

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

**НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ, ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И
НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-
графических заданий по математике для студентов заочной формы
обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Белгород 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова
кафедра высшей математики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

**НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ, ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И
НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-
графических заданий по математике для студентов заочной формы
обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Белгород 2018

УДК
ББК

Составители: ст. преп. Е.В. Селиванова,
ст. преп. Е.И. Красюкова,
ст. преп. С.В. Рябцева

Рецензент

доц., к.т.н., Г.Л. Окунева

Неопределенные, определенные и несобственные интегралы. Дифференциальные уравнения: методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата / сост.: Е.В. Селиванова, Е.И. Красюкова, С.В. Рябцева.–Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. –с.

УДК
ББК

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В.Г.Шухова, 2018

1. Неопределенные интегралы

Вычислить неопределенные интегралы

Вариант 1

1.
$$\int \frac{x^2 \cdot \sqrt{x} - 2x + 3}{x} dx$$

2.
$$\int \frac{\sqrt{x} \cdot dx}{1 + \sqrt[4]{x}}$$

3.
$$\int \frac{2 dx}{3x - 1}$$

4.
$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1 - 7x}}$$

5.
$$\int \frac{2dx}{9x^2 + 3}$$

6.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 4x^2}}$$

7.
$$\int \ln^5 x \cdot \frac{dx}{x}$$

8.
$$\int \frac{\sin 2x \cdot dx}{3 \cos 2x + 1}$$

9.
$$\int \sin^2(x - 2) \cdot dx$$

10.
$$\int (2 - x) \cdot \sin x \cdot dx$$

Вариант 2

1.
$$\int \left(4x^3 - \frac{\sqrt[5]{x}}{x} - 3 \right) dx$$

2.
$$\int \frac{\cos^2 x + 3 \cos x - 2}{\cos^2 x} dx$$

3.
$$\frac{1}{3} \int \frac{dx}{7x + 1}$$

4.
$$\int \sqrt[3]{(12 - 5x)^5} dx$$

5.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{16x^2 + 1}}$$

6.
$$\int \frac{5dx}{9x^2 - 4}$$

7.
$$\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x + 3}}$$

8.
$$\int \frac{\sin 4x \cdot dx}{(\cos 4x - 1)^3}$$

9.
$$\int (3x - 1) \cdot e^x \cdot dx$$

10.
$$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln^3 x}}$$

Вариант 3

1. $\int \frac{x^2 + 3\sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{dx}{1-3x}$

3. $\int \cos 3x \cdot \sin 5x dx$

4. $\int (x-7) \cdot \cos 2x \cdot dx$

5. $\int x \cdot \sqrt{1-5x^2} dx$

6. $\int \frac{dx}{9x^2 + 3}$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 25}}$

8. $\int \frac{\sqrt{\ln x}}{x} \cdot dx$

9. $\int \frac{\sin(x/3) \cdot dx}{e^{\cos(x/3)-5}}$

10. $\int \sqrt{x} \cdot \ln(x-1) \cdot dx$

Вариант 4

1. $\int \left(\frac{7}{5}x^4 - \frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x \right) dx$

2. $\int \cos 3x \cdot \sqrt[5]{\sin 3x - 2} \cdot dx$

3. $6 \int \frac{dx}{3x+2}$

4. $\int \sqrt{(2-7x)^3} dx$

5. $\int \sqrt{\ln^3 x} \cdot \frac{dx}{x}$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 3}}$

7. $\int (x+2) \cdot \sin 3x \cdot dx$

8. $\int (1-x) \cdot e^{-2x} \cdot dx$

9. $\int \frac{dx}{3x^2 - 7}$

10. $\int \frac{x \cdot dx}{2 + \sqrt{x+4}}$

Вариант 5

1. $\int \frac{x\sqrt{x} - 7x^3 + 9}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$

3. $\int \frac{dx}{4-5x}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(2x+5)^2}}$

5. $\int \frac{x^3 \cdot dx}{\sqrt[5]{2+2x^4}}$

6. $\int \frac{3dx}{\sqrt{2x^2+1}}$

7. $\int \frac{dx}{6x^2-1}$

8. $\int \frac{2}{\ln^4 x} \cdot \frac{dx}{x}$

9. $\int (2x-3) \cdot e^x \cdot dx$

10. $\int (x-4) \cdot \cos 3x \cdot dx$

Вариант 6

1. $\int \left(9\sqrt[5]{x^4} - \frac{4}{x^3} + 2 \right) dx$

2. $\int \frac{(\cos x + \sin 2x)^2}{\sin 2x} dx$

3. $\int \frac{2 dx}{2x+3}$

4. $\int \sqrt[5]{(9-7x)^6} dx$

5. $\int \frac{7 \cos x \cdot dx}{\sin x - 3}$

6. $\int \frac{\sqrt{2} dx}{2x^2+1}$

7. $\int \sqrt{\ln^3 x} \cdot \frac{dx}{x}$

8. $\int (x-1) \cdot \ln x \cdot dx$

9. $\int (x+4) \cdot \cos 5x \cdot dx$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2+4}}$

Вариант 7

1. $\int \frac{2x^2 + 5\sqrt{x} + x}{2x} dx$

2. $\int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$

3. $\int \frac{dx}{3x+7}$

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{(11-2x)^5}}$

5. $\int \frac{2x-1}{x+1} \cdot dx$

6. $\int \frac{\sqrt{5} dx}{\sqrt{25x^2 - 1}}$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 + 4}}$

8. $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln^5 x}}$

9. $\int x \cdot \ln(2x+3) \cdot dx$

10. $\int (2x+1) \cdot \cos x \cdot dx$

Вариант 8

1. $\int \left(3\sqrt{x^5} - \frac{4x^2}{\sqrt{x}} + 2x \right) dx$

2. $\int \frac{5 \cos x \cdot dx}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}}$

3. $\int \frac{dx}{12x+7}$

4. $\int \sqrt[4]{(6-5x)^3} dx$

5. $\int x \cdot \sqrt[3]{2-x^2} dx$

6. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 9}}$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{11-x^2}}$

