \\ 1; \; x > 1. \end{cases}$$

Найти A и B и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 0{,}5)$; $P(x \ge 0{,}5)$; $P(0{,}25 < x < 0{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами a = 10 и σ = 2. Найти вероятность того, что в результате четырех испытаний случайная величина X хотя бы один раз попадет в интервал (12;14). Найти допустимые границы отклонения случайной величины X от стандарта, если вероятность их ожидания равна 0,96.

Вариант № 4

1. В первом ящике 10 шаров, из них 3 белых и 7 черных. Во втором – 4 белых и 6 черных. Из каждого ящика вынули по три шара. Найти закон распределения $X + Y$, XY, если X – число белых шаров в выборке, Y – число черных шаров в выборке. Шары назад в ящик не возвращаются.

2. В течение часа коммутатор получает в среднем 60 вызовов. Найти вероятность того, что в течение 30 с телефонистка не получит ни одного вызова.

3. Номер машины содержит три цифры. Какова вероятность того, что они будут располагаться по возрастанию.

4. Вероятность наступления события в каждом испытании равна 0,8. Найти наибольшее отклонение частоты этого события от его вероятности, которое можно ожидать с вероятностью 0,9127 при 4900 испытаниях.

5. Известно, что $F(x) = \begin{cases} 0; \, x \le 1, \\ C\left(1 - \dfrac{1}{x}\right); \, x > 1. \end{cases}$

Найти константу распределения C, $P(1{,}2 \le x \le 2)$ и $M(x)$.

6. Мишень состоит из трех кругов. Попадание в первый круг дает 10 очков, во второй – 9 очков, в третий – 8 очков. Вероятность попадания в каждый круг при одном выстреле соответственно равна 0,9, 0,8, 0,75. Найти вероятность того, что стрелок набрал: 1) 26 очков; 2) 29 или 30 очков; 3) не менее 26 очков.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \, x \le 0, \\ A(x^3 + x^4); \quad 0 < x \le 1, \\ 0; \, x > 1. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 1/2)$; $P(X \ge 1/2)$; $P(1/4 < x < 1/2)$.

8. Деталь, изготовленная с систематической ошибкой 3 мм и среднеквадратической ошибкой 4 мм, считается годной, если ее отклонение от наминала менее 1,2 мм. Найти вероятность того, что 3 наугад взятые детали из 5 будут годными. Найти допустимые границы отклонения от стандарта, которое можно гарантировать с вероятностью 0,9578.

Вариант № 5

1. Два ребенка достают игрушки из своих ящиков. У первого 10 шаров, из них 2 белых, 3 синих, 5 красных; у второго 10 кубиков, из них 5 белых, 1 синий, 4 красных. Каждый достает по 3 игрушки. Найти закон распределения $X + Y$ и XY, если X – число синих шаров первого ребенка, Y – число красных кубиков второго.

2. Вероятность изготовления нестандартной детали 0,08. Для контроля выбрали 100 деталей. Найти среднее число нестандартных деталей и вероятность того, что их будет ровно 3.

3. Номер машины содержит три цифры. Какова вероятность того, что он состоит из 3, 7 и 8?

4. Из группы, состоящей из 3 юношей и 2 девушек, выбирают представителя и отправляют на конференцию, где присутствуют 150 юношей и 130 девушек. Какова вероятность того, что девушка будет вести конференцию?

5. Известно, что $F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 2, \\ 0{,}5x - 1; \quad 2 < x \le 4, \\ 1; \ x > 4. \end{cases}$

Найти $f(x)$, $P(2{,}5 \le x \le 2{,}8)$, $M(x)$.

6. Вероятность допустить ошибку в расчетах для первого студента равна 0,4; для второго – 0,3; для третьего – 0,35. Найти вероятность следующих событий: 1) хотя бы один студент допустит ошибку; 2) два студента допустят ошибку; 3) только один студент допустит ошибку.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 1, \\ A(x-1)^2; 1 < x \le 5, \\ 0; \ x > 5. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \ge 2)$; $P(3 < x < 4)$.

8. Линейный размер, изготовляемой в цеху детали, имеет нормальное распределение с параметрами $a = 3$ см, $\sigma = 0{,}6$ см. Найти вероятность того, что размер случайно отобранной детали будет иметь значение: 1) в интервале [2,5; 4,5]; 2) больше чем 2,5; 3) отклоняющееся от a по модулю не более чем на 0,4.

Вариант № 6

1. В гости приглашены 5 мальчиков и 6 девочек, среди которых два мальчика являются закадычными друзьями, а 2 девочки – такими же врагами. Составить закон распределения $X + Y$, XY, если X – возможная посадка мальчиков (вместе и нет) Y – совместная посадка девочек (желательно отдельно).

2. Магазин получил 1000 бутылок минеральной воды. Вероятность быть разбитой при перевозке для одной бутылки равна 0,003. Найти среднее число разбитых бутылок и вероятность того, что их будет ровно 4.

3. Номер машины состоит из трех цифр. Какова вероятность того, что первая и последняя цифра номера 9?

4. Из урны, содержащей 1 белый шар и 4 черных шара, по схеме случайного выбора с возвращением проводят 2500 извлечений шаров. Найти вероятность того, что белый шар появится ровно 500 раз.

5. Известно, что $f(x) = \begin{cases} 0; \ x \in [1;\ 2], \\ Cx^2; \ x \notin [1;\ 2]. \end{cases}$

Найти C, $F(x)$, $P(1{,}5 \le x \le 1{,}8)$.

6. Первое орудие поражает цель в 70% случаев, второе – в 80%, третье – в 90%. Найти вероятность того, что при залпе из трех орудий будет: 1) хотя бы одно попадание; 2) не менее двух попаданий; 3) три промаха.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -1, \\ Ax^3 + Bx^2); \ -1 < x \le 2, \\ 1; \ x > 2. \end{cases}$$

Найти A и B, указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 1)$; $P(x \ge 1)$; $P(-1/2 < x < 3/2)$.

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с параметрами $a = 1$ и $\sigma = 2$. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение, отклоняющееся от a по модулю не более чем на 0,8. Найти вероятность того, что случайная величина X хотя бы один раз из четырех попадет в интервал [–1; 2].

Вариант № 7

1. Из ящика, содержащего 2 белых и 4 черных шара, вынимают 3 шара и перекладывают в другой ящик, где уже имеются 5 белых. Затем из второго вынимают 4 шара и перекладывают в первый ящик. Найти математическое ожидание числа белых шаров, оказавшихся в каждом ящике.

2. Кинотеатр вмещает 730 зрителей. Вероятность покупки бутерброда в буфете до сеанса равна 0,9. Найти среднее число съеденных бутербродов и вероятность того, что от 500 до 630 зрителей будут жевать их во время сеанса.

3. Имеются 7 карточек с буквами «А, Б, Б, Г, К, Ш, У». Найти вероятность составления слова: 1) «БАБУШКА»; 2) «КАША», если вытаскивают буквы по одной наугад.

4. Из урны, содержащей 5 черных и 3 белых шара, вынимают два и перекладывают во вторую, содержащую 3 белых и 4 черных шара. Какова вероятность вынуть из второй урны один белый шар?

5. Известно, что $f(x) = \begin{cases} 0; \ x \in [1;\ 3], \\ Cx; \ x \notin [1;\ 3]. \end{cases}$

Найти $C, F(x)$ и $P(1{,}5 \le x \le 2)$.

6. Три студента сдают экзамен. Вероятность того, что отдельный студент сдаст экзамен на «5» равна для первого студента – 0,7; для второго – 0,6; для третьего – 0,3. Какова вероятность того, что экзамен будет сдан на «5»: 1) только одним студентом; 2) двумя студентами; 3) хотя бы одним студентом.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -1, \\ A(x+1)^3 + B; \ -1 < x \le 1, \\ 1; \ x > 1. \end{cases}$$

Найти A и B, указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 2/3)$; $P(x \ge 2/3)$; $P(-1/4 < x < 1/2)$.

8. Длина изготовляемых деталей имеет нормальное распределение с параметрами a = 10 см, σ = 0,2 см. Деталь считается бракованной, если отклонение ее длины от средней превышает 0,3 см. Найти вероятность изготовления бракованной детали. Найти допустимые границы изменения длины изготовляемых деталей, которое можно гарантировать с вероятностью 0,9758.

Вариант № 8

1. Имеются цифры 1, 2, 3, 4, 5 на белых карточках и 6, 7, 8, 9 – на красных. Из каждой группы выбирается по две карточки. Составить законы распределения $X + Y$, XY, где X – число четных цифр из белых карточек, Y – число четных цифр из группы красных карточек.

2. Вероятность всхожести семян льна равна 0,8. Найти вероятность того, что из 10000 семян взойдет от 800 до 920 семян. Найти среднее число всхожих семян.

3. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -3, \\ A(x+3)^2; \ -3 < x \le 1, \\ 0; \ x > 1. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$.

4. При передаче сообщения вероятность искажения одного знака составляет 0,1. Какова вероятность того, что сообщение из 10 знаков содержит хотя бы одно искажение?

5. В одной урне содержится 1 белый и 2 черных шара, в другой – 2 белых и 3 черных шара. В третью урну кладут два шара из первой урны и два шара из второй. Какова вероятность вынуть белый шар из третьей урны?

6. На предприятии имеется три автомобиля. Вероятность безотказной работы первого из них равна 0,9; второго – 0,7; третьего – 0,8. Найти вероятность того, что безотказно будут работать: 1) хотя бы один автомобиль; 2) два автомобиля; 3) все три автомобиля.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -1, \\ Ax^2 + Bx; \ -1 < x \le 2, \\ 1; \ x > 2. \end{cases}$$

Найти A и B, указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 1)$; $P(x \ge 1)$; $P(-1/2; 1/2)$.

8. Диаметр детали имеет нормальное распределение с параметрами a = 2 мм, σ =0,1 мм. Деталь считается бракованной, если отклонение ее длины от средней превышает 0,05 мм. Найти вероятность изготовления бракованной детали. Найти допустимые границы отклонения длины изготовляемой детали от ее средней длины, которые можно гарантировать с вероятностью 0,9545.

Вариант № 9

1. Каждый из двух братьев составляет букет из трех цветков. Один любит белые розы, второй – красные розы. Вероятность выбора белой розы для первого равна 0,95, для второго вероятность выбора красной розы – 0,9. Найти закон распределения $X + Y$ и XY, где X – число белых роз первого брата, Y – число красных роз в букете второго брата.

2. Вероятность производства бракованной детали 0,008. Найти вероятность наивероятнейшего числа бракованных деталей среди 100 отобранных.

3. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, наудачу извлекают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. После этого вынимают один шар. Найти вероятность того, что он белый.

4. Распределение случайной величины определяется формулами

$$P(x = i) = \frac{1}{6},\ i = -1;\ 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4.\ \text{Найти } M(x),\ D(x),\ F(x).$$

5. Случайная величина X имеет нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 0,5. Найти вероятность попадания X в интервал $\left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right)$.

6. Вероятность показать рекорд на спортивных соревнованиях для первого спортсмена равна 0,6; для второго – 0,4; для третьего – 0,3. Какова вероятность того, что: 1) рекорд установит только один спортсмен; 2) рекорд будет установлен хотя бы одним спортсменом; 3) рекорд не будет установлен?

