**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова**

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРЫ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Белгород 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова
кафедра высшей математики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРЫ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Белгород 2018

УДК
ББК

Составители: ст. преп. Е.В. Селиванова,
ст. преп. Е.И. Красюкова,
ст. преп. С.В. Рябцева

Рецензент

доц., к.т.н., Г.Л. Окунева

Линейная алгебра. Векторы. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функции одной переменной: методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата / сост.: Е.В. Селиванова, Е.И. Красюкова, С.В. Рябцева.–Белгород: Изд-во БГТУ, 2018. –с.

УДК
ББК

1. Определители. Матрицы. Матричные уравнения.

1. **Решить уравнения. Сделать проверку.**
2. **Найти значение матричного многочлена f(A).**
3. **Решить матричное уравнение. Сделать проверку.**

Вариант 1.

1. $\begin{vmatrix} 2x+1 & 3 \\ x+5 & 2 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = -x^2 + 2x - 4, \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 13 & 8 \end{pmatrix}$.

Вариант 2.

1. $\begin{vmatrix} 2x-1 & 1 \\ 2 & x-1 \end{vmatrix} = -2$.

2. $f(x) = 3x^2 - 7x - x, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 16 & 13 \end{pmatrix}$.

Вариант 3.

1. $\begin{vmatrix} 1/\cos x & \sin x \\ \operatorname{tg} x & 1 \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $f(x) = x^3 - 2x + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 & 30 \\ 34 & 46 \end{pmatrix}$.

Вариант 4.

1. $\begin{vmatrix} 2-x & 4 \\ x-1 & x-1 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 5.

1. $\begin{vmatrix} x-2 & -3 \\ x+3 & 2 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$.

Вариант 6.

1. $\begin{vmatrix} \sin 2x & \sin x \\ \cos x & \cos 2x \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 5x^2 + x + 10, \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 9 & 26 \end{pmatrix}$.

Вариант 7.

1. $\begin{vmatrix} -1 & 2x+1 \\ 3 & x-2 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = x^3 - 2x + 1, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 13 & 23 \\ 11 & 21 \end{pmatrix}.$

Вариант 8.

1. $\begin{vmatrix} x-2 & x-1 \\ 2x+1 & x \end{vmatrix} = -1.$

2. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 14 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}.$

Вариант 9.

1. $\begin{vmatrix} \mathrm{tg}\, 2x & -\cos^2 x \\ \mathrm{tg}\, 2x & \sin^2 x \end{vmatrix} = 1.$

2. $f(x) = -x^3 - x^2 + 7x, \; A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

Вариант 10.

1. $\begin{vmatrix} 4+x & x \\ x-1 & 1 \end{vmatrix} = 4$

2. $f(x) = 7x^2 - x + 2, \qquad A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$

Вариант 11.

1. $\begin{vmatrix} x-1 & x-2 \\ x+3 & 2x-5 \end{vmatrix} = -4$.

2. $f(x) = -2x^3 + 3x + 9, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 12.

1. $\begin{vmatrix} x+2 & x-1 \\ 2x & x \end{vmatrix} = 4$.

2. $f(x) = 2x^2 + 3x - 7, \qquad A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -14 & 19 \\ -28 & 37 \end{pmatrix}$.

Вариант 13.

1. $\begin{vmatrix} x+5 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = 3$.

2. $f(x) = 7x^3 + 9x^2 - x, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 14.

1. $\begin{vmatrix} \cos 8x & -\sin 5x \\ \sin 8x & \cos 5x \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = x^3 - 4x + 11, \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$.

Вариант 15.

1. $\begin{vmatrix} x+3 & x-1 \\ 7-x & x-1 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 6x^2 - 5x + 13, \qquad A = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.

Вариант 16.

1. $\begin{vmatrix} 2x+1 & 1 \\ -2 & x-2 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 5x^3 - 7x - 3, \qquad A = \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Вариант 17.