8. $\int \ln^7(x-1) \cdot \frac{dx}{x-1}$

9. $\int (x+8) \cdot \cos(x/2) \cdot dx$

10. $\int (3-x) \cdot e^{2x} \cdot dx$

Вариант 9

$$1. \int \frac{4\sqrt{x} + x^3 - 1}{\sqrt{x^3}} dx$$

$$2. \int \cos 7x \cdot \cos 3x dx$$

$$3. \int \frac{dx}{9-3x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{7x-3}}$$

$$5. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-3x^3}}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{6x^2+7}}$$

$$7. \int \frac{dx}{15-3x^2}$$

$$8. \int \frac{\sqrt{x+2} \cdot dx}{x-3}$$

$$9. \int (4x-1) \cdot \cos x \cdot dx$$

$$10. \int \sqrt{3-\cos^2 x} \cdot \sin x \cdot dx$$

Вариант 10

$$1. \int \left(\frac{\sqrt{x}}{x^2} - 3\sqrt[5]{x} + 2 \right) dx$$

$$2. 3 \int \frac{dx}{6x+1}$$

$$3. \int \frac{\cos 2x \cdot dx}{\sqrt{\sin^5 2x}}$$

$$4. \int \sqrt[5]{(5-2x)^4} dx$$

$$5. \int \frac{5}{\sqrt[7]{\ln x}} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{17x^2-3}}$$

$$7. \int \frac{dx}{9x^2-5}$$

$$8. \int \frac{x+2}{x-1} \cdot dx$$

$$9. \int \arcsin(x/2) \cdot dx$$

$$10. \int (x+5) \cdot \cos 3x \cdot dx$$

Вариант 11

$$1. \int \frac{3x^2 + \sqrt{x} + 12}{x^4} dx$$

$$2. \int \frac{3 - 2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx$$

$$3. \int \frac{4 dx}{2 - 4x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{(7x+9)^3}}$$

$$5. \int \sqrt{1 - 2x^3} \cdot x^2 dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 + 3}}$$

$$7. \int \frac{dx}{7 + 13x^2}$$

$$8. \int \frac{3}{\sqrt[5]{\ln^2 x}} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$9. \int (x - 7) \cdot \cos 5x \cdot dx$$

$$10. \int e^{3\sin x + 2} \cdot \cos x \cdot dx$$

Вариант 12

$$1. \int \left(3\sqrt[3]{x^2} - \frac{3}{x^2} + 6 \right) dx$$

$$2. \int (\cos^3 x - 3) \cdot \sin x \cdot dx$$

$$3. \int \frac{5 dx}{2x - 10}$$

$$4. \int \sqrt[5]{(11 - 3x)^3} dx$$

$$5. \int \frac{x dx}{\sqrt{(11 + x^2)^3}}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 7x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{3x^2 + 8}$$

$$8. \int \ln^5(x - 3) \cdot \frac{dx}{x - 3}$$

$$9. \int x \cdot \ln(2 - 3x) \cdot dx$$

$$10. \int (2x + 1) \cdot \sin x \cdot dx$$

Вариант 13

$$1. \int \frac{6\sqrt[3]{x} - 4x^3 - x}{x^2} dx$$

$$2. \int \frac{(3 + 7 \sin x) dx}{1 - \cos 2x}$$

$$3. \int \frac{dx}{5 - 3x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(5x - 7)^4}}$$

$$5. \int \frac{x dx}{\sqrt{5x^2 + 3}}$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 4x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{6x^2 + 7}$$

$$8. \int \sin 3x \cdot \sqrt[5]{1 - \cos 3x} \cdot dx$$

$$9. \int \frac{dx}{(x - 5) \cdot \sqrt{\ln(x - 5)}}$$

$$10. \int (x + 4) \cdot \cos 7x \cdot dx$$

Вариант 14

$$1. \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{7x}{\sqrt{x}} - 11 \right) dx$$

$$2. \int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$$

$$3. \int \frac{dx}{9x - 4}$$

$$4. \int \sqrt[7]{(9 - 5x)^4} dx$$

$$5. \int x^2 \cdot \sqrt[4]{1 - 3x^3} \cdot dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{x^2 + 3}$$

$$8. \int \frac{\cos 3x \cdot dx}{\sqrt{5 + \sin^2 3x}}$$

$$9. \int \frac{\sqrt{\ln^5(x + 4)}}{x + 4} \cdot dx$$

$$10. \int (2x - 5) \cdot \sin x \cdot dx$$

Вариант 15

1. $\int \left(\frac{2}{x\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx$
2. $\int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$
3. $\int \frac{dx}{5x + 2}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{(6 - 11x)^3}}$
5. $\int \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt[3]{1 - 3x^3}}$
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 + 16x^2}}$
7. $\int \frac{dx}{x^2 + 9}$
8. $\int \ln^7(2 - x) \cdot \frac{dx}{x - 2}$
9. $\int e^{4\sin x - 11} \cdot \cos x \cdot dx$
10. $\int (1 - x/5) \cdot \cos x \cdot dx$

Вариант 16

1. $\int \frac{2}{x^3} \left(\frac{\sqrt[5]{x^4}}{4} - x^2 \right) dx$
2. $\int 2 \cdot \sin 3x \cdot \sin 4x dx$
3. $\int \frac{dx}{8x - 3}$
4. $\int \sqrt[7]{(8 - 3x)^3} dx$
5. $\int \sqrt[3]{5 - 2x^3} \cdot x^2 dx$
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$
7. $\int \frac{dx}{3x^2 + 2}$
8. $\int \frac{dx}{(x - 5)\sqrt{\ln^7(x - 5)}}$
9. $\int x \cdot e^{3x - 1} \cdot dx$
10. $\int (4 - x) \cdot \sin(x/4) \cdot dx$

Вариант 17

$$1. \int \frac{2x^3 + 5\sqrt[3]{x^2} - 2x^2}{x} dx$$

$$2. \int \sqrt[3]{\cos x + 3} \cdot \sin x \cdot dx$$

$$3. \int \frac{4dx}{7-5x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(9-11x)^2}}$$

$$5. \int x \cdot \sqrt[3]{2+3x^2} dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{11x^2+2}}$$

$$8. \int \frac{2\cos^2 x - \cos x + 1}{\cos^2 x} dx$$

$$9. \int \ln(3-x) \cdot dx$$

$$10. \int (2x+3) \cdot \sin x \cdot dx$$

Вариант 18

$$1. \int \frac{1}{\sqrt{x}} \left(\frac{2x^2}{3} - x\sqrt{x} + x \right) dx$$

$$2. \int (\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x)^2 dx$$

$$3. \int \frac{7 dx}{9x+5}$$

$$4. \int \sqrt[3]{(9-5x)^2} dx$$

$$5. \int e^{\sin 2x-3} \cdot \cos 2x \cdot dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{1-81x^2}}$$