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ x \le 0, \\ A(2x - x^2);\ 0 < x \le 4, \\ 0;\ x > 4. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 1/3)$; $P(x \ge 1/3)$; $P(1/4; 1/2)$.

8. Рост взрослой женщины является случайной величиной, имеющей нормальное распределение a = 164 см, σ = 5,5 см. Найти вероятность того, что рост случайно отобранной женщины: 1) будет лежать в интервале от 156 см до 173 см; 2) отклонится по модулю от a не более, чем на 5 см; 3) не превысит 160 см.

Вариант № 10

1. Два игрока бросают кости по 3 раза. Найти законы распределения $X + Y$, $X - Y$, где X – число четных чисел, выпавших при трех подбрасываниях у первого игрока; Y – число выпадения цифры 3 при подбрасывании кости у второго игрока.

2. Вероятность получения положительного результата при проведении опыта равна 0,9. Сколько следует провести опытов, чтобы с вероятностью 0,98 можно было ожидать, что не менее 150 опытов дадут положительный результат? Оценить среднее число положительных опытов при этом.

3. Наудачу выбрано натуральное число не более 20. Какова вероятность того, что число окажется делителем 20?

4. 60% учащихся в школе – девочки, 80% девочек и 75% мальчиков имеют билеты в театр. Кто-то потерял билет. Какова вероятность того, что этот билет потеряла девочка (мальчик)?

5. На автобазе имеется 12 автомашин. Вероятность выхода на линию каждой равна 0,8. Найти вероятность нормальной работы автобазы в ближайший день, если для этого необходимо иметь на линии не меньше 8 автомашин.

6. Вероятность получить высокие дивиденды по акциям на первом предприятии равна 0,2, на втором – 0,35, на третьем – 0,15. Определить вероятность того, что акционер, имеющий акции всех предприятий, получит высокие дивиденды: 1) на всех предприятиях; 2) только на одном предприятии; 3) хотя бы на одном предприятии.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0;\ x \le -1, \\ Ax^3 + Bx^2;\ -1 < x \le 1, \\ 1;\ x > 1. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 2/3)$; $P(x \ge 2/3)$; $P(-1/4;\ 1/2)$.

8. Приближенное измерение расстояния между двумя населенными пунктами имеет нормальное распределение с параметрами $a = 16$ км, $\sigma = 0{,}1$ км. Найти вероятность того, что расстояние между этими пунктами: 1) не менее 15,8 км; 2) лежит в интервале от 15,75 до 16,3км. Указать допустимые границы приближенных измерений, которые можно гарантировать с вероятностью 0,95.

Вариант № 11

1. В ящике с апельсинами 10 штук хороших и 3 порченых, в ящике с лимонами 10 штук хороших и 2 гнилых. Покупатель выбирает фрукты по 3 каждого вида. Выбор заканчивается, если попадается порченый фрукт. Найти закон распределения апельсинов и лимонов $X + Y$, где X – число выбранных апельсинов, Y – число выбранных лимонов.

2. Для людей, у которых левая рука является ведущей, составляет 1%. Найти среднее число левшей среди 200 студентов и вероятность того, что их будет ровно 4.

3. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 20. Какова вероятность того, что это число кратно 5?

4. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих шаров наудачу взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

5. Вероятность изготовления стандартной детали равна 0,95. Сколько деталей должно быть в партии, чтобы наиболее вероятное число нестандартных деталей в ней ровнялось 55?

6. Испытуемому предлагается три теста. Вероятность решения тестов соответственно равна 0,7; 0,8; 0,85. Найти вероятность того, что: 1) хотя бы один тест будет решен; 2) два теста будут решены; 3) не более двух тестов будут решены.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \; x \le 3, \\ A(x-3)^2 + B; \; 3 < x \le 5, \\ 1; \; x > 5. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \ge 2)$; $P(1; 4)$.

8. Цена некой ценной бумаги есть случайная величина X, имеющая нормальное распределение с параметрами $a = 98$ денежных единиц, $\sigma = 12$ денежных единиц. Найти вероятность того, что в день покупки цена бумаги будет: 1) заключена в пределах от 83 до 96 денежных единиц; 2) не меньше 90 денежных единиц. Определить допустимые границы отклонения цены ценной бумаги от среднего значения по абсолютной величине с надежностью 0,95.

Вариант № 12

1. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из нее наудачу извлекли 5 шаров. Какова вероятность того, что из них 5 белых; 2 белых и 3 черных? Найти закон распределения числа белых шаров и среднее число белых шаров в выборке.

2. Покупатель покупает обувь 41-го размера с вероятностью 0,2. Найти вероятность того, что из 100 покупателей 25 человек выберут обувь 41-го размера. Найти среднее число таких покупателей.

3. Прибор состоит из трех независимых элементов. Вероятность выхода из строя каждого равны: 0,1; 0,3; 0,2. Найти вероятность, что прибор работает (все элементы работают).

4. В первой урне лежит 1 белый шар и 4 красных, а во второй – 1 белый и 7 красных. В первую урну добавляют два шара, выбранных из второй урны. Найти вероятность того, что шар, выбранный из пополненной первой урны, будет белым.

5. Случайная величина *X* распределена равномерно на отрезке $[-\pi; \pi]$. Найти математическое ожидание *X* и попадание *X* в интервал $[-1; 1]$.

6. Радист трижды вызывает корреспондента. Вероятность того, что будет принят первый вызов, равна 0,2; второй – 0,3; третий – 0,4. События, состоящие в том, что данный вызов будет услышан независимы. Найти вероятность того, что корреспондент услышит: 1) все три вызова; 2) не менее двух вызовов; 3) хотя бы один вызов.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -1, \\ A(x+1)^2; -1 < x \le 1, \\ 0; \ x > 1. \end{cases}$$

Найти *A* и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 0,5)$; $P(x \ge 0,5)$; $P(-1/2; 1/2)$.

8. Известно, что рост взрослого мужчины является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами a = 173 см, σ = 6 см. Найти вероятность того, что рост случайно отобранного мужчины: 1) попадает в интервал от 176 до 182см; 2) будет не меньше 170 см; 3) отклонится по модулю от a не более, чем на 5 см.

Вариант № 13

1. В урне 4 белых и 2 черных шара. Из нее наудачу извлечены 2 шара. Составить закон распределения числа белых шаров, извлеченных из урны.

2. Вероятность приобретения некоторой покупки 0,3. Найти вероятность того, что из 100 покупателей ее приобретут от 75 до 85 покупателей, оценить среднее число покупателей, приобретающих эту покупку.

3. Имеются 3 ящика: в 1 ящике – 8, во 2 – 7, в 3 – 9 стандартных деталей из 10. Из каждого ящика вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три будут стандартными.

4. Известно, что $f(x)=\begin{cases} a\cos x;\ x\in[0;1], \\ 0;\ x\notin[0;1]. \end{cases}$

Найти a, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $P(0{,}2 < x < 0{,}8)$. Построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

5. В первом ящике находится 10 ламп для холодильника и 8 радиоламп. Во втором ящике всего 20 ламп, из них 4 радиолампы. Из каждого ящика взяты по лампочке, а затем из этих двух выбрана одна. Найти вероятность того, что взята радиолампа.

6. Мастер обслуживает четыре станка, работающих независимо друг от друга. Вероятности того, что станки в течение смены не потребуют внимания рабочего, равны $p_1 = 0{,}3$; $p_2 = 0{,}6$; $p_3 = 0{,}4$; $p_4 = 0{,}25$ соответственно. Найти вероятность того, что в течение смены: 1) хотя бы один станок не потребует внимания мастера; 2) не более чем три станка потребуют внимания мастера.

7. Дана функция распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0;\ x\le -1, \\ Ax^3+B;\ -1<x\le 1, \\ 1;\ x>1. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 2/3)$; $P(x \ge 2/3)$; $P(-1/4;\ 1/2)$.

8. Коробки с печеньем упаковываются автоматически. Вес коробок является случайной величиной, имеющей нормальное распределение с параметрами a = 330 г, σ = 20 г. Какова вероятность того, что коробка печенья имеет массу: 1) не менее 370 г; 2) в интервале от 320 до 350 г; 3) отличается от средней по абсолютной величине не более чем на 15 г?

Вариант № 14

1. Двое друзей покупают букеты на праздник: первый из 3 цветков, второй – из 5. Найти законы распределения $X + Y$ и XY, если X – число красных роз первого букета, Y – число белых роз второго букета.

2. Три стрелка стреляют по мишени. Первый попадает с вероятностью 0,8, второй – 0,9, третий – 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена.

3. На базе 12 машин. Вероятность выхода на линию каждого равна 0,9. Найти вероятность того, что вышло 8 машин.

4. Из ящика, содержащего 10 красных и 5 синих шаров, извлекают три шара. Найти вероятность того, что а) все шары красные; б) один шар синий, два красные.

5. Известно, что $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{a-3}; x \in [3; 5], \\ 0; x \notin [3; 5]. \end{cases}$

Найти a, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $P(3{,}5 < x < 4{,}5)$. Построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

6. Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой из трех дисциплин соответственно равна 0,6; 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения контрольной работы студентом: 1) хотя бы по двум дисциплинам; 2) не менее чем по одной дисциплине; 3) по всем трём дисциплинам.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; x \le 2, \\ Ax^3 - Bx^2; 2 < x \le 4, \\ 1; x > 4. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 3)$; $P(x \ge 3)$; $P(2{,}5; 3{,}5)$.

8. Размер, изготовляемой на станке детали представляет собой случайную величину, имеющую нормальное распределение с параметрами a = 20 см, σ = 0,2 см. Найти вероятность того, что размер случайно взятой детали: 1) не превысит 25 см; 2) попадает в интервал от 15 до 30 см. Указать допустимые границы отклонения размера изготовляемой детали от a по модулю, которое можно гарантировать с вероятностью 0,98.

Вариант № 15

1. Имеются два пакета с шариками: в первом 5 синих и 3 красных шара, во втором – 3 синих, 4 красных и 2 белых. Из каждого пакета выбирают один шар. Найти закон распределения цветов шаров, вынутых из каждого пакета.

2. Вероятность выхода из строя некоторого прибора за время t равна 0,2. Найти вероятность того, что за время t из строя выйдут от 3 до 10 приборов из 100.

3. Вероятность неточной сборки прибора равна 0,2. Найти вероятность того, что из 500 приборов точных окажется от 450 до 480.

4. Из 1000 ламп 100 принадлежит первой партии, 250 – второй, остальные принадлежат третьей партии. В первой партии 6%, во второй – 5%, в третьей – 4% брака. Наудачу выбирается одна деталь. Определить вероятность того, что она бракованная.

5. Известно, что $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{a-2}; x \in [2; 3], \\ 0; x \notin [2; 3]. \end{cases}$

Найти a, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $P(2{,}5 < x < 2{,}8)$. Построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

6. По четырем каналам ведется прием сообщений независимо друг от друга. Вероятности того, что из-за помех прием сообщения будет неправильным для каждого канала соответственно равны $p_1 = 0{,}2$; $p_2 = 0{,}3$; $p_3 = 0{,}25$; $p_4 = 0{,}35$. Найти вероятность того, что: 1) по всем каналам сообщения будут приняты неправильно; 2) хотя бы по одному каналу сообщение будет принято правильно; 3) не более чем по двум каналам сообщение будет принято правильно.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; x \le 1, \\ Ax^3 - Bx^2; 1 < x \le 4, \\ 1; x > 4. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \ge 2)$; $P(2; 3)$.