1. $\begin{vmatrix} x & x+2 \\ x & x-1 \end{vmatrix} = 6$.

2. $f(x) = 4x^2 + 7x - 8, \qquad A = \begin{pmatrix} -8 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Вариант 18.

1. $\begin{vmatrix} \sin x & \sin x \\ 1/\cos^2 x & \mathrm{tg}^2\, x \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 6x^3 - 5x + 7, \qquad A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}.$

Вариант 19.

1. $\begin{vmatrix} -1 & x-3 \\ -2 & x-1 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = -3x^2 + 4x^3 - 1, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$

Вариант 20.

1. $\begin{vmatrix} \sin 2x & \sin 5x \\ 1/2 & \cos 3x \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = -x^3 - x^2 + 2x - 6, \ A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}.$

Вариант 21.

1. $\begin{vmatrix} 2-x & x+1 \\ 2 & x+3 \end{vmatrix} = 0$.

2. $f(x) = 5x^2 - 2x - 3x^{-1}, \ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$

Вариант 22.

1. $\begin{vmatrix} x^2-3x & x-3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=0.$

2. $f(x)=-2x^2+3x+x^{-1},\ A=\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$

3. $X\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$

Вариант 23.

1. $\begin{vmatrix} x-7 & 3 \\ 4 & x+2 \end{vmatrix}=-20.$

2. $f(x)=6x^2-4x+2x^{-1},\ A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

Вариант 24.

1. $\begin{vmatrix} x-2 & 2 \\ x^2-4 & 5 \end{vmatrix}=0.$

2. $f(x)=2x^2+6x+2,\ A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $X\cdot\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$

Вариант 25.

1. $\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4-x^2 & 2(x+2) \end{vmatrix}=0.$

2. $f(x) = -x^3 + 5x - 1,\ A = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}.$

Вариант 26.

1. $\begin{vmatrix} \sin 2x & \cos x \\ \cos 2x & \cos x \end{vmatrix} = 0.$

2. $f(x) = 2x^3 + 6x + 2,\ A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$

Вариант 27.

1. $\begin{vmatrix} \sin 2x & \cos^2 2x \\ 1 & 2\sin x \cdot \cos x \end{vmatrix} = 0.$

2. $f(x) = 4x^2 - 2x + 2 + x^{-1},\ A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Вариант 28.

1. $\begin{vmatrix} \sin 3x & \mathrm{ctg}\, x \\ \cos 3x & \mathrm{ctg}\, x \end{vmatrix} = 0.$

2. $f(x) = x^3 - 4x^2 + x,\ A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -11 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}.$

Вариант 29.

1. $\begin{vmatrix} \sin 2x & -\sin 3x \\ \cos 2x & \cos 3x \end{vmatrix} = 0.$

2. $f(x) = 3x^2 - 2x - 2x^{-1},\ A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$

3. $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}.$

Вариант 30.

1. $\begin{vmatrix} \cos 3x & \cos 5x \\ -\sin 3x & \sin 5x \end{vmatrix} = 0.$

2. $f(x) = -2x^3 + x^2 - x^{-1},\ A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$

3. $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}.$

2. Системы линейных алгебраических уравнений

Исследовать неоднородную систему алгебраических уравнений на совместность. В случае совместности решить ее по формулам Крамера. Сделать проверку.