$$7. \int \frac{dx}{7x^2+1}$$

$$8. \int \sqrt[3]{\ln(x+3)} \cdot \frac{dx}{x+3}$$

$$9. \int (x+2) \cdot \sin x \cdot dx$$

$$10. \int (x-7) \cdot e^{-2x} \cdot dx$$

Вариант 19

1.
$$\int \frac{x\sqrt{x} + x^5 - 3}{x^2} dx$$

2.
$$\int \frac{7 dx}{11 - 9x}$$

3.
$$\int \frac{(4x^3 + 2x) \cdot dx}{\sqrt{x^4 + x^2 + 3}}$$

4.
$$\int \frac{\cos x \cdot dx}{\sqrt{\sin x + 3}}$$

5.
$$\int \frac{3}{\ln^5(x+9)} \cdot \frac{dx}{x+9}$$

6.
$$\int \frac{\sin^2 x + \sqrt{7} \sin x + 2}{7 \sin^2 x} dx$$

7.
$$\int \frac{dx}{\sqrt[7]{5x-6}}$$

8.
$$\int \frac{5-7x}{x-4} \cdot dx$$

9.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{3x-2x^2}}$$

10.
$$\int x \cdot \cos(x-1) \cdot dx$$

Вариант 20

1.
$$\int \frac{x\sqrt{x} - 4x^3 + 1}{\sqrt{x}} dx$$

2.
$$\int \frac{5 + 7 \operatorname{tg}^2 x}{\sin^2 x} dx$$

3.
$$\int \frac{dx}{8x-7}$$

4.
$$\int \sqrt{(4-7x)^7} dx$$

5.
$$\int e^{2\sin x + 5} \cdot \cos x \cdot dx$$

6.
$$\int \frac{dx}{\sqrt{5-3x^2}}$$

7.
$$\int \frac{\ln^7(x-5)}{x-5} \cdot dx$$

8.
$$\int \frac{6x+5}{x-3} \cdot dx$$

9.
$$\int x \cdot \sin 2x \cdot dx$$

10.
$$\int (x+1) \cdot e^{-4x} \cdot dx$$

Вариант 21

- | | | | |
|----|---|-----|---------------------------------------|
| 1. | $\int x^2 \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 3\sqrt{x} + x \right) dx$ | 6. | $\int \frac{dx}{3x^2 - 2}$ |
| 2. | $\int \sqrt[3]{\ln^2(x-6)} \frac{dx}{x-6}$ | 7. | $\int \frac{dx}{\sqrt{3-7x^2}}$ |
| 3. | $\int \sqrt{\sin 3x - 1} \cdot \cos x \cdot dx$ | 8. | $\int \frac{5x}{x-4} \cdot dx$ |
| 4. | $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{9x-7}}$ | 9. | $\int 2^x \cdot (x-3) \cdot dx$ |
| 5. | $\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{1+9x^2}}$ | 10. | $\int (x+4) \cdot \cos(x/5) \cdot dx$ |

Вариант 22

- | | | | |
|----|--|-----|---|
| 1. | $\int \frac{5\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x} - 2x}{x} dx$ | 6. | $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$ |
| 2. | $\int \frac{\cos x dx}{1 + \cos(x/2) \sin(x/2)}$ | 7. | $\int \frac{dx}{\sqrt{3x^2 - 7}}$ |
| 3. | $\int \frac{9dx}{3x-8}$ | 8. | $\int \sqrt{\ln(x-7)} \cdot \frac{dx}{x-7}$ |
| 4. | $\int \sqrt[5]{(5-2x)^3} dx$ | 9. | $\int 7^{2x-1} \cdot x \cdot dx$ |
| 5. | $\int \frac{7x}{x-4} \cdot dx$ | 10. | $\int (x+0,4) \cdot \sin 5x \cdot dx$ |

Вариант 23

- | | | | |
|----|--|-----|-------------------------------------|
| 1. | $\int \sqrt{x} \left(\frac{3}{\sqrt{x^3}} + 2\sqrt{x} - 9 \right) dx$ | 6. | $\int \frac{dx}{5x^2 - 3}$ |
| 2. | $\int \frac{dx}{5x - 1}$ | 7. | $\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 9}}$ |
| 3. | $\int \frac{5}{\ln^5(x+3)} \cdot \frac{dx}{x+3}$ | 8. | $\int \frac{2x}{x+1} \cdot dx$ |
| 4. | $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{3x-5}}$ | 9. | $\int (2x+1) \cdot \cos x \cdot dx$ |
| 5. | $\int \sqrt{4+7x^2} \cdot x dx$ | 10. | $\int (2x+3) \cdot e^{-x} \cdot dx$ |

Вариант 24

- | | | | |
|----|--|-----|--------------------------------------|
| 1. | $\int \frac{x \cdot \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2}{x^2} dx$ | 6. | $\int \frac{dx}{7x^2 + 3}$ |
| 2. | $\int \frac{2 \sin^2 x + 3 \sin x - 5}{\sin^2 x} dx$ | 7. | $\int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$ |
| 3. | $\int \frac{dx}{5-6x}$ | 8. | $\int \frac{2x+3}{x+3} \cdot dx$ |
| 4. | $\int \sqrt[3]{(5x+12)^2} dx$ | 9. | $\int (5-7x) \cdot \cos x \cdot dx$ |
| 5. | $\int \ln^5(x-8) \cdot \frac{dx}{x-8}$ | 10. | $\int (x/3-5) \cdot e^{-x} \cdot dx$ |

Вариант 25

1. $\int \frac{\sqrt[7]{x^6 - 3x^2 + 5}}{x^2} dx$
2. $\int \frac{\sin x \cdot dx}{\sqrt{1 + 9 \cos x}}$
3. $\int \frac{dx}{9x - 2}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt[2]{7 - 2x}}$
5. $\int \sqrt{(x^2 - 2x)^3} \cdot (2x - 2) dx$
6. $\int \frac{dx}{9x^2 - 5}$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 8x^2}}$
8. $\int \frac{dx}{(x + 3) \ln^4(x + 3)}$
9. $\int 5^{1-x} \cdot (2x + 1) \cdot dx$
10. $\int (3 - x) \cdot \cos(0,2x) \cdot dx$

Вариант 26

1. $\int x \left(5\sqrt{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} + x \right) dx$
2. $\int \frac{1 + \operatorname{tg}^2(x/2)}{4 \sin^2(x/2)} dx$
3. $\int \frac{dx}{2 - 7x}$
4. $\int \sqrt[4]{(13x - 3)^3} dx$
5. $\int \frac{\sin x \cdot dx}{(3 + 2 \cos x)^5}$
6. $\int \frac{dx}{4x^2 - 5}$
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{7x^2 - 3}}$
8. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(x - 8)}}{x - 8} \cdot dx$
9. $\int (1 - 2x) \cdot \cos x \cdot dx$
10. $\int e^{x-7} \cdot (2x + 1) \cdot dx$

Вариант 27

- $\int \frac{1}{x^2} \left(5x^2 - \frac{7}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x} \right) dx$
- $\int \frac{5dx}{4-11x}$
- $\int \frac{dx}{(x+6) \cdot \ln^7(x+6)}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[7]{(3x-13)^5}}$
- $\int e^{\sin 2x-3} \cdot \cos 2x \cdot dx$
- $\int \frac{dx}{8x^2-9}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+5}}$
- $\int \frac{2-x}{5-x} \cdot dx$
- $\int (2x+5) \cdot \sin x \cdot dx$
- $\int x \cdot e^{1-2x} \cdot dx$