8. Вес снаряда есть случайная величина X, имеющая нормальный закон распределения с параметрами $a = 2{,}3$ г, $\sigma = 0{,}1$ г. Найти вероятность того, что вес снаряда будет: 1) не более 2,5 г; 2) попадает в интервал от 2,1 г до 2,6 г. Указать допустимые границы, в которых следует ожидать отклонение веса заряда от среднего, с надежностью 0,99.

Вариант № 16

1. Два ученика имеют свои наборы ручек: у первого 3 шариковых и 5 гелиевых ручек, у второго 6 шариковых и 3 гелиевых ручки. Найти совместный закон распределения гелиевых ручек, если первый ученик вынул две ручки, а второй три ручки.

2. Опыт состоит в том, что игральная кость подбрасывается 500 раз. Оценить вероятность выпадения «5». Найти точное значение того, что частота выпадения «5» отклонится от вероятности выпадения «5» при одном бросании менее, чем на 0,01?

3. Найти вероятность того, что телефонный номер из пяти цифр набран верно.

4. Имеется 3 урны с шарами. В первой находится 6 белых и 4 черных, во второй – 5 белых и 5 черных, в третьей – 6 белых. Выбирают одну урну наугад и вынимают из нее один шар. Найти вероятность того, что этот шар белый.

5. Случайная величина задана функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0, x\le 0,\\ \dfrac{x^2}{4}, 0<x\le 2,\\ 1, x>2.\end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, $M(x)$, $D(x)$.

6. Три охотника стреляют в волка, причём каждый делает по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого охотника равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего – 0,6. Какова вероятность того, что будет: 1) хотя бы одно попадание; 2) ровно три попадания; 3) не менее двух попаданий.

7. Дана плотность распределения $f(x)=\begin{cases}0;\ x\le 0,\\ A(x^2-2);\ 0<x\le 4,\\ 0;\ x>4.\end{cases}$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x<3)$; $P(x\ge 3)$; $P(1;3)$.

8. Дальность обнаружения косяка рыбы является нормальным распределением случайной величины с параметрами a = 20 км, σ = 4 км. Найти вероятность того, что дальность обнаружения косяка рыбы отклонится от a по модулю не более, чем на один километр. Указать допустимые границы отклонения дальности обнаружения косяка рыбы от среднего с надежностью 0,98.

Вариант № 17

1. Из цифр от 1 до 9 включительно наугад выбирается одна. Составить закон распределения того, что это число будет простым. Найти все числовые характеристики этого закона.

2. Найти математическое ожидание суммы числа очков, которые выпадают при бросании трех игральных костей.

3. Имеется три команды. В первой 20 человек, из них 9 девушек, во второй 22 человека, из них 7 девушек, в третьей 15 человек, из них 10 девушек. Для участия в конкурсе выбрали одну девушку. Найти вероятность того, что она из первой команды.

4. Вероятность изготовления детали с браком равна 0,001. Найти вероятность того, что среди 2000 деталей 4 бракованных.

5. В России 90% семей ставят елку на Новый Год. Какова вероятность того, что среди 10 семей 5 поставят елку? Найти закон распределения появления елки среди 5 семей из 10.

6. Трое менеджеров независимо друг от друга изучают рынок сбыта некоторой продукции. Вероятность совершить вычислительную ошибку для первого менеджера равна 0,1, для второго – 0,2, для третьего – 0,15. Найти вероятность того, что, проводя анализ, допустит ошибку: 1) только один менеджер; 2) хотя бы один менеджер; 3) любые два менеджера.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0;\ x\le 2,\\ A(x-2)^2;\ 2<x\le 5,\\ 0;\ x>5.\end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x<4)$; $P(x\ge 4)$; $P(3;4)$.

8. Диаметр валиков есть случайная величина X, имеющая нормальный закон распределения с параметрами a = 10 мм, σ = 0,1 мм. Найти интервал, симметричный относительно a, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовляемых валиков. Найти процент валиков, диаметр которых попадает в интервал от 9,8 до 10,4 мм.

Вариант № 18

1. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, вынимают 2 шара и добавляют один белый шар. Составить закон распределения числа белых шаров, которые можно вынуть из урны без возвращения.

2. При передаче сообщения, вероятность искажения одного знака равна 0,125. Какова вероятность того, что сообщение из 10 знаков содержит 3 искажения.

3. В урну, содержащую два шара, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров по цвету.

4. В велогонках участвуют два велосипедиста. Что вероятнее: выиграть два заезда из четырех или три из шести, если спортсмены одного разряда?

5. Известно, что $f(x)=\begin{cases} ax^2+3; \ x\in[2;\,3], \\ 0; \ x\notin[0;\,2]. \end{cases}$

Найти a, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $P(1 < x < 1{,}5)$. Построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

6. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый вопрос, равна 0,9, на второй – 0,7, на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент ответит: 1) не менее чем на два вопроса; 2) хотя бы на один вопрос.

7. Дана функция распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0; \ x\le -2, \\ Ax^3+B; \ -2<x\le 2, \\ 1; \ x>2. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(X)$; $f(x)$; $P(x<1)$; $P(x\ge 1)$; $P(-1;\,3/2)$.

8. Ошибка измерения дальности расстояния до объекта есть случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с параметрами a = 50 м, σ = 100 м. Найти: 1) вероятность изменения дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 150 м; 2) вероятность того, что измеренная дальность даст ошибку, лежащую в интервале от 100 м до 120 м; 3) допустимые границы измерения дальности, которые можно ожидать с допустимой вероятностью 0,954.

Вариант № 19

1. На две наудачу выбранные клетки шахматной доски поставлены два разноцветных «слона». Какова вероятность того, что «слоны» не бьют друг друга?

2. Контрольное задание состоит из 10 вопросов, ответами на которые являются слова «да» и «нет». Найти наиболее вероятное число правильных ответов и его вероятность, если учащийся выбирает ответ на удачу.

3. В квартире 10 чашек, из них 6 из набора. Каждое утро семья пьет кофе из чашек. Какова вероятность того, что из трех выбранных чашек две будут из набора?

4. У девушки 4 набора с семенами. В двух наборах половина семян 2015 и 2016 годов, в третьем наборе каждое десятое семя урожая 2015 года, а в четвертом наборе на десять семян 8 приходится на урожай 2015 года. Девушка выбирает семечко урожая 2015 года. Найти вероятность того, что оно из третьего набора?

5. Известно, что $f(x)=\begin{cases} a(x-1);\ x\in[1;\ 2], \\ 0;\ x\notin[1;\ 2]. \end{cases}$

Найти *a*, $F(x)$, $M(x)$, $D(x)$, $P(0{,}5 < x < 1{,}5)$. Построить графики функций $F(x)$, $f(x)$.

6. Для сигнализации об аварии установлены три независимых друг от друга датчика. Первый датчик при аварии срабатывает в 85 % случаев, второй – в 90 %, третий – в 95 %. Найти вероятность того, что при аварии сработают: 1) только один датчик; 2) хотя бы один датчик; 3) любые два датчика.

7. Дана функция распределения

$$F(x)=\begin{cases} 0;\ x\le 3, \\ Ax^2+Bx;\ 3<x\le 5, \\ 1;\ x>5. \end{cases}$$

Найти *A*, *B* и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 4)$; $P(x \ge 4)$; $P(3{,}5;\ 4)$.

8. Вес пойманной рыбы – случайная величина X, имеющая нормальное распределение с параметрами $a = 535$ г, $\sigma = 30$ г. Найти какой процент рыб имеет вес: 1) не меньше 520 г; 2) не больше 490 г. Указать допустимые границы веса пойманной рыбы, которые можно гарантировать с вероятностью 0,9758.

Вариант № 20

1. Игральная кость бросается трижды. Пусть X – сумма очков, полученных при всех бросаниях. Что вероятнее: $X = 12$ или $X = 11$?

2. Найти наиболее вероятное число выпадений шестерки при 46 бросаниях игральной кости.

3. Используя неравенство Чебышева, найти число независимых испытаний, если вероятность того, что абсолютная величина отклонения частоты от вероятности появления события в отдельном испытании, равной 0,2, превысит 0,96 $(\varepsilon = 0{,}1)$.

4. Имеется 4 заготовки. Вероятность изготовления годной детали из каждой заготовки равна 0,7. Составить закон распределения числа использованных заготовок (числа годных деталей).

5. В ящике 50 одинаковых деталей из них 5 окрашенных. Наудачу вбирают две. Найти вероятность того, что хотя бы одна из выбранных деталей была окрашена.

6. Студент должен сдать три экзамена. Вероятность успешной сдачи первого экзамена равна 0,8; второго – 0,7; третьего – 0,9. Найти вероятность того, что студент сдаст: 1) хотя бы один экзамен; 2) не менее двух экзаменов.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 2, \\ A(x-3)^2; \ 2 < x \le 4, \\ 0; \ x > 4. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 3)$; $P(x \ge 3)$; $P(2{,}5; 3{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $a = 25$. Вероятность попадания X в интервал (10; 15) равна 0,09. Найти вероятность того, что случайная величина X хотя бы один раз из четырех попадает в интервал (20; 35).

Вариант № 21

1. Наугад выбирают по одной букве из слов «дама» и «мама». Какова вероятность того, что эти буквы: 1) одинаковые; 2) разные?

2. По данным технического контроля 2 % изготовленных станков нуждаются в дополнительной регулировке. Найти вероятность того, что из 6 изготовленных станков 4 нуждаются в регулировке?

3. В коробке 2 упаковки клубничного, 3 упаковки ванильного и 5 упаковок обычного печенья. Наугад извлекается одна пачка. Найти вероятность того, что ею окажется пачка клубничного или ванильного печенья.

4. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжении первых суток превысит установленную норму составляет 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие шесть суток расход электроэнергии в течение четырех суток не превысит нормы.

5. Задана плотность распределения случайной величины X $f(x) = 10e^{-10x}$, $x \geq 0$. Найти числовые характеристики случайной величины X.

6. В мастерской три станка. Они требуют наладки в течение смены с вероятностью 0,2; 0,1; 0,3 соответственно. Найти вероятность того, что в течение смены потребуется наладить: 1) все станки; 2) только один станок; 3) хотя бы один станок.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \; x \leq 1, \\ Ax^2 + x; 1 < x \leq 3, \\ 0; \; x > 3. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \geq 2)$; $P(3/2; 5/2)$.

8. Нормальное распределение случайной величины X имеет математическое ожидание a = –15 м и среднее квадратическое отклонение σ = 1 м. Указать допустимые границы измерения случайной величины X, которые можно гарантировать с доверительной вероятностью 0,981. Найти вероятность того, что случайная величина X: 1) отклонится от среднего по модулю, не более чем на 5 м; 2) попадет в интервал (–10; 5) м.