Вариант 1

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 3, \\ x_1 + 2x_2 = 4, \\ 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Вариант 5

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x_1 - x + \quad x_3 = \ 3, \\ \ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ x_1 - 3x_2 + \quad x_3 = 2, \\ 2x_1 + \quad x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - \quad x_2 - 2x_3 = 8. \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 \qquad\qquad = \ 4, \\ 2x_1 - \quad x_2 - 4x_3 = \ 3, \\ \qquad\quad 2x_2 - 2x_3 = -2. \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + \quad x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 - \quad x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} 2x_1 + \qquad\quad x_3 = -2, \\ 2x_1 - \ x_2 + x_3 = \ 0, \\ \ x_1 + 3x_2 \qquad = \ 2. \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + \quad x_2 + \quad x_3 = 3, \\ \ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 8. \end{cases}$$

Вариант 11

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = \ 1, \\ 2x_1 \qquad\quad + \quad x_3 = -1, \\ x_1 - 2x_2 \qquad\quad = -2. \end{cases}$$

Вариант 12

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \ + 3x_3 = \ 1, \\ \ x_1 + 2x_2 + \quad x_3 = \ 8, \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -1. \end{cases}$$

Вариант 13

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \qquad\quad = -4, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 15x_1 - 5x_2 \ + \ x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 14

$$\begin{cases} 4x_1 + \qquad\qquad x_3 = -2, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = \quad 1, \\ \ x_1 - \quad x_2 \qquad\quad = \ -3. \end{cases}$$

Вариант 15

$$\begin{cases} 2x_1 - \ x_2 + 3x_3 = 3, \\ \ x_1 + 2x_2 + \ x_3 = 2, \\ \ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

Вариант 16

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + \quad x_3 = 3, \\ \ x_1 + \quad x_2 - 2x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 17

Вариант 18

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 - 4x_2 = 2. \end{cases}$$

Вариант 19

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 1, \\ 4x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Вариант 20

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$$

Вариант 21

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 = -1. \end{cases}$$

Вариант 22

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -5, \\ 10x_1 + x_2 - 2x_3 = 13, \\ 3x_1 - x_3 = 0. \end{cases}$$

Вариант 23

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = -4, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант 24

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

Вариант 25

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

Вариант 26

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

Вариант 27

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 28

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1. \end{cases}$$

Вариант 29

$$\begin{cases} -3x_1+5x_2+6x_3=-8, \\ 3x_1+x_2+x_3=-4, \\ x_1-4x_2-2x_3=-9. \end{cases}$$

Вариант 30

$$\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=4, \\ 2x_1+x_2+3x_3=5, \\ 3x_1+4x_2+x_3=-2. \end{cases}$$

3. Векторная алгебра

Вариант 1.

1. Вычислить работу силы $\vec{F}(3;\,-2;\,-5)$, приложенной к точке $A(2; -3; 5)$, при прямолинейном перемещении этой точки в положение $B(3; -2; -1)$.
2. Даны вершины треугольника ABC: $A(1; -1; 2)$, $B(4; 1; -2)$, $C(1; 3; -1)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC.
3. Даны вершины тетраэдра $ABCD$: $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$, $D(-5; -4; 8)$. Найти объем тетраэдра и длину его высоты, опущенной из вершины D.

Вариант 2.

1. Вычислить, при каком значении α векторы $\vec{a}=(\alpha;\,-3;\,2)$ и $\vec{b}=(1;\,2;\,-\alpha)$ взаимно перпендикулярны.
2. Сила $\vec{F}(3;\,2;\,-4)$ приложена к мочке $M_0(4; -2; 3)$. Вычислить момент этой силы относительно точки $A(3; 2; -1)$.
3. Даны вершины пирамиды $OABC$: $O(0; 0; 2)$, $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(1; 2; 4)$. Вычислить ее объём, площадь грани ABC и высоту, опущенную на эту грань из вершины O.

Вариант 3.

1. Даны вершины треугольника: $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$, $C(2; -2; 1)$. Найти его внутренний угол при вершине B.
2. Даны три силы $\vec{F}_1=(2;\,-1;\,-3)$, $\vec{F}_2=(3;\,2;\,-1)$, $\vec{F}_3=(-4;\,1;\,3)$, приложенные к точке C(–1; 4; –2). Вычислить величину и направляющие

косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки A(2; 3; –1).
3. Даны вершины пирамиды $OABC$: O(2; 0; 0), A(0; 3; 0), B(0; 0; 6), C(2; 3; 8). Вычислить ее объём и высоту, опущенную на грань ABC.