Вариант 28

- $\int \frac{\sqrt{x}+9x^3-3}{x^2} dx$
- $\int \sqrt{\sin^3 5x} \cdot \cos 5x \cdot dx$
- $\int \ln^7(x+9) \cdot \frac{dx}{x+9}$
- $\int \sqrt[5]{(2-17x)^2} dx$
- $\int \frac{dx}{9x+2}$
- $\int \frac{dx}{4x^2+7}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{4-3x^2}}$
- $\int \frac{x+9}{x+11} \cdot dx$
- $\int e^{2-3x} \cdot x \cdot dx$
- $\int (7-2x) \cdot \cos(0,6x) \cdot dx$

Вариант 29

- $\int \frac{1}{\sqrt{x}} (x\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2) dx$
- $\int e^{\sin 2x+1} \cos 2x \cdot dx$
- $\int \frac{dx}{10x-7}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt[5]{(5-9x)^2}}$
- $\int \frac{dx}{(4-x) \cdot \ln(4-x)}$
- $\int \frac{dx}{3x^2+4}$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{4-7x^2}}$
- $\int \frac{9x}{5-x} \cdot dx$
- $\int (x-3) \cdot \sin x \cdot dx$
- $\int (2x+3) \cdot e^{-x} \cdot dx$

Вариант 30

- $\int \frac{3}{x^2} \left(\frac{x\sqrt{x}}{5} - x^3 - 3 \right) dx$
- $\int \frac{\cos 5x \cdot dx}{1 - \sin 5x}$
- $\int \frac{dx}{7-13x}$
- $\int \sqrt[4]{(5x-11)^3} dx$
- $\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{9-7x^2}}$
- $\int \frac{dx}{7x^2+2}$
- $\int \frac{dx}{16x^2-1}$
- $\int \frac{x+3}{2-x} \cdot dx$
- $\int e^{5-2x} (x+3) \cdot dx$
- $\int x \cdot \sin(2x-1) \cdot dx$

2. Определенные и несобственные интегралы

В задачах 1 и 2 вычислить определенные интегралы с точностью до двух знаков после запятой; задачах 3 и 4 вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость; в задаче 5, предварительно сделав чертеж, вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями; в задаче 6 вычислить объем тела вращения вокруг оси абсцисс.

Вариант 1

$$1. \int_1^2 (x^2 + 1/x^4) \cdot dx$$

$$2. \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \cdot \sin x \cdot dx$$

$$3. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$$

$$4. \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^4}$$

5. $y = \ln x$, $x = e$, $y = 0$.

6. $y = x^2 + 1$, $x = 0$, $x = -1$, $y = 0$.

Вариант 2

$$1. \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt{x^2 + 1} \cdot dx.$$

$$2. \int_2^3 x \cdot \ln(x-1) \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} x e^{-x} \cdot dx.$$

$$4. \int_1^5 x^2 / \sqrt{x^3 - 1} \cdot dx.$$

5. $y = \sin 2x$, $y = 1$, $\pi/4 \leq x \leq \pi/2$.

6. $y = \sqrt{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$.

Вариант 3

$$1. \int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} \cdot dx.$$

$$2. \int_{-2}^0 x \cdot e^{-x/2} \cdot dx.$$

$$3. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}.$$

$$4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}.$$

$$5. y = 2 - x^3, y = 1, x = -1, x = 1.$$

$$6. y = 1 - x^2, y = 0.$$

Вариант 4

$$1. \int_0^{\pi/4} \cos x \cdot \sin^3 x \cdot dx.$$

$$2. \int_0^{\pi} x \cdot \sin x \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} \frac{x \cdot dx}{(x+1)^3}.$$

$$4. \int_1^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}.$$

$$5. y = e^x, x = -1, y = e.$$

$$6. y = x^2, y = x.$$

Вариант 5

$$1. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} \cdot dx$$

$$2. \int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x \cdot dx .$$

$$3. \int_0^{+\infty} \frac{x \cdot dx}{x^4 + 1} .$$

$$4. \int_0^2 \frac{dx}{x^3} .$$

5. $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi/2$.

6. $y = 2x$, $y = x + 3$, $x = 0$, $x = 1$.

Вариант 6

$$1. \int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{1 + x^2}$$

$$2. \int_1^2 (x - 1) \cdot \ln x \cdot dx$$

$$3. \int_0^{+\infty} e^{-9x} \cdot dx .$$

$$4. \int_0^1 \ln x \cdot dx .$$

5. $y = -x^2 - 4x$, $x = -3$, $x = -1$.

6. $y = x + 2$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 2$.

Вариант 7

$$1. \int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$$

$$2. \int_{-1/2}^0 x \cdot e^{-2x} \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{9+x^2}.$$

$$4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

$$5. y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 2.$$

$$6. y = \sqrt{x}, y = x.$$

Вариант 8

$$1. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 4}}.$$

$$2. \int_{-\pi}^{\pi} x \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}.$$

$$4. \int_1^2 \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x-1}}.$$

$$5. y = 1 + 2\sin x, y = 0, x = 0, x = \pi/2.$$

$$6. y = 4 - x^2, y = 0, x = 0, x \geq 0.$$

Вариант 9

$$1. \int_1^e \frac{(1 + \ln x) \cdot dx}{x}.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

$$2. \int_{-1/3}^{-2/3} \frac{x}{e^{3x}} \cdot dx.$$

$$4. \int_0^1 x \cdot \ln x \cdot dx.$$

$$5. y = 3^{-x}, y = x/3, x = 0.$$

$$6. y = x^2, y = \sqrt{x}.$$

Вариант 10

$$1. \int_0^1 \frac{x^3 \cdot dx}{x^8 + 1}.$$

$$3. \int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$2. \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} \cdot dx.$$

$$4. \int_0^{1/e} \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}.$$

$$5. y = 1 + \frac{1}{2} \cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}.$$

$$6. y = e^x, x = 0, x = 1, y = 0.$$

Вариант 11

$$1. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos^2 x}.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4}.$$

$$2. \int_1^{e^2} \sqrt{x} \ln x \cdot dx.$$

$$4. \int_1^e \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}.$$

$$5. y = (x + 2)^2, y = 0, x = 0.$$

$$6. y = x^2 + 1, y = 0, x = 1, x = 2.$$

Вариант 12

$$1. \int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}.$$

$$3. \int_0^{+\infty} e^{-5x} \cdot dx.$$

$$2. \int_0^1 \arctg \sqrt{x} \cdot dx.$$

$$4. \int_0^{\pi/4} \text{ctg} x \cdot dx.$$

$$5. y = 2x - x^2, y = 0.$$

$$6. y = x^3, y = 1, x = 0.$$

Вариант 13

$$1. \int_0^{\pi} (x+1) \cdot \cos(x/2) \cdot dx.$$

$$2. \int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{4+5x^4} \cdot dx.$$

$$3. \int_2^{+\infty} \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2+9}}.$$

$$4. \int_{1/2}^1 \frac{x \cdot dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$5. y = -(x-1)^3, y = 0, x = 0.$$

$$6. y = x - x^2, y = 0.$$

Вариант 14

$$1. \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} \cdot dx.$$

$$2. \int_0^{\pi/8} x \cdot \sin 4x \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x \cdot dx}{1+x^2}.$$

$$4. \int_0^3 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

$$5. y = x^2, y = 1/x, x = 3, y = 0.$$

$$6. y = \ln x, y = 0, x = e.$$

Вариант 15

$$1. \int_1^2 \frac{e^{1/x} \cdot dx}{x^2}.$$

$$2. \int_1^2 x \cdot \ln x \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 \cdot (x+1)}.$$

$$4. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x \cdot dx}{\sqrt{\cos x}}.$$

5. $y = \sin x - 1/2$, $y = 0$, $x = \pi/6$, $x = 5\pi/6$.