Вариант № 22

1. Событие заключается в подбрасывании трех игральных костей. Найти вероятность того, что в пяти независимых испытаниях ровно три раза выпадет по три пятерки.

2. В пункте проката имеются 10 телевизоров, для которых вероятность исправной работы в течение месяца составляет 0,9, и 5 телевизоров с вероятностью безотказной работы 0,95. Найти вероятность того, что два телевизора, взятых наудачу в пункте проката, будут работать неисправно в течение месяца.

3. Студент за неделю съедает 10 пачек сухариков, из них 8 с сыром. В среду съедено 2 пачки. Составить закон распределения пачек сухариков с сыров в среду. Найти числовые характеристики распределения.

4. В доме 4 подъезда по 20 квартир. В первом подъезде живут пенсионеры в 10 квартирах, во втором и третьем – в 6, в четвертом – в 8 квартирах. Юный тимуровец решил помочь пенсионерам. Какова вероятность того, что он наудачу попадет в квартиру с пенсионерами.

5. Вероятность того, что у рыбака порвется леска на удочке 0,02. Рыбак забросил удочку 50 раз. Какова вероятность того, что леска порвется три раза? (У рыбака имеется возможность поменять порванную леску).

6. Три стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Первый стрелок поражает мишень в 60 % случаев, второй – в 70 %, третий – в 80 % случаев. Найти вероятность того, что: 1) только один стрелок поразил мишень; 2) любые два стрелка поразили мишень; 3) хотя бы один стрелок поразил мишень.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0; \ x \le 3, \\ A(x^2 - 2x); \ 3 < x \le 6, \\ 0; \ x > 6. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 5)$; $P(x \ge 5)$; $P(4; 5{,}5)$.

8. Ошибка измерения высоты есть случайная величина X, имеющая нормальный закон распределения с параметрами a = 10 м, σ = 20 м. Найти вероятность того, что ошибка измерения: 1) попадет в интервал (5; 20) м; 2) отклонится от среднего по модулю не более, чем на 10 м. Указать допустимые границы измерения, которые можно гарантировать с вероятностью 0,95.

Вариант № 23

1. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Какое событие из двух имеет большую вероятность: $P(|x| \le 0{,}7)$ или $P(|x| > 0{,}7)$?

2. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда равна 0,01. Найти вероятность того, что из 800 пассажиров опоздавших будет: 1) ровно 6; 2) хотя бы один; 3) пять или шесть.

3. В мешке у Деда Мороза 15 подарков: 5 машинок, 4 куклы, 6 апельсинов. Какова вероятность того, что Дед Мороз вынет игрушку, если он вынимает один подарок или два?

4. Выживаемость особей определенного вида находится на грани исчезновения и равна 60 %. Найти вероятность того, что из 5 особей выживут 1) 3; 2) не менее 3?

5. Задан ряд распределения дискретной случайной величины (табл. 9).

Таблица 9

x_i	1	2	3	4
p_i	0,1	0,3	p	0,1

Найти вероятность p и все числовые характеристики закона распределения.

6. В магазине приобретены три магнитофона. Вероятность того, что они выдержат гарантийный срок равны 0,9, 0,95, 0,91 соответственно. Найти вероятность того, что гарантийный срок: 1) выдержит хотя бы один магнитофон; 2) не менее двух магнитофонов.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -2, \\ Ax^5 + B; -2 < x \le 2, \\ 1; \ x > 2. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x < 1)$; $P(x \ge 1)$; $P(1; 1/2)$.

8. В результате анализа точности работы прибора установлено, что 80% ошибок не вышло за пределы ± 20 м. Определить среднеквадратичное отклонение, если известно, что $a = 0$, а случайные ошибки измерения распределяются по нормальному закону. Определить допустимые границы измерения, которые можно гарантировать с вероятностью 0,98.

Вариант № 24

1. Из урны, содержащей 2 белых и 3 черных шара, вынимают 2 шара и добавляют в урну один белый шар. После этого из урны вынимают три шара. Найти вероятность того, что они белые.

2. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1. Что больше: $P(-0{,}5 \le x \le -0{,}1)$ или $P(1 \le x \le 2)$?

3. Товаровед в магазине выбрал 2 самых покупаемых товара дня: стиральный порошок (вероятность покупки 0,5) и зубную пасту (вероятность покупки 0,8). Составить закон распределения покупки того или иного товара на следующий день. Найти среднее число проданных товаров.

4. Завод выпускает партию электрических лампочек, состоящую из 200000 штук. Вероятность того, что лампочка неисправна составляет 0,0001. Найти вероятность того, что в партии 10 лампочек бракованных.

5. Трое абитуриентов поступают в вуз на одну и ту же специальность. Из них двое поступили. Найти вероятность поступления первого и второго, если вероятности их поступления соответственно равны 0,3; 0,5 и 0,4.

6. Вероятность того, что саженец яблони приживется равна 0,7; груши – 0,6; винограда – 0,4. Было посажено по одному саженцу каждого вида. Найти вероятность того, что: 1) прижились любые два саженца; 2) только один саженец; 3) хотя бы один саженец.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ x \le 1, \\ A(x+1)^2;\ 1 < x \le 3, \\ 0;\ x > 3. \end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 2)$; $P(x \ge 2)$; $P(1{,}5;\ 2{,}5)$.

8. Отклонение контролируемого размера от проектного подчинено нормальному закону распределения с параметрами a = 10 мм, σ = 5 мм. Деталь считается годной, если отклонение ее размера от контрольного не превышает 2,5 мм. Найти процент годных деталей, которые изготовляет автомат. Указать допустимые границы отклонения контролируемого размера от a по модулю, которое можно гарантировать с вероятностью 0,99.

Вариант № 25

1. Вратарь отбивает в среднем 0,4 всех одиннадцатиметровых штрафных ударов. Какова вероятность того, что он возьмет ровно 3 мяча из 5?

2. Производятся три выстрела с вероятностями попадания в цель, равными соответственно 0,4; 0,3; 0,6. Найти среднее число попаданий.

3. В вазочке 10 конфет. Из них 8 конфет шоколадные. Наудачу взяты 2 конфеты. Составить закон распределения числа шоколадных конфет среди вынутых конфет и найти числовые характеристики распределения.

4. В секции общежития находится 5 комнат, в каждой из которых живут четыре человека, причем в первых трех живут по 3 первокурсника, в 4-ой живет 1 первокурсник, в 5-ой живут 2 первокурсника. Найти вероятность того, что из секции первым выйдет первокурсник и оценить вероятность того, что он из 4 комнаты.

5. В школьную библиотеку поступило 300 новых книг. Вероятность поступления книги по биологии равна 0,004. Найти вероятность того, что поступило ровно 5 книг по биологии.

6. Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятность того, что нужная ему формула содержится в первом, втором и третьем справочниках, соответственно равна 0,6, 0,7 и 0,8. Найти вероятность того что искомая формула содержится: 1) хотя бы в одном справочнике; 2) не менее, чем в двух справочниках.

7. Дана функция распределения

$$F(x)=\begin{cases}0;\ x\le 1,\\ Ax^2-Bx;\ 1<x\le 2,\\ 1;\ x>2.\end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $f(x)$; $P(x<1{,}5)$; $P(x\ge 1{,}5)$; $P(1{,}2;\ 1{,}5)$.

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием a = 10. Известно, что вероятное отклонение случайной величины X от a по модулю не более, чем на 0,2 равна 0,8. Найти: 1) среднеквадратичное отклонение для данного распределения; 2) вероятность того, что случайная величина X попадет в интервал (8; 12). Указать допустимые границы для случайной величины X, которое можно гарантировать с допустимой вероятностью 0,976.

Вариант № 26

1. Из 10 выстрелов стрелок поражает цель в среднем 8 раз. Составить закон распределения попадания в цель при трех независимых выстрелах.

2. Случайная величина X принимает значения 1, 3, 5, 7, 9 с равными вероятностями. Найти $M(x)$, $D(x)$.

3. Доля зеленых яблок в корзине составляет 0,9. С возвратом вынимают 3 яблока. Составить закон распределения числа зеленых яблок и найти характеристики распределения.

4. В урну, в которой находятся 3 кубика, опущен синий кубик, затем извлечен синий кубик. Найти вероятность этого события, если состав кубиков по цвету вначале равно возможен.

5. Общий капитал предприятия делится на 50 % капитала вкладчиков, на 35 % кредитов банка, на 15 % стоимости оборудования. Вероятность того, что предприятие по каким-либо причинам потеряет часть вложений равны соответственно 0,04; 0,03; 0,02. Найти вероятность того, что потеряна будет часть, составляющая стоимость оборудования.

6. Произведено три выстрела. Вероятность попадания по цели при первом выстреле равна 0,75, при втором – 0,8, при третьем – 0,9. Найти вероятность того, что будет: 1) только одно попадание; 2) хотя бы одно попадание; 3) ровно два попадания.

7. Дана функция распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0; \ x \le -1, \\ Ax^3 + 2Bx; -1 < x \le 2, \\ 1; \ x > 2. \end{cases}$$

Найти A, B и указать явный вид $F(x)$; $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $P(x < 1)$; $P(x \ge 1)$; $P(-0,5; 1,5)$.

8. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $a = 10$. Известно, что вероятное попадание случайной величины X в интервал от 9,7 до 10,3 равно 0,78. Найти среднеквадратичное отклонение данного распределения. Найти вероятность того, что случайная величина X, три раза из пяти попадет в интервал (9,3; 10,5).

Вариант № 27

1. На стенде 3 независимых прибора. Вероятности отказа каждого равны 0,1; 0,4; 0,2. Найти вероятность того, что откажут два прибора.

2. Известна функция распределения случайной величины

$$F(x)=\begin{cases}0;\ x\le 1,\\ \frac{1}{3}\left(x^2-1\right);\ -1<x\le 2,\\ 1;\ x>2.\end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$, $P(1{,}5\le x\le 1{,}8)$.

3. В бригаде 3 студента. Вероятность того, что студент не выполнит задание 0,2. Составить закон распределения числа студентов, не выполнивших задание. Найти числовые характеристики распределения.

4. В урне лежат шесть белых и четыре черных шара. Наугад вынули два шара. Найти вероятность того, что оба шара белые.

5. Станок штампует детали. Вероятность брака равна 0,001. Какова вероятность того, что среди 2000 деталей окажется 5 бракованных?

6. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе – 0,9, в третье – 0,8. Найти вероятность того, что: 1) только первое отделение получит газеты вовремя; 2) любые два отделения получат газеты вовремя; 3) хотя бы одно отделение получит газеты вовремя.

7. Дана функция плотности распределения

$$f(x)=\begin{cases}0;\ x\le 1,\\ A(x-3)^2;\ 1<x\le 5,\\ 0;\ x>5.\end{cases}$$

Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x<2)$; $P(x\ge 2)$; $P(2;4)$.

8. Задано случайное отклонение X размера детали с параметрами нормального распределения a = 5 мм, σ = 0,5 мм. Деталь счита-ется годной, если отклонение ее размера от номинала не превосходит 0,3 мм. Найти вероятность изготовления бракованной детали. Какое допустимое отклонение размера детали от наминала можно гарантировать с вероятностью 0,96?