Вариант 4.

1. Доказать, что точки A(2; –1; –2), B(1; 2; 1), C(2; 3; 0) и D(5; 0; –6) лежат в одной плоскости.
2. Найти работу равнодействующей трех сил $\vec{F}_1 = (3;\,-4;\,2)$, $\vec{F}_2 = (2;\,3;\,-5)$, $\vec{F}_3 = (-3;\,-2;\,4)$, если точка их приложения перемещается прямолинейно из точки M_1(5; 3; –7) в точку M_2(4; –1; –4).
5. Вычислить коэффициенты α и γ, если известно, что векторы $\vec{a} = \alpha\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + \gamma\vec{k}$ коллинеарны.

Вариант 5.

1. Сила $\vec{F} = (3;\,2;\,-4)$ приложена к точке A(2; –1; 1). Вычислить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно начала координат.
2. Даны вершины пирамиды $ABCD$: D(1; –2; 3), A(3; 4; –5), B(0; 2; 0), C(5; 0; 0). Вычислить объём пирамиды, площадь грани ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D.
3. Найти аппликату вектора $\vec{p}$, если известны две его координаты $x = 3$, $y = -9$ и длина $\left|\vec{p}\right| = 12$.

Вариант 6.

1. Вычислить работу силы $\vec{F} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$, если точка её приложения перемещается из начала в конец вектора $\vec{S} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 7\vec{k}$.
2. Даны вершины треугольника ABC: A(1; –2; 8), B(0; 0; 4), C(6; 2; 0). Вычислить его площадь и высоту, опущенную из вершины B на сторону AC.

3. Даны вершины тетраэдра $ABCD$: $A(0;\ 0;\ 0)$, $B(3;\ 4;\ -1)$, $C(2;\ 3;\ 5)$, $D(6;\ 0;\ -3)$. Найти его объем, площадь грани BCD и высоту, опущенную из вершины A.

Вариант 7.

1. Сила $\vec{F} = (2;\ 2;\ 9)$ приложена к мочке $A(4;\ -2;\ 3)$. Вычислить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $C(2;\ 4;\ 0)$.

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $\varphi = (\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b}) = \pi / 6$.

3. Даны вершины пирамиды $ABCD$: $D(5;\ 0;\ 3)$, $A(2;\ 1;\ 5)$, $B(4;\ 0;\ 8)$, $C(6;\ -2;\ 6)$. Вычислить объём пирамиды, площадь грани ABC и высоту, опущенную из вершины D на эту грань.

Вариант 8.

1. Даны вершины треугольника ABC: $A(3;\ 2;\ -3)$, $B(5;\ 1;\ -1)$, $C(1;\ -2;\ 1)$. Вычислить его внешний угол при вершине A.

2. Сила $\vec{F} = (3;\ 4;\ -2)$ приложена к точке $C(2;\ -1;\ -2)$. Вычислить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно начала координат.

3. Вершины треугольной пирамиды находятся в точках: $O(0;\ 0;\ 0)$, $A(5;\ 2;\ 0)$, $B(2;\ 5;\ 0)$, $C(1;\ 2;\ 4)$. Вычислить ее объём, площадь грани ABC и высоту, опущенную на грань ABC.

Вариант 9.

1. Доказать, что четыре точки $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(0;\ 1;\ 5)$, $C(-1;\ 2;\ 1)$ и $D(2;\ 1;\ 3)$ лежат в одной плоскости.

2. Найти работу силы $\vec{F}$ при перемещении $\vec{S}$, если $|\vec{F}| = 2$, $|\vec{S}| = 5$, $\varphi = (\vec{F} \,\hat{,}\, \vec{S}) = \pi / 6$.

3. Объем тетраэдра $V = 10$, три его вершины находятся в точках $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(4;\ 8;\ -7)$, $C(-1;\ 2;\ -2)$. Найти координаты четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси Oz.