6. $y = \sin x$, $y = 0$, $0 \leq x \leq \pi$.

Вариант 16

$$1. \int_0^{1/2} \frac{x \cdot dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$2. \int_1^2 \frac{\ln(x+1) \cdot dx}{x+1}.$$

$$3. \int_0^{+\infty} x \cdot e^{-x^2} \cdot dx.$$

$$4. \int_0^1 \frac{x^4 \cdot dx}{\sqrt{1-x^5}}.$$

5. $y = 1 - \cos x$, $y = 0$, $x = -\pi/2$, $x = \pi/2$.

6. $y = x$, $y = x^2$.

Вариант 17

$$1. \int_0^1 (x - xe^{x^2}) \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} e^{-19x} \cdot dx.$$

$$2. \int_{3/2}^2 \operatorname{arctg}(2x - 3) \cdot dx.$$

$$4. \int_0^2 \frac{x^2 \cdot dx}{\sqrt{64 - x^6}}.$$

$$5. y = 1 - x^3, y = 0, x = 0.$$

$$6. y = \cos 2x, y = 0, 0 \leq x \leq \pi/4.$$

Вариант 18

$$1. \int_0^{\pi/2} (x - 1) \cdot \cos x \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} \cdot dx.$$

$$2. \int_1^2 \frac{(x + 2) \cdot dx}{x \cdot (x + 1)}.$$

$$4. \int_{1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x}}.$$

$$5. y = x^2, y = \sqrt{x}.$$

$$6. y = 2x - x^2, y = 0.$$

Вариант 19

$$1. \int_0^2 (x-1) \cdot e^x \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} x \cdot \sin x \cdot dx.$$

$$2. \int_{-1}^1 \frac{x^3 \cdot dx}{x+2}.$$

$$4. \int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}.$$

$$5. y = 2\cos 2x, y = 0, x = -\pi/4, x = \pi/4.$$

$$6. y = 4/x, x = 1, x = 4, y = 0.$$

Вариант 20

$$1. \int_{-3}^0 (x-2) \cdot e^{-x/3} \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} x \cdot e^{-3x} \cdot dx.$$

$$2. \int_{1/3}^{1/2} \frac{x \cdot dx}{(x-1)^3}.$$

$$4. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}.$$

$$5. y = 1/x^2, y = 0, x = 1, x = 2.$$

$$6. y = x^3, x = 0, y = 8.$$

Вариант 21

$$1. \int_1^e \frac{dx}{x(1-\ln x)^2}.$$

$$2. \int_0^{\pi/9} \frac{x \cdot dx}{\cos^2 3x}.$$

$$3. \int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

$$4. \int_0^1 \frac{2x \cdot dx}{\sqrt{1-x^4}}.$$

$$5. y = x^2 - 4x + 5, y = 5.$$

$$6. y = 2x - x^2, y = 0.$$

Вариант 22

$$1. \int_3^8 \sqrt{x-1} \cdot dx.$$

$$2. \int_{1/2}^1 \arcsin(1-x) \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}.$$

$$4. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x \cdot dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}.$$

$$5. y = x^3, y = 8, x = 1.$$

$$6. y = 2\sin x, 0 \leq x \leq \pi.$$

Вариант 23

$$1. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^3 x \cdot dx.$$

$$2. \int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \cdot dx.$$

$$3. \int_{-\infty}^0 \frac{7dx}{(x^2 - 4x) \cdot \ln 5}.$$

$$4. \int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{3+4x}}.$$

$$5. y = x^2 - 2x + 4, y = 3, x = -1.$$

$$6. y^2 = e^x, x = 0, y = 0, x = 1.$$

Вариант 24

$$1. \int_{\pi/18}^{\pi/6} 12 \cdot \operatorname{ctg} 3x \cdot dx.$$

$$2. \int_{-1}^0 x \cdot \ln(1-x) \cdot dx.$$

$$3. \int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{\pi(x^2 + 4x + 5)}.$$

$$4. \int_1^2 \frac{dx}{x \cdot \ln x}.$$

$$5. y = 16/x^2, y = 2x, x = 4.$$

$$6. y^2 = 6x, y = \sqrt{6} \cdot x^2.$$

Вариант 25

$$1. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}.$$

$$2. \int_0^1 \arcsin(x/2) \cdot dx.$$

$$3. \int_2^{+\infty} \frac{\ln x \cdot dx}{x}.$$

$$4. \int_{-1/2}^1 \frac{dx}{\sqrt[9]{1+2x}}.$$

$$5. y = x^2, y = 2x.$$

$$6. y^2 = 6x, x = 3, x = 5.$$

Вариант 26

$$1. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{x \cdot dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$2. \int_1^2 \ln(3x+2) \cdot dx.$$

$$3. \int_0^{+\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x} \cdot dx}{1+4x^2}.$$

$$4. \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} \cdot dx.$$

$$5. y = 6 - 2x, y = -x^2 + x - 6.$$

$$6. y = \sin^2 x, x = 0, x = \pi.$$

Вариант 27

$$1. \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} \cdot dx.$$

$$2. \int_0^4 x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 9} \cdot dx.$$

$$3. \int_{-\infty}^0 \frac{x \cdot dx}{\sqrt{x^2 + 4}}.$$

$$4. \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

$$5. y = \sin x, y = 1/2, x = \pi/6, x = 5\pi/6.$$

$$6. y = 2x - x^2, y = -x + 2.$$

Вариант 28

$$1. \int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}.$$

$$2. \int_{-1}^0 (x+1) \cdot e^{-2x} \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{4 \cdot dx}{x \cdot (\ln^2 x + 1)}.$$

$$4. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}.$$

$$5. y = x^2 - 4x + 5, y = 0, x = 0, x = 4.$$

$$6. y = 2 - x^2, y = x^2.$$

Вариант 29

$$1. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^3 x \cdot \cos x \cdot dx.$$

$$2. \int_0^{\pi/4} x \cdot \operatorname{tg}^2 x \cdot dx.$$

$$3. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4x + 9}.$$

$$4. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^5}}.$$

$$5. y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0.$$

$$6. y = \sqrt{x-1}, y = 0, y = 1, x = 1/2.$$

Вариант 30

$$1. \int_{-1}^0 \frac{x dx}{x^3 - 1}.$$

$$2. \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x \cdot dx.$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cdot dx}{x+1}.$$

$$4. \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x \cdot dx}{\sqrt[6]{(1 - \sin 3x)^5}}.$$

$$5. y = 4 - x^2, y = 0.$$

$$6. y^2 = \frac{4}{3}x, x = 3.$$

3. Комплексные числа

В задаче 1 вычислить; в задаче 2 выполнить указанные действия: $z_1 \cdot z_2$, $\overline{z_1 + z_3}$, $z_2 / \overline{z_3}$; в задаче 3 решить квадратные уравнения.