Вариант № 28

1. Найти плотность распределения и вероятность попадания случайной величины X в интервал [–2; 2], ее математическое ожидание, если известна функция распределения случайной величины

$$F(x) = \begin{cases} 0;\ x \le -3, \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}x + 1\right);\ -3 < x \le 3, \\ 1;\ x > 3. \end{cases}$$

2. Число юношей относится к числу девушек как 3:2. В среднем один юноша и две девушки из 10 приходят в течение 1/60 часа в библиотеку для обмена литературы. Пришел студент. Какова вероятность того, что этот студент – юноша.

3. На Северном полюсе живет стая из 15 пингвинов, среди них 3 самца. Браконьеры поймали двух пингвинов. Составить закон распределения числа самцов среди пойманных. Найти числовые характеристики случайной величины.

4. Из 18 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0,7; 7 – с вероятностью 0,7; 4 – с вероятностью 0,6 и 2 – с вероятностью 0,5. Наудачу выбранный стрелок в цель не попал. К какой группе вероятнее всего он принадлежал?

5. Какова вероятность того, что на птицефабрике из 1500 яиц вылупится 500 петушков, если вероятность рождения петушка равна 0,3?

6. Рабочий обслуживает три станка, каждый из которых работает независимо друг от друга. Вероятность того, что станок не потребует внимания рабочего, для первого равна 0,4, для второго – 0,3, для третьего – 0,2. Найти вероятность того, что за смену: 1) все три станка не потребуют внимания рабочего; 2) любые два станка не потребуют внимания; 3) хотя бы один станок не потребует внимания рабочего.

7. Найти A и указать явный вид $f(x)$; $M(x)$; $D(x)$; $F(x)$; $P(x < 3)$; $P(x \ge 3)$; $P(2; 3)$, если дана функция плотности распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0;\ x \le 1, \\ A(x^2 - 2x);\ 1 < x \le 4, \\ 0;\ x > 4. \end{cases}$$

8. При большом числе измерений было установлено, что 75% ошибок не превосходят по абсолютной величине 1,25 мм. Найти среднеквадратичное отклонение закона распределения ошибок измерения, считая его нормальным с нулевым математическим ожиданием. Найти какой процент ошибок попадет в интервал (1,2; 1,31) мм.

Решение примерного варианта контрольной работы

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Из этой партии наудачу взято 2 детали. Найти закон распределения дискретной случайной величины X – числа стандартных деталей в выборе. Записать функцию распределения.

Решение. Случайная величина X может принимать три значения: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$. Вычислим вероятность этих значений:

$$p_1 = P(X = 0) = \frac{C_8^0 C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, \quad p_2 = P(X = 0) = \frac{C_8^1 C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45},$$

$$p_2 = P(X = 0) = \frac{C_8^2 C_2^0}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}.$$

Следовательно, закон распределения данной случайной величины можно задать с помощью табл. 10:

Таблица 10

X	0	1	2
p	$\frac{1}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{28}{45}$

Найдем функцию распределения дискретной случайной величины X – числа стандартных деталей в выборке.

1. При $x \le 0$ $F(x) = \sum_{x_k < 0} P(X = x_k) = 0.$

2. При $0 < x \le 1$ $F(x) = \sum_{x_k < 0} P(X = x_k) = P(X = 0) = \frac{1}{45}.$

3. При $1 < x \le 2$ $F(x) = \sum_{x_k < 0} P(X = x_k) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{1}{45} + \frac{16}{45} = \frac{17}{45}.$

4. При $x > 2$

$$F(x) = \sum_{x_k < 0} P(X = x_k) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{45} + \frac{16}{45} + \frac{28}{45} = 1.$$

В результате получим $F(x) = \begin{cases} 0; & \text{если} \quad x \le 0, \\ \frac{1}{45}; & \text{если} \quad 0 < x \le 1, \\ \frac{17}{45}; & \text{если} \quad 1 < x \le 2, \\ 1; & \text{если} \quad x > 2. \end{cases}$

2. Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказа каждого элемента равна 0,1. Составить закон распределения числа отказавших элементов и построить многоугольник распределения.

Решение. Пусть дискретная случайная величина X – число отказавших элементов. Возможные значения X $\{x_1 = 0;\ x_2 = 1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 3\}$. Отказы элементов независимы друг от друга, вероятности отказов каждого из элементов одинаковы, поэтому можно применить формулу Бернулли $P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m}$.

В нашем случае $p = 0{,}1$; $q = 0{,}9$; $n = 3$; значения $m = \{0, 1, 2, 3\}$. По формуле Бернулли получим:

$$P(X = 0) = q^3 = 0{,}9^3 = 0{,}729;$$

$$P(X = 1) = C_3^1 p^1 q^2 = 3 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^2 = 0{,}243;$$

$$P(X = 2) = C_3^2 p^2 q^1 = 3 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9 = 0{,}027;$$

$$P(X = 3) = p^3 = 0{,}1^3 = 0{,}001.$$

Закон распределения числа отказавших элементов запишем в виде табл. 11:

Таблица 11

X	0	1	2	3
p	0,729	0,243	0,027	0,001

Для контроля вычислений проверим сумму вероятностей:

$$0{,}729 + 0{,}243 + 0{,}027 + 0{,}001 = 1.$$

Построим прямоугольную систему координат, причем на оси OX будем откладывать возможные значения x_i, а по оси ординат – соответствующие вероятности P_i. Построим точки M_1 (0; 0,723), M_2 (1; 0,243), M_3(2; 0,027), M_4 (3; 0,001). Соединим эти точки отрезками, получим многоугольник распределения (рис. 7).

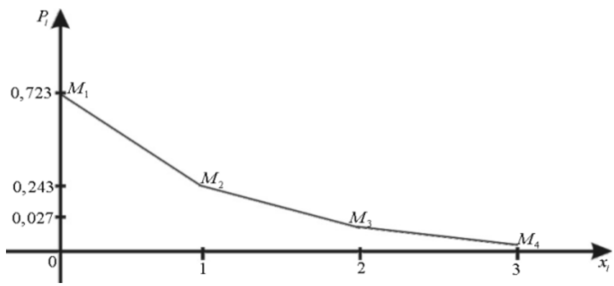

Рис. 7

3. Дан ряд распределения случайной величины X (табл. 12):

Таблица 12

X	0	1	2	3
p	0,729	0,243	0,027	0,001

Найти и изобразить графически ее функцию распределения $F(x)$.

Решение. Случайная величина X является дискретной, поэтому $F(x)$ будет «ступенчатой» функцией. Найдём значения $F(x)$.

1. При $x < 0$ $F(x) = P(x < 0) = 0$.
2. При $0 < x \le 1$ $F(x) = P(X = 0) = 0{,}729$.
3. При $1 < x \le 2$ $F(x) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}729 + 0{,}243 = 0{,}972$.
4. При $2 < x \le 3$
$F(x) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0{,}729 + 0{,}243 + 0{,}027 = 0{,}999$.
5. При $x > 3$, $F(x) = 1$.

В результате получим $F(x) = \begin{cases} 0; & \text{если } x \le 0, \\ 0{,}729; & \text{если } 0 < x \le 1, \\ 0{,}972; & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 0{,}999; & \text{если } 2 < x \le 3, \\ 1; & \text{если } x > 3. \end{cases}$

Построим график функции $y = F(x)$ (рис. 8). Эта функция является непрерывной слева.

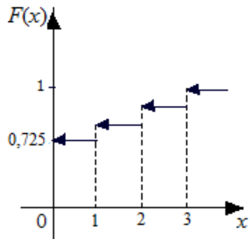

Рис. 8

4. Функция распределения непрерывной случайной величины X имеет вид $F(x) = \begin{cases} 0; & \text{если } x \le 1, \\ x - 1; & \text{если } 1 < x \le 2, \\ 1; & \text{если } x > 2. \end{cases}$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X

примет значение, заключенное в интервале (1,5; 2,5).

Решение. Вероятность того, что величина X примет значение, заключенное в интервале (1,5; 2,5), равна

$$P(1{,}5 < x < 2{,}5) = F(2{,}5) - F(1{,}5).$$

По условию $F(2{,}5) = 1$; $F(1{,}5) = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$. Значит,

$$P(1{,}5 < x < 2{,}5) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5.$$

Ответ: 0,5.

5. Игральная кость брошена два раза. Найти закон распределения случайной величины X – числа выпадения четного числа очков. Найти также математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины X.

Решение. Вероятность появления четного числа очков при каждом бросании игральной кости равна $p = 0{,}5$ и $q = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$.

Число выпадений четного числа очков X при двух бросаниях игральной кости может принимать значения $X = 0$, $X = 1$, или $X = 2$. Найдем вероятности этих возможных значений по формуле Бернулли:

$$P(x=0) = C_2^0 p^0 q^2 = 0{,}5^2 = 0{,}25,$$

$$P(x=1) = C_2^1 p^1 q^1 = 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5,$$

$$P(x=2) = C_2^2 p^2 q^0 = 0{,}5^2 = 0{,}25.$$

Запишем закон распределения случайной величины X в виде табл. 13:

Таблица 13

X	0	1	2
p	0,25	0,5	0,25

Вычислим математическое ожидание

$$M(x) = 0 \cdot 0{,}25 + 1 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 0{,}25 = 1.$$

Запишем закон распределения случайной величины X^2 (табл. 14).

Таблица 14

X^2	0	1	4
p	0,25	0,5	0,25

Найдем $M\left(x^2\right) = 0 \cdot 2{,}25 + 1 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}25 = 1{,}5$.

Тогда по формуле $D(x) = M\left(x^2\right) - \left[M(x)\right]^2 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$.

Найдем среднеквадратическое отклонение $\sigma(x)$:

$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{0{,}5} \approx 0{,}71.$

Ответ: $M(x) = 1; \quad D(x) = 0{,}5; \quad \sigma(x) = 0{,}71.$

6. Найти дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины *X*, которая задана плотностью распределения вероятности следующим образом:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}08; & \text{если} \quad x \in [0;\, 5], \\ 0; & \text{если} \quad x \notin [0;\, 5]. \end{cases}$$

Решение. Найдем математическое ожидание *X* по формуле

$$M(x) = \int_a^b xf(x)dx.$$

Будем иметь $M(x) = \int_0^5 x0{,}08xdx = 0{,}08\int_0^5 x^2 dx = 0{,}08\frac{x^3}{3}\Big|_0^5 = 0{,}08\frac{125}{3} = \frac{10}{3}.$

Найдем дисперсию по формуле: $D(x) = \int_a^b x^2 f(x)dx - [M(x)]^2.$

$$D(x) = \int_0^5 x^2 0{,}08xdx - \left(\frac{10}{3}\right)^2 = 0{,}08\int_0^5 x^3 dx - \frac{100}{9} = 0{,}08\frac{x^4}{4}\Big|_0^5 - \frac{100}{9} = 0{,}08\frac{625}{4} - \frac{100}{9} = \frac{25}{18}.$$

$$\sigma(x) = \frac{5\sqrt{2}}{6}\ .$$

Ответ: $D(x) = \frac{25}{18}, \quad \sigma(x) = \frac{5\sqrt{2}}{6}.$

7. Случайная величина *T* (время работы электроприбора) имеет показательное распределение. Определить вероятность того, что время работы электроприбора будет не меньше 60 000 ч, если среднее время работы электроприбора равно 40 000 ч.