Вариант 10.

1. Найти координаты вектора $\vec{b}$, коллинеарного вектору $\vec{a} = (-3;\ 1;\ -4)$ и удовлетворяющего условию $(\vec{b} \cdot \vec{a}) = 78$.

2. Сила $\vec{F} = (3;\ 4;\ -2)$ приложена к точке $A(2; -1; 3)$. Вычислить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно начала координат.

3. Вычислить объём тетраэдра, построенного на векторах $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OC}$, если эти векторы направлены по биссектрисам координатных углов и длина каждого вектора равна a.

Вариант 11.

1. Сила $\vec{F} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$ приложена к точке $A(-1; -3; 4)$. Найти момент этой силы относительно начала координат.
2. Найти площадь треугольника ABC с вершинами в точках $A(-2; 1; 2)$, $B(1; 0; 9)$, $C(3; -3; 4)$.
3. Вершины тетраэдра находятся в точках $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; 2; 2)$, $D(3; 4; -3)$. Найти высоту $h = DE$.

Вариант 12.

1. Найти координаты вектора $\vec{b}$, коллинеарного вектору $\vec{a} = (-2;\ 3)$, имеющего длину $|\vec{b}| = \sqrt{52}$.

2. Сила $\vec{F} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ приложена к точке $M(2; 1; 5)$. Найти момент этой силы относительно точки $A(-1; 3; 4)$.
3. Вершины треугольной пирамиды находятся в точках: $D(3; 7; 2)$, $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$. Найти высоту, опущенную на грань BCD.

Вариант 13.

1. Дан вектор $\vec{a} = (1;\ 3;\ 4)$. Найти коллинеарный ему вектор, начало которого совпадает с точкой $A(1; 2; 8)$, а конец с точкой B, лежащей в плоскости xOy.

2. Найти работу равнодействующей двух сил $\overrightarrow{F_1} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ и $\overrightarrow{F_2} = 3\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ при прямолинейном перемещении точки их приложения из начала координат в точку $A(3;\ 2;\ 1)$.
3. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 8\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = 3\pi/4$.

Вариант 14.

1. Сила $\vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ приложена к точке $A(4;\ -2;\ 3)$. Найти момент этой силы относительно точки $O(3;\ 2;\ -1)$.
2. Найти площадь треугольника ABC, если его вершины находятся в точках $A(11;\ 2;\ -5)$, $B(2;\ -1;\ 7)$, $C(-2;\ 1;\ 3)$.
3. Вершины тетраэдра находятся в точках $A(1;\ 2;\ 3)$, $B(-2;\ 4;\ 1)$, $C(7;\ 6;\ 3)$, $D(4;\ -3;\ -1)$. Найти высоту, опущенную на грань ABC.

Вариант 15.

1. Найти координаты единичного вектора $\vec{c}$, который перпендикулярен векторам $\vec{a} = (1;\ 1;\ 0)$ и $\vec{b} = (0;\ 1;\ 1)$.
2. Вычислить работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(-1;\ 2;\ 0)$ в положение $B(2;\ 1;\ 3)$.
3. Вычислить площадь параллелограмма, диагоналями которого служат векторы $2\vec{p} - \vec{q}$ и $4\vec{p} - 5\vec{q}$, если $|\vec{p}| = |\vec{q}| = 1$, $\varphi = (\vec{p}\,\hat{,}\,\vec{q}) = \pi/4$.

Вариант 16.

1. Найти угол между векторами $-9\vec{a}$ и $\vec{b}/9$, если $\vec{a} = (2;\ 1;\ -2)$, $\vec{b} = (5;\ -1;\ 1)$.
2. Объем тетраэдра $V = 2$, три его вершины находятся в точках $A(1;\ 2;\ -1)$, $B(2;\ -1;\ 1)$, $C(-1;\ 2;\ -1)$. Найти координаты четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси Ox.