Вариант 1

1. а) $\sqrt[4]{1}$; б) $(1-3i)^3$.

2. $z_1 = 5i$, $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$, $z_3 = 5 - 12i$.

3. а) $z^2 + 4z + 8 = 0$; б) $z^2 - iz + 2 = 0$.

Вариант 2

1. а) $(1 - i\sqrt{3})^6$; б) $\sqrt[3]{i}$.

2. $z_1 = 17$, $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$, $z_3 = -4 - 11i$.

3. а) $z^2 - 4z + 5 = 0$; б) $z^2 - 9iz - 14 = 0$.

Вариант 3

1. а) $(\sqrt{3} - 3i)^6$; б) $\sqrt[4]{-1}$.

2. $z_1 = -2i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$, $z_3 = 2 + 5i$.

6. а) $z^2 + 8z + 25 = 0$; б) $z^2 - 15iz - 6 = 0$.

Вариант 4

1. а) $(\sqrt{3} + i)^{50}$; б) $\sqrt[3]{-7}$.

2. $z_1 = -8$, $z_2 = 2 - 2i$, $z_3 = -5 + 2i$.

3. а) $5z^2 - 6z + 5 = 0$; б) $2z^2 - 5iz - 2 = 0$.

Вариант 5

1. а) $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$; б) $\sqrt[3]{-1}$.

2. $z_1 = -4i$, $z_2 = \sqrt{3} - i$, $z_3 = -3 + 4i$.

3. а) $z^2 + 2z + 2 = 0$; б) $z^2 - iz + 12 = 0$.

Вариант 6

1. а) $(1-i)^{30}$; б) $\sqrt[3]{-1+i}$.

2. $z_1 = 9i$, $z_2 = -\cos(\pi/12) - i \cdot \sin(\pi/12)$, $z_3 = 6 + 7i$.

3. а) $2z^2 - 10z + 37 = 0$; б) $z^2 - 2iz + 15 = 0$.

Вариант 7

1. а) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{100}$; б) $\sqrt[6]{-64}$.

2. $z_1 = 13$, $z_2 = -\sqrt{12} - 2i$, $z_3 = -6 + 5i$.

3. а) $z^2 + 6z + 10 = 0$; б) $z^2 - iz + 6 = 0$.

Вариант 8

1. а) $(1+i)^{20}$; б) $\sqrt[4]{1-i}$.

2. $z_1 = 27$, $z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i$, $z_3 = -4 - 5i$.

3. а) $z^2 - 2z + 17 = 0$; б) $2z^2 + 3iz + 20 = 0$.

Вариант 9

1. а) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^8$; б) $\sqrt[4]{-i}$.

2. $z_1 = -15$, $z_2 = -1 + i\frac{\sqrt{3}}{3}$, $z_3 = -7 - 9i$.

3. а) $2z^2 + 2z + 41 = 0$; б) $z^2 - iz + 2 = 0$.

Вариант 10

1. а) $(1+i)^{12}$; б) $\sqrt[4]{i}$.

2. $z_1 = -27i$, $z_2 = -2 + 2\sqrt{3} \cdot i$, $z_3 = 16 + 17i$.

3 а) $z^2 - 4z + 13 = 0$; б) $2z^2 - 11iz - 5 = 0$.

Вариант 11

1. а) $(1 + i\sqrt{3})^{20}$; б) $\sqrt[3]{8i}$.

2. $z_1 = 5i$, $z_2 = -1 - i$, $z_3 = 7 - 15i$.

3. а) $z^2 - 2z + 10 = 0$; б) $z^2 - 4iz + 12 = 0$.

Вариант 12

1.а) $\sqrt[3]{-2 + 2\sqrt{3} \cdot i}$; б) $(\sqrt{3} + i)^{10}$

2. $z_1 = 21$, $z_2 = 3 - i\sqrt{3}$, $z_3 = -2 + 15i$.

3. а) $2z^2 + 6z + 5 = 0$; б) $z^2 + iz + 20 = 0$.

Вариант 13

1. a) $(\sqrt{2} - \sqrt{6} \cdot i)^9$; б) $\sqrt[4]{-8 + 8i\sqrt{3}}$.
2. $z_1 = -33$, $z_2 = -5 - 5\sqrt{3} \cdot i$, $z_3 = 3 + 14i$.
3. a) $z^2 - 4z + 29 = 0$; б) $z^2 - 8iz - 15 = 0$.

Вариант 14

1. a) $(5\sqrt{3} + 5i)^6$; б) $\sqrt[3]{-1/8}$.
2. $z_1 = -59i$, $z_2 = -3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \cdot i$, $z_3 = -2 + 21 \cdot i$.
3. a) $z^2 + 2z + 26 = 0$; б) $z^2 - 5iz + 14 = 0$.

Вариант 15

1. a) $(-4\sqrt{3} + 4i)^9$; б) $\sqrt[4]{256}$.
2. $z_1 = 42i$, $z_2 = 6 + 6\sqrt{3} \cdot i$, $z_3 = -7 - i$.
3. a) $2z^2 - 10z + 53 = 0$; б) $z^2 + 4iz + 45 = 0$.

Вариант 16

1. a) $(-4\sqrt{3} + 4i)^{12}$; б) $\sqrt[4]{-128 + 128\sqrt{3} \cdot i}$.
2. $z_1 = -17i$, $z_2 = -9 + 9\sqrt{3} \cdot i$, $z_3 = -3 - 16 \cdot i$.
3. a) $z^2 + 8z + 20 = 0$; б) $z^2 - 5iz - 4 = 0$.

Вариант 17

1. a) $(\sqrt{2} + i\sqrt{6})^{12}$; б) $\sqrt[4]{\sqrt{8} - \sqrt{8} \cdot i}$.
2. $z_1 = 27$, $z_2 = -6 + 6\sqrt{3} \cdot i$, $z_3 = 3 + 8 \cdot i$.
3. a) $z^2 - 10z + 29 = 0$; б) $2z^2 - 11iz - 12 = 0$.