Решение. Поскольку математическое ожидание равно среднему значению случайной величины (среднему времени работы электроприбора), то $M(T) = 40000$. Следовательно, $\frac{1}{\lambda} = 40000.$

Искомую вероятность найдем по формуле

$$P(T\ >\ 60000) = 1 - P(T \le 60000).$$

Заменив вероятность события $P(T \le 60000)$ на значение функции распределения $F(60000)$, получим

$$P(T > 60000) = 1 - F(60000) = 1 - \left(1 - e^{-60000/40000}\right) = e^{-1{,}5} = 0{,}2231.$$

Ответ: 0,2231.

8. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \begin{cases} a\cos x; & \text{если } |x| < \pi/2, \\ 0; & \text{если } |x| \geq \pi/2. \end{cases}$

Найти коэффициент a и вероятность того, что X примет значения, принадлежащие интервалу $[0; \pi/4]$.

Решение. Плотность распределения $f(x)$ должна удовлетворять равенству $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$. Из этого условия получим значение параметра a.

$$\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} a\cos x dx = 1.$$

После интегрирования будем иметь $a(\sin(\pi/2) - \sin(-\pi/2)) = 1$.

Значит $2a = 1$; отсюда $a = 1/2$.

Вероятность найдём по формуле: $P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}) = \int\limits_{0}^{\pi/4} a\cos t dt.$

После интегрирования получим

$$P(0 \leq x \leq \tfrac{\pi}{4}) = \sin\tfrac{\pi}{4} - \sin 0 = \tfrac{\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ: $a = 0{,}5$; $P\left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

9. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие будет повреждено, равна 0,0002. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено три изделия, а также среднее число поврежденных в пути изделий.

Решение. Случайная величина X (количество поврежденных изделий) распределена по закону Пуассона, так как количество величин большое $n = 5000$, а вероятность появления события X – мала $p = 0{,}0002$.

Применим формулу Пуассона $m = 3$; $\lambda = np = {=}5000 \cdot 0{,}0002 = 1$.

$$P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \ \ P(X = 3) = \frac{\lambda^3}{3!} e^{-1} = \frac{1}{6e} \approx 0{,}06.$$

Среднее число поврежденных в пути изделий равно математическому ожиданию $M(x) = 1$.

Ответ: $p = 0{,}06$; $M(x) = 1$.

10. Найти моду, медиану, математическое ожидание случайной величины X, которая задана плотностью распределения вероятности следующим образом:

$$f(x)=\begin{cases}-0{,}75x^2+6x-11{,}25; & \text{если } 3\le x\le 5,\\ 0; & \text{для остальных значений } x.\end{cases}$$

Решение. Графиком функции $y = -0{,}75x^2 + 6x - 11{,}25$ является часть параболы, расположенной над осью OX, ветви которой направлены вниз. Парабола с осью OX пересекается в точках $x = 3$ и $x = 5$. При этом график плотности распределения $y = f(x)$ расположен симметрично относительно прямой $x = 4$, проходящей через вершину параболы (рис. 9).

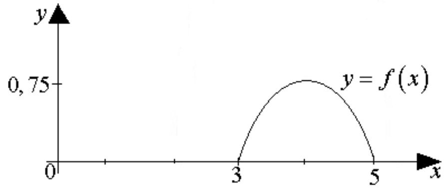

Рис. 9

Значит, медиана $M_e(x) = 4$.

Вершина параболы – максимум кривой распределения, соответствует значению $x = 4$ ($\max f(x) = f(4)$); поэтому мода $M_0(x) = 4$.

Математическое ожидание $M(x)$ совпадает с медианой, потому что график функции $y = f(x)$ симметричен относительно прямой $x = 4$.

Математическое ожидание $M(x)$ можно также вычислить по формуле

$$M(x)=\int_{\alpha}^{\beta} xf(x)dx.$$

$$M(x)=\int_3^5 x(-0{,}75x^2+6x-11{,}25)dx=\int_3^5\left(-0{,}75x^3+6x^2-11{,}25x\right)dx=$$

$$=-0{,}75\frac{x^4}{4}+6\frac{x^3}{3}-11{,}25\frac{x^2}{2}\Bigg|_3^5=4.$$

Ответ: $M_0(x) = 4$, $M_e(x)=4$, $M(x)=4$.

11. Троллейбусы отходят от остановки регулярно с интервалом 10 мин. Пассажир приходит на остановку в случайный момент времени. Найти вероятность того, что ему придется ждать не более 2 мин, а также математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины X – времени ожидания троллейбуса.

Решение. Случайная величина X (время ожидания троллейбуса) имеет равномерный закон распределения на промежутке [0; 10]. При этом плотность распределения имеет вид

$$f(x)=\begin{cases}1/10; & \text{если } 0 \le x \le 10,\\ 0; & \text{если } x \notin [0;10].\end{cases}$$

Вероятность того, что пассажиру придется ждать троллейбус не более 2 мин, найдем, подставив в формулу $P(\alpha < x < \beta) = \dfrac{\beta-\alpha}{b-a}$ значения $\alpha = 0$; $\beta = 2$; $a = 0$; $b = 10$. Получим

$$P(0 < x < 2) = \frac{2-0}{10-0} = 0{,}2.$$

Математическое ожидание будет равно

$$M(x) = \frac{a+b}{2} = \frac{0+10}{2} = 5.$$

Вычислим теперь дисперсию

$$D(x) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(10-0)^2}{12} = \frac{25}{3}.$$

Среднеквадратическое отклонение $\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Ответ: $p = 0{,}2$; $M(x) = 5$; $\sigma(x) = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

12. Производится взвешивание некоторого вещества без систематических ошибок. Случайные ошибки взвешивания подчинены нормальному закону распределения со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 20$. Найти вероятность того, что взвешивание будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине числа 10.

Решение. По условию $a = 0$; $\sigma = 20$; $\delta = 10$. Применим формулу $P(|x| \le \delta) = 2\Phi(\delta/\sigma)$. Получим, $P(|x| \le 10) = 2\Phi(0{,}5)$. Из прил. 1 находим $\Phi(0{,}5) = 0{,}1915$. Значит, $P(|x| \le 10) = 0{,}383$.

Ответ: 0,383.

13. Случайная величина X распределена нормально с параметрами $a = 5$; $\sigma = 1$. Найти вероятность того, что величина X примет значения, принадлежащие промежутку [4; 7].

Решение. Искомую вероятность найдём по формуле

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

где $\alpha = 4$; $\beta = 7$; $a = 5$; $\sigma = 1$. Получим,

$P(4 < x < 7) = \Phi(2) - \Phi(-1) = \Phi(2) + \Phi(1) = 0,4772 + 0,3413 = 0,8185.$

Ответ: 0,8185.

14. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0;\ x \le 0, \\ \dfrac{x}{3};\ 0 < x \le 3, \\ 1;\ x > 3. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания величина X принимает значение из интервала (2; 3).

Решение. Находим вероятность

$$P(2 < x \le 3) = F(3) - F(2) = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $P(2 < x \le 3) = \dfrac{1}{3}$.

15. Непрерывная случайная величина X задана функцией плотности распределения $f(x) = \dfrac{C}{1+x^2}$. Найти значение параметра C.

Решение. Плотность распределения должна удовлетворять условию $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$. Найдем параметр c из условия

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{C}{1+x^2}dx = C\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = 1. \text{ Отсюда } C = \frac{1}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}}.$$

Вычислим несобственный интеграл

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{M\to-\infty} \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{dx}{1+x^2} + \lim_{N\to+\infty} \int\limits_{0}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{M\to-\infty} \operatorname{arctg}(x)\Big|_M^0 + \lim_{N\to+\infty} \operatorname{arctg}(x)\Big|_0^N =$$

$$= 0 - \left(\frac{-\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\right) - 0 = \left(\frac{\pi}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi.$$

Следовательно, $C = \dfrac{1}{\pi}$, $\quad f(x) = \dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$.

Ответ: $C = \dfrac{1}{\pi}$.

16. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x)=\begin{cases}0; & x\le\dfrac{\pi}{6},\\ 3\sin 3x; & \dfrac{\pi}{6}<x\le\dfrac{\pi}{3},\\ 0; & x>\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

Решение. Используем формулу $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f(x)dx$.

Если $x\le\frac{\pi}{6}$, то $f(x)=0$. Следовательно, $F(x)=\int\limits_{-\infty}^{\frac{\pi}{6}} 0dx=0$.

Если $\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{3}$, то

$$F(x)=\int\limits_{-\infty}^{\frac{\pi}{6}}0dx+\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{x}3\sin 3xdx=-\cos 3x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{x}=\left(\cos 3x-\cos\frac{\pi}{2}\right)=-(\cos 3x-0)=-\cos 3x.$$

Если $x>\frac{\pi}{3}$, то

$$F(x)=\int\limits_{-\infty}^{\frac{\pi}{6}}0dx+\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}3\sin 3x\,dx+\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{x}0dx=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}3\sin 3x\,dx=-\cos 3x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}=$$

$$=-\left(\cos\pi-\cos\frac{\pi}{2}\right)=-(-1)=1.$$

Итак, искомая функция распределения имеет вид

$$F(x)=\begin{cases}0; & x\le\dfrac{\pi}{6},\\ -\cos 3x; & \dfrac{\pi}{6}<x\le\dfrac{\pi}{3},\\ 1; & x>\dfrac{\pi}{3}.\end{cases}$$

17. Найти числовые характеристики $M(x)$, $D(x)$, $\sigma(x)$ непрерывной случайной величины *X*, заданной функцией распределения

$$F(x)=\begin{cases}0; & x\le 0,\\ x^3; & 0<x\le 1,\\ 1; & x>1.\end{cases}$$

Решение. Зная, что $f(x)=F'(x)$, найдем плотность распределения

$$f(x)=\begin{cases}0; & x\le 0,\\ 3x^2; & 0<x\le 1,\\ 0; & x>1.\end{cases}$$

Вычисляем математическое ожидание.

$$M(x)=\int_a^b xf(x)dx=\int_0^1 x3x^2dx=3\int_0^1 x^3dx=3\int_0^1 x^3dx=3\cdot\frac{x^4}{4}\Bigg|_0^1=\frac{3}{4}.$$

Находим дисперсию и среднее квадратичное отклонение.

$$D(x)=\int_a^b x^2 f(x)\,dx-[M(x)]^2=\int_0^1 3x^4\,dx-\left(\frac{3}{4}\right)^2=3\frac{x^5}{5}\Bigg|_0^1-\frac{9}{16}=\frac{3}{80}.$$

$$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}=\sqrt{\frac{3}{80}}\approx 0{,}19\,.$$

Ответ: $M(x)=\dfrac{3}{4},\;\; D(x)=\dfrac{3}{80},\;\; \sigma(x)=0{,}19.$

18. Вес пойманной рыбы подчинен нормальному закону распределения с параметрами a = 375 г, $\sigma=25$ г. Найти вероятность того, что вес одной рыбы будет: 1) от 300 до 425 г; 2) не более 450 г; 3) больше 300 г.