3. Найти коэффициенты α и β, если известно, что векторы $\vec{a}=(1;\,-2\alpha;\,3)$ и $\vec{b}=(3;\,12;\,\beta)$ коллинеарны.

Вариант 17.

1. Даны векторы $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+5\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Найти вектор $\vec{x}$, удовлетворяющий условию $(\vec{x}\cdot\vec{a})=9$, $(\vec{x}\cdot\vec{b})=-4$, $(\vec{x}\cdot\vec{k})=0$, где $\vec{k}=(0;\,0;\,1)$.

2. Сила $\vec{F}=3\vec{i}+2\vec{j}-4\vec{k}$ приложена к точке $A(2;\,-1;\,1)$. Найти момент этой силы относительно начала координат.

3. В тетраэдре объемом $V = 12$ вершины находятся в точках $A(1;\,1;\,1)$, $B(2;\,0;\,2)$, $C(2;\,2;\,2)$, $D(3;\,4;\,-3)$. Найти высоту $h=DE$.

Вариант 18.

1. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $(\vec{a}-2\vec{b})^2++(3\vec{a}-\vec{b})^2=110$, $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=4$.

2. Стороны треугольника ABC лежат на векторах $\overrightarrow{AB}=(-3;\,1;\,-2)$, $\overrightarrow{BC}=(2;\,0;\,1)$, найти длину высоты $\overrightarrow{AD}$.

3. В тетраэдре объемом $V = 2$ вершины находятся в точках $A(3;\,2;\,5)$, $B(2;\,4;\,1)$, $C(3;\,-10;\,17)$. Найти координаты четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси Ox.

Вариант 19.

1. Найти площадь параллелограмма, сторонами которого служат векторы $\vec{a}=\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$.

2. Вершины тетраэдра находятся в точках $A(5;\,1;\,-4)$, $B(1;\,2;\,-1)$, $C(3;\,3;\,-4)$, $D(2;\,2;\,2)$. Найти его объем.

3. Сила $\vec{F}=5\vec{i}+6\vec{j}-7\vec{k}$ приложена к точке $A(1;\,1;\,1)$. Найти момент этой силы относительно начала координат, а так же направляющие косинусы этого момента.

Вариант 20.

1. Вычислить, при каком значении λ векторы $\vec{a} = 7\vec{i} + 8\vec{j} - \lambda\vec{k}$ и $\vec{b} = \lambda\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ взаимно перпендикулярны.

2. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} - 8\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b}) = 120^\circ$.

3. Вершины тетраэдра находятся в точках A(1; 2; 3), B(–2; 4; 1), C(7; 6; 3), D(4; –3; –1). Найти объём тетраэдра, площадь грани ABC и высоту, которая опущена на грань ABC.

Вариант 21.

1. Сила $\vec{F} = \vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$ приложена к точке C(4; 2; 1). Найти момент этой силы относительно точки A(1; 3; –4).

2. Найти площадь треугольника с вершинами в точках A(1; 2; –1), B(2; –4; 5), C(3; –2; –1).

3. Вершины тетраэдра находятся в точках A(1; 2; 3), B(2; –1; 0), C(3; 0; 2), D(1; 1; 3). Найти его объём, площадь грани ABC и высоту тетраэдра, опущенную из вершины D.

Вариант 22.

1. Даны три силы $\vec{F}_1 = (2; -1; 1)$, $\vec{F}_2 = (3; 2; -1)$, $\vec{F}_3 = (-4; 1; 3)$, приложенные к точке С(–1; 4; –2). Вычислить величину и направляющие косинусы момента равнодействующей этих сил относительно точки A(2; 3; –1).

2. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{p} = 3\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a} \,\hat{,}\, \vec{b}) = 150^\circ$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках A(4; –2; 3), B(3; 1; 5), C(2; –5; 1), D(7; 3; 5). Найти объём пирамиды, площадь грани ABC и ее высоту, опущенную из вершины D.