Вариант 18

1. a) $(\cos(\pi/3) - i\sin(\pi/3))^7$; б) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3} \cdot i}$.
2. $z_1 = -72i$, $z_2 = 1 - i$, $z_3 = -3 + 7 \cdot i$.
3. a) $z^2 + 6z + 25 = 0$; б) $z^2 - 6iz - 5 = 0$.

Вариант 19

1. a) $(-\sqrt{3}/2 + i/2)^{13}$; б) $\sqrt[3]{-4 + \sqrt{48} \cdot i}$.
2. $z_1 = 72$, $z_2 = -2 + 2i$, $z_3 = 4 - 9 \cdot i$.
3. a) $z^2 - 8z + 17 = 0$; б) $z^2 + 4iz - 3 = 0$.

Вариант 20

1. a) $(-\sqrt{6} - i\sqrt{2})^6$; б) $\sqrt[5]{\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2} \cdot i}{2}}$.
2. $z_1 = -19$, $-\sqrt{3}/2 + i/2$, $z_3 = -5 - i$.
3. a) $z^2 + 2z + 5 = 0$; б) $4z^2 + 5iz + 6 = 0$.

Вариант 21

1. a) $(-\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{6})^9$; б) $\sqrt[5]{-\sqrt{3} - i}$.
2. $z_1 = 11i$, $z_2 = -4 + \sqrt{48} \cdot i$, $z_3 = -7 - 5i$.
3. a) $2z^2 - 6z + 45 = 0$; б) $z^2 + 5iz - 4 = 0$.

Вариант 22

1. a) $(\sqrt{3} - i)^{15}$; б) $\sqrt[4]{-16 + 16i}$.
2. $z_1 = -23i$, $z_2 = -2 + 2i$, $z_3 = 9 - 4i$.
3. a) $z^2 + 10z + 34 = 0$; б) $4z^2 + iz + 5 = 0$.

Вариант 23

1. a) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)^{100}$; б) $\sqrt[6]{1 - \sqrt{3} \cdot i}$.
2. $z_1 = -77$, $z_2 = \sqrt{3} - i$, $z_3 = 1 + 2i$.
3. a) $z^2 - 8z + 41 = 0$; б) $z^2 - 2iz + 8 = 0$.

Вариант 24

1. a) $(1 + i\sqrt{3})^{14}$; б) $\sqrt[5]{-32}$.
2. $z_1 = 38$, $z_2 = -\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{6}$, $z_3 = -7 - 8i$.
3. a) $z^2 - 6z + 13 = 0$; б) $9z^2 - 18iz + 5 = 0$.

Вариант 25

1. а) $\frac{(1+i)^{13}}{(1-i)^7}$; б) $\sqrt[8]{1+i}$.
2. $z_1 = 95i$, $z_2 = -\sqrt{3} - i$, $z_3 = -7 + 23i$.
3. а) $2z^2 + 18z + 41 = 0$; б) $2z^2 + 3iz - 1 = 0$.

Вариант 26

1. а) $(-8 - 8\sqrt{3} \cdot i)^{15}$; б) $\sqrt[3]{2 + 2i}$.
2. $z_1 = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$, $z_2 = -\frac{2}{3}i$, $z_3 = -6 + 5i$.
3. а) $z^2 - 6z + 34 = 0$; б) $2z^2 + 7iz - 3 = 0$.

Вариант 27

1. а) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i\right)^4$; б) $\sqrt[4]{-1/2 - \sqrt{3} \cdot i/2}$.
2. $z_1 = \frac{1}{1+i}$, $z_2 = \frac{1}{2}$, $z_3 = -\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$.
3. а) $4z^2 + 12z + 25 = 0$; б) $3z^2 - 20iz - 12 = 0$.

Вариант 28

1. а) $\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i\right)^{20}$; б) $\sqrt[4]{1 - i\sqrt{3}}$.
2. $z_1 = (3-i)(1+2i)$, $z_2 = 2i$, $z_3 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$.
3. а) $2z^2 - 6z + 5 = 0$; б) $4z^2 - 8iz - 3 = 0$.

Вариант 29

1. а) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\cdot i\right)^{30}$; $\sqrt[4]{16i}$.

2. $z_1 = \frac{1}{3}-\frac{1}{3}i$, $z_2 = \sqrt{3}$, $z_3 = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.

3. а) $2z^2 + 14z + 25 = 0$; б) $z^2 - 5iz + 24 = 0$.

Вариант 30

1. а) $\left(\frac{1+i\cdot\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$; б) $\sqrt[4]{2-2\sqrt{3}\cdot i}$.

2. $z_1 = \frac{1+i}{2-i}$, $z_2 = i$, $z_3 = \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$.

3. а) $5z^2 - 2z + 2 = 0$; б) $z^2 + iz + 6 = 0$.

3. Функции нескольких переменных

В задаче 1 найти область определения функции $z(x, y)$ и изобразить ее на плоскости; в задаче 2 исследовать функцию на экстремум; в задаче 3 найти наибольшее и наименьшее значения функции $z(x, y)$ в области D ; в задаче 4 написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке.

Вариант 1

1. $z = \ln(y^2 - 4x + 8)$.

2. $z = \sqrt{x} \cdot y - 2y^2 - x + 14y$.

3. $z = 3x + y - xy$, $D: y = x, y = 4, x = 0$.

4. $z = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $M_0(1; 1; \pi/8)$.

Вариант 2

1. $z = \arcsin \frac{y-1}{x}$.
2. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.
3. $z = xy - x - 2y$, $D: y = x, y = 0, x = 3$.
4. $z = y \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{a}$, $M_0(\pi a / 4; a; a)$.

Вариант 3

1. $z = \frac{1}{\sqrt{x-\sqrt{y}}}$.
2. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$.
3. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, $D: y = 2, y = 0, x = 0, x = 1$.
4. $z = \sin x \cdot \cos y$, $M_0(\pi a / 4; \pi a / 4; 1/2)$.

Вариант 4

1. $z = \ln(y \cdot x)$.
2. $z = -1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.
3. $z = 5x^2 - 3xy + y^2$, $D: y = 1, y = 0, x = 0, x = 1$.
4. $z = e^x \cdot \cos y$, $M_0(1; \pi; e)$.

Вариант 5

1. $z = x + \sqrt{x^2 - y^2}$.
2. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$.
3. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$, $D: x - y + 1 = 0, y = 0, x = 3$.
4. $z^3 - 4xz + y^2 - 4 = 0$, $M_0(1; -2; 2)$.

Вариант 6

1. $z = \frac{4}{x+y}$.
2. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.
3. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$, $D: x + y - 1 = 0$, $y = 0$, $x = 0$.
4. $z = y + \ln \frac{y}{x}$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 7

1. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.
2. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.
3. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2$, $D: x = 1$, $y = 0$, $x = 0$, $y = 6$.
4. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$, $M_0(1; 1; \pi/4)$.