Решение. Воспользуемся формулой

$$P(\alpha<x<\beta)=\Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right).$$

При α = 300, β = 425

$$P(300<x<425)=\Phi\left(\frac{425-375}{25}\right)-\Phi\left(\frac{300-375}{25}\right)=\Phi(2)-\Phi(-3)=$$

$$=\Phi(2)+\Phi(3)=0{,}477250+0{,}498650=0{,}9759.$$

При x < 450:

$$P(x<450)=P(0<x<450)=\Phi\left(\frac{450-375}{25}\right)-\Phi\left(\frac{0-375}{25}\right)=$$

$$=\Phi(3)-\Phi(-15)=\Phi(3)+\Phi(15)=0{,}49865+0{,}5=0{,}9987.$$

При $x>300$

$$P(x>300)=P(300<x<+\infty)=\Phi\left(\frac{+\infty-375}{25}\right)-\Phi\left(\frac{300-375}{25}\right)=$$

$$=\Phi(+\infty)-\Phi(-3)=\Phi(+\infty)+\Phi(3)=0{,}5+0{,}49865=0{,}9987.$$

Ответ: 1) 0,9759; 2) 0,9987; 3) 0,9987.

19. Определить закон распределения случайной величины *X*, если ее плотность вероятности имеет вид $f(x)=Ae^{-x^2+2x+1}$.

Найти $M(x)$; $\sigma(x)$; значение коэффициента *A*; $D(x)$; $P(1<x<3)$.

Решение. Преобразуем данную плотность вероятностей, выделяя в показателе экспоненты полный квадрат

$$f(x)=Ae^{-x^2+2x+1}=Ae^{-(x-1)^2+2}=Ae^2e^{-(x-1)^2}=Ae^2e^t,$$

$$t=-\frac{(x-1)^2}{2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}.$$

Заключаем, что случайная величина *X* имеет нормальное распределение с параметрами: $a=1$, следовательно, $M(x)=1$; $\sigma(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Значение коэффициента *A* найдем из равенства

$$Ae^2=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}},\ \text{где}\ \sigma=\frac{1}{\sqrt{2}}\approx 0{,}71.$$

Отсюда

$$A=\frac{1}{e^2\,\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2}\sqrt{\pi}}=\frac{1}{e^2\sqrt{\pi}}.$$

Следовательно, плотность вероятности случайной величины *X* имеет вид

$$f(x)=\frac{1}{e^2\sqrt{\pi}}\cdot e^2\cdot e^{\frac{-(x-1)^2}{2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}}=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-(x-1)^2}{2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}}.$$

Найдем значение дисперсии $D(x)=(\sigma(x))^2=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{1}{2}$.

Для определения вероятности используем формулу

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

$$P(1 < x < 3) = \Phi\left(\frac{3-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right) - \Phi\left(\frac{1-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right) = \Phi(2{,}82) - \Phi(0) = 0{,}4976 - 0 = 0{,}4976.$$

Ответ: $M(x) = 1; \sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $A = \frac{1}{e^2\sqrt{\pi}}$; $D(x) = \frac{1}{2}$; $P(1 < x < 3) = 0{,}4976.$

20. Закон распределения случайной величины X задан в табл. 15.

Таблица 15

X	1	3	5
p	0,4	0,1	9,5

Найти закон распределения случайной величины $Y = 3X + X^2$.

Решение. Найдем значения случайной величины Y для каждого значения X и получим закон распределения случайной величины Y (табл. 16):

$$y_1 = 3x_1 + x_1^2 = 3 \cdot 1 + 1 = 4,$$

$$y_2 = 3x_2 + x_2^2 = 3 \cdot 3 + 3^2 = 18,$$

$$y_3 = 3x_3 + x_3^2 = 3 \cdot 5 + 5^2 = 40.$$

Таблица 16

Y	1	18	40
p	0,4	0,1	9,5

21. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течении часа станок не потребует внимания рабочего для первого станка равна 0,9, для второго станка – 0,8, для третьего станка – 0,75, для четвертого станка – 0,7. Составить закон распределения случайной величины X – числа станков, которые не потребуют внимания рабочего в течение часа.

Решение. Составим законы распределения вероятностей четырех случайных величин X_i – «i станок не потребует внимания рабочего» ($i = 1, 2, 3, 4$; табл. 17 – 20).

Таблица 17

X_1	0	1
p	0,1	0,9

Таблица 18

X_2	0	1
p	0,2	0,8

Таблица 19

X_3	0	1
p	0,25	0,75

Таблица 20

X_4	0	1
p	0,3	0,7

Рассмотрим случайную величину $Z_1 = X_1 + X_2$ – «внимания рабочего не потребуют первые два станка», которая может принимать три значения: 0, 1, 2. Найдем значения вероятностей:

$$p_1 = 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02;$$

$$p_2 = 0{,}9 \cdot 0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0{,}8 = 0{,}26;$$

$$p_3 = 0{,}9 \cdot 0{,}8 = 0{,}72.$$

Получим закон (табл. 21).

Таблица 21

Z_1	0	1	2
p	0,02	0,26	0,72

Рассмотрим случайную величину $Z_2 = Z_1 + X_3$ – «внимания рабочего могут не потребовать первые три станка», которая может принимать три значения: 0, 1, 2, 3. Найдем значения вероятностей:

$$p_1 = 0{,}25 \cdot 0{,}02 = 0{,}005;$$

$$p_2 = 0{,}25 \cdot 0{,}26 + 0{,}75 \cdot 0{,}02 = 0{,}08;$$

$$p_3 = 0{,}25 \cdot 0{,}72 + 0{,}75 \cdot 0{,}25 = 0{,}375;$$

$$p_4 = 0{,}75 \cdot 0{,}72 = 0{,}54.$$

Получим закон (табл. 22).

Таблица 22

Z_2	0	1	2	3
p	0,005	0,08	0,375	0,54

Рассмотрим случайную величину $Z_3 = Z_2 + X_4$.

Построим двумерную таблицу суммы двух случайных величин (табл. 23)

Таблица 23

X_4 \ Z_2	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	4

Случайная величина Z_3 – «внимания рабочего не потребуют все четыре станка» может принимать четыре значения: 0, 1, 2, 3, 4. Найдем значения вероятностей:

$$p_1 = 0{,}3 \cdot 0{,}005 = 0{,}0015;$$

$$p_2 = 0{,}3 \cdot 0{,}08 + 0{,}7 \cdot 0{,}005 = 0{,}0275;$$

$$p_3 = 0{,}3 \cdot 0{,}375 + 0{,}7 \cdot 0{,}08 = 0{,}1685;$$

$$p_4 = 0{,}3 \cdot 0{,}54 + 0{,}7 \cdot 0{,}375 = 0{,}4245;$$

$$p_5 = 0{,}7 \cdot 0{,}54 = 0{,}378.$$

Получим закон (табл. 24).

Таблица 24

Z_2	0	1	2	3	4
p	0,0015	0,0275	0,1685	0,4245	0,378

Таким образом, получен закон распределения случайной величины X – числа станков, которые не потребуют внимания рабочего в течение часа (табл. 24): $X = X_1 + X_1 + X_1 + X_4$.

П Р И Л О Ж Е Н И Я

Приложение 1

Значения функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3652	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180

Окончание прил. 1

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0138
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,004	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Приложение 2

Значения функции $\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz$

x	Φ*(x)*	*x*	Φ*(x)*	*x*	Φ*(x)*	*x*	Φ*(x)*
0,00	0,0000	0,37	0,1443	0,74	0,2703	1,11	0,3665
0,01	0,0040	0,38	0,1480	0,75	0,2734	1,12	0,3686
0,02	0,0080	0,39	0,1517	0,76	0,2764	1,13	0,3708
0,03	0,0120	0,40	0,1554	0,77	0,2794	1,14	0,3729
0,04	0,0160	0,41	0,1591	0,78	0,2823	1,15	0,3749
0,05	0,0199	0,42	0,1628	0,79	0,2852	1,16	0,3770
0,06	0,0239	0,43	0,1664	0,80	0,2881	1,17	0,3790
0,07	0,0279	0,44	0,1700	0,81	0,2910	1,18	0,3810
0,08	0,0319	0,45	0,1736	0,82	0,2939	1,19	0,3830
0,09	0,0359	0,46	0,1772	0,83	0,2967	1,20	0,3849
0,10	0,0398	0,47	0,1808	0,84	0,2995	1,21	0,3869
0,11	0,0438	0,48	0,1844	0,85	0,3023	1,22	0,3883
0,12	0,0478	0,49	0,1879	0,86	0,3051	1,23	0,3907
0,13	0,0517	0,50	0,1915	0,87	0,3078	1,24	0,3925
0,14	0,0557	0,51	0,1950	0,88	0,3106	1,25	0,3944
0,15	0,0596 1	0,52	0,1985	0,89	0,3133	1,26	0,3962
0,16	0,0636	0,53	0,2019	0,90	0,3159	1,27	0,3980
0,17	0,0675	0,54	0,2054	0,91	0,3186	1,28	0,3997
0,18	0,0714	0,55	0,2088	0,92	0,3212	1,29	0,4015
0,19	0,0753	0,56	0,2123	0,93	0,3238	1,30	0,4032
0,20	0,0793	0,57	0,2157	0,94	0,3264	1,31	0,4049
0,21	0,0832	0,58	0,2190	0,95	0,3289	1,32	0,4066
0,22	0,0871	0,59	0,2224	0,96	0,3315	1,33	0,4088
0,23	0,0910	0,60	0,2257	0,97	0,3340	1,34	0,4099
0,24	0,0948	0,61	0,2291	0,98	0,3365	1,35	0,4115
0,25	0,0987	0,62	0,2324	0,99	0,3389	1,36	0,4131

Окончание прил. 2

x	Ф*(x)*	*x*	Ф*(x)*	*x*	Ф*(x)*	*x*	Ф*(x)*
0,26	0,1026	0,63	0,2357	1,00	0,3413	1,37	0,4147
0,27	0,1064	0,64	0,2389	1,01	0,3438	1,38	0,4162
0,28	0,1103	0,65	0,2422	1,02	0,3461	1,39	0,4177
0,29	0,1141	0,66	0,2454	1,03	0,3485	1,40	0,4192
0,30	0,1179	0,67	0,2486	1,04	0,3508	1,41	0,4207
0,31	0,1217	0,68	0,2517	1,05	0,3531	1,42	0,4222
0,32	0,1255	0,69	0,2549	1,06	0,3554	1,43	0,4236
0,33	0,1293	0,70	0,2580	1,07	0,3577	1,44	0,4251
0,34	0,1331	0,71	0,2611	1,08	0,3599	1,45	0,4265
0,35	0,1368	0,72	0,2642	1,09	0,3621	1,46	0,4279
0,36	0,1406	0,73	0,2673	1,10	0,3643	1,47	0,4292
1,50	0,4332	1,90	0,4713	2,36	0,4909	2,84	0,4977
1,55	0,4394	1,95	0,4744	2,42	0,4922	2,90	0,4981
1,60	0,4452	2,00	0,4772	2,48	0,4934	3,00	0,4987
1,65	0,4505	2,06	0,4803	2,54	0,4945	3,20	0,4993
1,70	0,4554	2,12	0,4830	2,60	0,4953	3,40	0,4997
1,75	0,4593	2,18	0,4854	2,66	0,4961	3,60	0,4998
1,80	0,4641	2,24	0,4875	2,72	0,4967	3,80	0,499928
1,85	0,4678	2,30	0,4893	2,78	0,4973	4,00	0,499968