Вариант 23.

1. Сила $\vec{F} = (3; 5; -7)$ приложена к точке M_0(5; –3; 9). Найти момент этой силы относительно точки A(4; –1; 8).

2. Вершины пирамиды находятся в точках $A(5; 3; 2)$, $B(4; –1; 4)$, $C(6; 4; 1)$, $D(3; 0; 4)$. Найти ее объём, площадь грани ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D.

3. Векторы $\vec{a}$ коллинеарный вектору $\vec{b} = -12\vec{i} + 16\vec{j} + 15\vec{k}$, составляет с осью Oy тупой угол. Найти координаты вектора $\vec{a}$, если известно, что $|\vec{a}| = 100$.

Вариант 24.

1. Даны два вектор $\vec{a}$ = (1; 0; 1) и $\vec{b}$ = (5; 2; 4). Найти единичный вектор $\vec{e}$, который лежит в плоскости векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и составляет угол $\varphi = 45^\circ$ с вектором $\vec{a}$.

2. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} + 9\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\varphi = (\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}) = 150^\circ$.

3. Объемом тетраэдра V = 2, три его вершины находятся в точках $A(1; 2; –1)$, $B(2; –1; 1)$, $C(–1; 2; –2)$. Найти координаты его четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси Ox.

Вариант 25

1. Найти коэффициенты α и β, если известно, что вектора $\vec{i} - 2\alpha\vec{j} + 3\vec{k}$ и $3\vec{i} + 12\vec{j} + \beta\vec{k}$ коллинеарны.

2. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{p} = \vec{a} - 5\vec{b}$ и $\vec{q} = 5\vec{a} - 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \hat{\ } \vec{b}) = \pi / 6$.

3. Вершины пирамиды находятся в точках $A(1; 2; –3)$, $B(0; 1; 0)$, $C(3; 0; 0)$, $D(1; –4; 2)$. Найти ее объём, площадь грани ABC и высоту пирамиды, опущенную из вершины D.

Вариант 26

1. Дано $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$. Определить, при каком значении α векторы $\vec{a} + \alpha\vec{b}$ и $\vec{a} - \alpha\vec{b}$ будут взаимно перпендикулярны.

2. В тетраэдре с вершинами в точках $A(1;\ 1;\ 1)$, $B(2;\ 0;\ 2)$, $C(2;\ 2;\ 2)$, $D(3;\ 4;\ –3)$ вычислить высоту $h = |\overrightarrow{DE}|$.

3. Вычислить работу силы $\vec{F} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ при перемещении материальной точки из положения $A(–1;\ 2;\ 0)$ в положение $B(2;\ 1;\ 3)$.

Вариант 27

1. Вычислить какую работу производит сила $\vec{F} = (3;\ -5;\ 2)$, когда ее точка приложения перемещается из начала в конец вектора $\vec{S} = (2;\ -5;\ 7)$.
2. Объем тетраэдра $V = 12$, три его вершины находятся в точках $A(2;\ 3;\ 1)$, $B(4;\ 1;\ –2)$, $C(6;\ 3;\ 7)$. Найти координаты четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси Oz.

3. Даны векторы $\vec{a} = (4,\ -2,\ -4)$ и $\vec{b} = (6,\ -3,\ 2)$. Вычислить $\sqrt{\vec{a}^2}$ и $(\vec{a} + \vec{b})^2$.

Вариант 28

1. Найти вектор $\vec{x}$, перпендикулярный к векторам $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, удовлетворяющий условию $\vec{x} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}) = 10$.

2. При каком λ векторы $\vec{a} = (\lambda;\ 3;\ 1)$, $\vec{b} = (1,\ \lambda,\ 0)$, $\vec{c} = (0,\ \lambda,\ 1)$ будут компланарны?
3. Вершины треугольника находятся в точках $A(1;\ –1;\ 2)$, $B(5;\ –6;\ 2)$, $C(1;\ 3;\ –1)$. Вычислить длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону AC.