Вариант 8

1. $z = \arcsin \frac{y}{x}$.
2. $z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1$.
3. $z = -x^2 - y^2 - xy + 3x + 6y$, $D: x = 1$, $y = 1$, $y = 0$, $x = 0$.
4. $z = \ln(x^2 + y^2)$, $M_0(1; 0; 0)$.

Вариант 9

1. $z = \arcsin \sqrt{x^2 + y^2}$.
2. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.
3. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$, $D: x + y - 3 = 0$, $y = 0$, $x = 0$.
4. $x \cdot (y + z) \cdot (xy - z) = -8$, $M_0(2; 1; 3)$.

Вариант 10

1. $z = \arccos(x + y)$.
2. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$.
3. $z = x^2 + 2xy - 10$, $D: y = x^2 - 4$, $y = 0$.
4. $z = x^2 + y^2$, $M_0(2; 1; 5)$.

Вариант 11

1. $z = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y}$.
2. $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$.
3. $1 - z = 3y^2 + x^2$, $D: 0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 0$, $0 \leq x - y \leq 1$.
4. $(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})/3 = 1$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 12

1. $z = \ln(x + y)$.
2. $z = 2(x - 2)^2 + 2y^2 - 10$.
3. $1 + z = y^2 + x^2 + x - 4y$, $D: -1 \leq x \leq 0$, $y - x \leq 1$.
4. $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8$, $M_0(2; 2; 1)$.

Вариант 13

1. $z = \ln(-x^2 + 2x + y)$.
2. $z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$.
3. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$, $D: x + y - 1 = 0$, $y = 0$, $x = 0$.
4. $z - 2x + \ln(y/x) + 1 = 0$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 14

1. $z = \sqrt{y+x} + \sqrt{x-y}$.
2. $2+z = x^2 - 5y^2$, $D: 0 \leq x \leq 2, y-x \leq 0$.
3. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$, $D: y = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}, y = 0$.
4. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$, $M_0(0; 0; 4)$.

Вариант 15

1. $z = \ln x + \ln y$.
2. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$.
3. $z = x^2 - y^2 - 2xy + 4x + 1$, $D: x+y+1=0, y=0, x=-3$.
4. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M_0(1; 1; 3)$.

Вариант 16

1. $z = \ln(x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4)$.
2. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.
3. $z = 3x^2 + 3y^2 - y - x + 1$, $D: x-y-1=0, y=0, x=5$.
4. $z = e^{x/y} + e^{x/z} - y$, $M_0(0; 1; 1)$.

Вариант 17

1. $z = \frac{1}{x^2 - y^2}$.
2. $z = 2 + 2xy - 5x^2 - 3y^2$.
3. $z = 2x^2 + 2xy - y^2 / 2 - 4x$, $D: 2x = y, y = 2, x = 0$.
4. $x^2 + y^2 - z^2 = -1$, $M_0(2; 2; 3)$.

Вариант 18

1. $z = \arcsin \frac{1}{\sqrt{x \cdot y}}$.
2. $z = xy^2 \cdot (1 - x - y)$.
3. $z = x^2 - 2xy + 5y^2 / 2 - 2x$, $D: x = 2, y = 2, y = 0, x = 0$.
4. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$, $M_0(1; 1; \pi/4)$.

Вариант 19

1. $z = \arccos(x^2 + y^2)$.
2. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$.
3. $z = 2x^2 + 4y^2 - xy$, $D: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0$.
4. $x^2 + 4z + x^2 = 0$, $M_0(0; 1; -4)$.

Вариант 20

1. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$.
2. $z = y^2 + 3x^2 + y - x$.
3. $z = x^2 / 2 - y^2 + 5x - y$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.
4. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 21

1. $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$
2. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.
3. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$, $D: x + y - 6 = 0, y = 0, x = 0$.
4. $x^2 + y^2 + z^2 = 169$, $M_0(3; 4; 12)$.

Вариант 22

1. $z = \sqrt{y^2 - 2x + 4}$.
2. $z = x^2 + 4y^2 - 2xy + 4$.
3. $z = x^2 + y^2 - xy + 1$, $D: y \geq x^2 - 1, y \leq 4$.
4. $z = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{2}$, $M_0(1; \pi/2; 1)$.

Вариант 23

1. $z = \ln(-x + y)$.
2. $z = 2x^2 - x + (y+1)^2$.
3. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$, $D: x + 2y = 4, x = 0, x - 2y = 4$.
4. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 24

1. $z = \ln(4 - x^2 + y^2)$.
2. $z = x^2 + y^2 - xy + 2x - y$.
3. $z = xy \cdot (6 - x - y)$, $D: x = 3, y = 0, y = x + 1$.
4. $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xy + yz - 2xz + 16 = 0$, $M_0(1; 2; 3)$.

Вариант 25

1. $z = \arcsin \frac{x}{y^2}$.
2. $z = x^3 + y^3 - 6xy$.
3. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$, $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$.
4. $2x^2 + y^2 - z^2 + xy - yz + 2xz = 2$, $M_0(1; 0; 0)$.

Вариант 26

1. $z = \ln(x \cdot y)$.
2. $z = 3y^2 + (2x-1)^2$.
3. $z = 12xy - 4x^2y - 3xy^2$, $D: x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \leq 12$.
4. $x \cdot (x - y) + y \cdot (x - z) + z \cdot (x + y) - 2 = 0$, $M_0(1; 0; 1)$.

Вариант 27

1. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$.
2. $z = x^2 + y^2 + (x + y - 2)^2$.
3. $z = x^3 + y^3 - 3xy$, $D: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2$.
4. $x^2 + y^2 + z^2 + xy - yz + xz = 3$, $M_0(1; 1; 0)$.

Вариант 28

1. $z = \arccos(1 - y)$.
2. $z = x^2 + (y - 1)^2$.
3. $z = x^2y \cdot (x + y - 1)$, $D: x = 0, y = 0, x + y = 3$.
4. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 4yz + 2xz = 6$, $M_0(1; 0; 1)$.

Вариант 29

1. $z = \ln\left(1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}\right)$.
2. $z = y^2x \cdot (1 - x - y)$.
3. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$, $D: 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4$.
4. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 1$, $M_0(1; 1; 0)$.

Вариант 30

1. $z = \ln(y/x)$.
2. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2$.
3. $z = 2y + x$, $D: y \geq x^2, y - 2x \leq 3$.
4. $x^2 + y^2 - z^2 + 3xy + 3yz - 2xz = 4$, $M_0(1; 1; 3)$.

Оглавление

1. Неопределенный интеграл	3
2. Определенный и несобственный интеграл	18
3. Комплексные числа	33
4. Функции нескольких независимых переменных	40

Учебное издание

**НЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ, ОПРЕДЕЛЕННЫЕ И
НЕСОБСТВЕННЫЕ ИНТЕГРАЛЫ**

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Составители: **Селиванова** Елена
Вячеславовна,
Красюкова Елена Игоревна,
Рябцева Светлана Васильевна