Приложение 3

Распределение Стъюдента (*k* – число степеней свободы)

k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)								
	0,25	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,005**	**0,002**	**0,001**
1	2,414	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	127,32	318,29	636,58
2	1,604	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,089	22,328	31,600
3	1,423	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,214	12,924
4	1,344	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173	8,610
5	1,301	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,894	6,869
6	1,273	1,440	1,843	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208	5,959
7	1,254	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785	5,408
8	1,240	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	3,833	4,501	5,041
9	1,230	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297	4,781
10	1,221	1,372	1,812	2,228	2,864	3,169	3,581	4,144	4,587
11	1,214	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025	4,437
12	1,209	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,428	3,930	4,318
13	1,204	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852	4,221
14	1,200	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787	4,140
15	1,197	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733	4,073
16	1,194	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686	4,015
17	1,191	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646	3,965
18	1,189	1,330	1,731	2,101	2,552	2,878	3,197	3,610	3,922
19	1,187	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579	3,883
20	1,185	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552	3,850
21	1,183	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527	3,819
22	1,182	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505	3,792
23	1,180	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485	3,768
24	1,179	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,091	3,467	3,745
25	1,178	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,45	3,725
26	1,177	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435	3,707
27	1,176	1,314	1,703	2,052	2,173	2,771	3,057	3,421	3,689
28	1,175	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408	3,674
29	1,174	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396	3,660
30	1,173	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385	3,646
40	1,167	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307	3,551
50	1,164	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261	3,496

Окончание прил. 3

k	Уровень значимости α (двусторонняя критическая область)								
	0,25	**0,2**	**0,1**	**0,05**	**0,02**	**0,01**	**0,005**	**0,002**	**0,001**
60	1,162	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232	3,460
70	1,160	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211	3,435
80	1,159	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195	3,416
90	1,158	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183	3,402
100	1,157	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174	3,390
200	1,154	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,838	3,131	3,340

Приложение 4

Распределение Пирсона
(уровень значимости $\gamma \in [0,001 - 0,7]$)

α / n	**0,001**	**0,005**	**0,01**	**0,025**	**0,05**	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,7**
1	10,83	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706	1,642	1,074	0,148
2	13,82	10,60	9,210	7,378	5,991	4,605	3,219	2,408	0,713
3	16,27	12,84	11,34	9,348	7,815	6,251	4,642	3,665	1,424
4	18,47	14,86	13,28	11,14	9,488	7,779	5,989	4,878	2,195
5	20,51	16,75	15,09	12,83	11,07	9,24	7,29	6,06	3,000
6	22,46	18,55	16,81	14,45	12,59	10,64	8,56	7,23	3,828
7	24,32	20,28	18,48	16,01	14,07	12,02	9,80	8,38	4,671
8	26,12	21,95	20,09	17,53	15,51	13,36	11,03	9,52	5,527
9	27,88	23,59	21,67	19,02	16,92	14,68	12,24	10,66	6,393
10	29,59	25,19	23,21	20,48	18,31	15,99	13,44	11,78	7,267
11	31,26	26,76	24,73	21,92	19,68	17,28	14,63	12,90	8,148
12	32,91	28,30	26,22	23,34	21,03	18,55	15,81	14,01	9,034
13	34,53	29,82	27,69	24,74	22,36	19,81	16,98	15,12	9,926
14	36,12	31,32	29,14	26,12	23,68	21,06	18,15	16,22	10,82
15	37,70	32,80	30,58	27,49	25,00	22,31	19,31	17,32	11,72
16	39,25	34,27	32,00	28,85	26,30	23,54	20,47	18,42	12,62
17	40,79	35,72	33,41	30,19	27,59	24,77	21,61	19,51	13,53
18	42,31	37,16	34,81	31,53	28,87	25,99	22,76	20,60	14,44
19	43,82	38,58	36,19	32,85	30,14	27,20	23,90	21,69	15,35
20	45,31	40,00	37,57	34,17	31,41	28,41	25,04	22,77	16,27
21	46,80	41,40	38,93	35,93	32,67	29,62	26,17	23,86	17,18
22	48,27	42,80	40,29	36,78	33,93	30,81	27,30	24,94	18,10
23	49,73	44,18	41,64	38,08	35,17	32,01	28,43	26,02	19,02
24	51,18	45,56	42,98	39,36	36,42	33,20	29,55	27,10	19,94
25	52,62	46,93	44,31	40,65	37,65	34,38	30,68	28,17	20,87
26	54,05	48,29	45,64	41,92	38,89	35,56	31,79	29,25	21,79
27	55,48	49,65	46,96	43,19	40,11	36,74	32,91	30,32	22,72
28	56,89	50,99	48,28	44,46	41,34	37,92	34,03	31,39	23,65
29	58,30	52,34	49,59	45,72	42,56	39,09	35,14	32,46	24,58
30	59,70	53,67	50,89	46,98	43,77	40,26	36,25	33,53	25,51
35	66,62	60,27	57,34	53,20	49,80	46,06	41,78	38,86	30,18
40	73,40	66,77	63,69	59,34	55,76	51,81	47,27	44,16	34,87

Продолжение прил. 4

α / n	**0,001**	**0,005**	**0,01**	**0,025**	**0,05**	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,7**
45	80,08	73,17	69,96	65,41	61,66	57,51	52,73	49,45	39,58
50	86,66	79,49	76,15	71,42	67,50	63,17	58,16	54,72	44,31
55	93,17	85,75	82,29	77,38	73,31	68,80	63,58	59,98	49,06
60	99,61	91,95	88,38	83,30	79,08	74,40	68,97	65,23	53,81
65	105,99	98,10	94,42	89,18	84,82	79,97	74,35	70,46	58,57
70	112,32	104,21	100,43	95,02	90,53	58,53	79,71	75,69	63,35
75	118,60	110,29	106,39	100,84	96,22	91,06	85,07	80,91	68,13
80	124,84	116,32	112,33	106,63	101,88	96,58	90,41	86,12	72,92
85	131,04	122,32	118,24	112,39	107,52	102,08	95,73	91,32	77,71
90	137,21	128,30	124,12	118,14	113,15	107,57	101,05	96,52	82,51
95	143,34	134,25	129,97	123,86	118,75	113,04	106,36	101,72	87,32
100	149,45	140,17	135,81	129,56	124,34	118,50	111,67	106,91	92,13

(уровень значимости $\gamma \in [0,8 - 0,999]$)

α / n	**0,8**	**0,9**	**0,95**	**0,975**	**0,99**	**0,995**	**0,999**
1	0,064	0,016	0,004	0,001	$1{,}571 \cdot 10^{-4}$	$3{,}927 \cdot 10^{-5}$	$1{,}57 \cdot 10^{-6}$
2	0,446	0,211	0,103	0,051	0,020	0,010	0,002
3	1,005	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072	0,024
4	1,649	1,064	0,711	1,484	0,297	0,207	0,091
5	2,343	1,610	1,145	0,831	0,554	0,412	0,210
6	3,070	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676	0,381
7	3,822	2,833	2,167	1,69	1,239	0,989	0,599
8	4,594	3,490	2,733	2,180	1,647	1,344	0,857
9	5,380	4,168	3,325	2,700	2,088	1,735	1,152
10	6,179	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156	1,479
11	6,989	5,578	4,575	3,816	3,053	2,603	1,834
12	7,807	6,304	5,226	4,404	3,517	3,074	2,214
13	8,634	7,041	5,892	5,009	4,107	3,565	2,617
14	9,467	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075	3,041
15	10,31	8,547	7,261	6,262	5,229	4,601	3,483
16	11,15	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142	3,942
17	12,00	10,09	8,672	7,564	6,408	5,697	4,416

Окончание прил. 4

α / n	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
18	12,86	10,86	9,390	8,231	7,015	6,265	4,905
19	13,72	11,65	10,12	8,907	7,633	6,844	5,407
20	14,58	12,44	10,85	9,591	8,260	7,434	5,921
21	15,44	13,24	11,59	10,28	8,897	8,034	6,447
22	16,31	14,04	12,34	10,98	9,542	8,643	6,983
23	17,19	14,85	13,09	11,69	10,20	9,260	7,529
24	18,06	15,66	13,85	12,40	10,86	9,886	8,085
25	18,94	16,47	14,61	13,12	11,52	10,52	8,649
26	19,82	17,29	15,38	13,84	12,20	11,16	9,222
27	20,70	18,111	16,15	14,57	12,88	11,81	9,803
28	21,59	18,94	16,93	15,31	13,56	12,46	10,39
29	22,48	19,77	17,71	16,05	14,26	13,12	10,99
30	23,36	20,60	18,49	16,79	14,95	13,79	11,59
35	27,84	24,80	22,47	20,57	18,51	17,19	14,69
40	32,34	29,05	26,51	24,43	22,16	20,71	17,92
45	36,88	33,35	30,61	28,37	25,90	24,31	21,25
50	41,45	37,69	34,76	32,36	29,71	27,99	24,67
55	46,04	42,06	38,96	36,40	33,57	31,73	28,17
60	50,64	46,46	43,19	40,48	37,48	35,53	31,74
65	55,26	50,88	47,45	44,60	41,44	39,38	35,36
70	59,90	55,33	51,74	48,76	45,44	43,28	39,40
75	64,55	59,79	56,05	52,94	49,48	47,21	42,76
80	69,21	64,28	60,39	57,15	53,54	51,17	46,52
85	73,88	68,78	64,75	61,39	57,63	55,17	5,32
90	78,56	73,29	69,13	65,65	61,75	59,20	54,16
95	83,25	77,82	73,52	69,92	65,90	63,25	58,02
100	87,95	82,36	77,93	74,22	70,06	67,33	61,92

Библиографический список

1. *Атурин В. В.* Высшая математика. Задачи с решениями для студентов экономических специальностей: учеб. Пособие для студ. учреждений высш. проф. образования /В. В. Атурин, В. В. Годин. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 304 с.

2. *Гмурман В. Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш. школа, 2004. – 400 с.

3. *Горелова Г. В., Кацко И. А.* Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel / Учебное пособие для вузов. Издание 2-е исправленное и дополненное. – Ростов на Дону: Феникс, 2002. – 400 с., ил.

4. *Красс М. С., Чупрынов Б. П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: Учебник.- 3-е изд., испр. – М: Дело, 2002. – 688с.

5. *Кремер Н.* Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2004. – 543с.

6. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / под ред. *В. И. Ермакова*.- М.: ИНФРА – М, 2008. – 656 с. – (Серия «Высшее образование»).

Содержание

Учебное издание

Случайные величины

Методические указания к выполнению контрольной работы
для студентов II курса экономических направлений бакалавриата

Составители**: Окунева** Галина Леонидовна
Польшина Лидия Борисовна

Подписано в печать 17.12.17. Формат $60\times 84/16$. Усл. печ. л.2,6. Уч.-изд. л.2,8.
Тираж 60 экз. Заказ № Цен
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В. Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46