Вариант 29

1. Вершины треугольника находятся в точках $A(–1;\ –2;\ 4)$, $B(–4;\ –1;\ 2)$, $C(–5;\ 6;\ –4)$. BD – его высота, проведенная из вершины B на сторону AC. Найти координаты точки D.
2. Даны вершины пирамиды $OABC$: $O(2;\ 0;\ 0)$, $A(0;\ 3;\ 0)$, $B(0;\ 0;\ 6)$, $C(2;\ 3;\ 8)$. Вычислить ее объём и высоту, опущенную на грань ABC.

3. Дано: $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 26$, $(\vec{a} \cdot \vec{b}) = 72$ Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

Вариант 30

1. Даны вершины четырехугольника: $A(1;\ -2;\ 2)$, $B(1;\ 4;\ 0)$, $C(-4;\ 1;\ 1)$, $D(-5;\ -5;\ 3)$. Доказать, что его диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны.

2. Определить, при каких значениях α и β вектор $\alpha\vec{i}+3\vec{j}+\beta\vec{k}$ будет коллинеарен вектору $\left[\vec{a}\times\vec{b}\right]$, если $\vec{a}=3\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}$.

3. Вершины треугольной пирамиды находятся в точках: $O(0;\ 0;\ 0)$, $A(5;\ 2;\ 0)$, $B(2;\ 5;\ 0)$, $C(1;\ 2;\ 4)$. Вычислить ее объём, площадь грани ABC и высоту, опущенную на грань ABC.

5. Аналитическая геометрия

1. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку *M(x; y; z)*:

а) параллельно вектору $\vec{S}$;

б) параллельно прямой L.

2. Составить уравнение плоскости P, которая проходит через точки $A(x_1;\ y_1;\ z_1)$, $B(x_2;\ y_2;\ z_2)$, $C(x_3;\ y_3;\ z_3)$ и $D(x_4;\ y_4;\ z_4)$.

3. Вершины треугольника *ABC* находятся в точках: $A(x_1;\ y_1)$, $B(x_2;\ y_2)$, $C(x_3;\ y_3)$. Найти:

а) уравнение прямой *BC* и её угловой коэффициент;

б) расстояние от точки $A(x_1;\ y_1)$ до прямой *BC*;

в) уравнение высоты *AH*, не используя координаты точки *H*;

г) координаты точки *N* – пересечения высоты *AH* и медианы *BM*;

д) угол между медианой *BM* и высотой *AH;*

е) сделать чертеж.

Вариант 1.

1. $M(-7;\ 5;\ -6)$, а) $\vec{S}=(3;\ 0;\ 5)$; б) $L:\begin{cases}3x+4y-z-3=0;\\5x+2y+6z=0.\end{cases}$

2. $A(0;\ 0;\ 2)$, $B(-1;\ -2;\ -7)$, $C(-1;\ 2;\ -5)$, $D(7;\ -2;\ -5)$.
3. $A(-2;\ 4)$, $B(3;\ 1)$, $C(10;\ 7)$.

Вариант 2.

1. $M(-3;\ 1;\ 6)$, а) $\vec{S}=(-1;\ -2;\ -3)$; б) $L:\begin{cases} x+z-1=0; \\ 3x+3y+5z+2=0. \end{cases}$

2. $A(3;\ -3;\ 0)$, $B(-1;\ 0;\ -3)$, $C(-2;\ 3;\ -3)$, $D(1;\ -8;\ 3)$.
3. $A(-3;\ -2)$, $B(14;\ 4)$, $C(6;\ 8)$.

Вариант 3.

1. $M(6;\ 2;\ 8)$, а) $\vec{S}=(-5;\ -8;\ -7)$; б) $L:\begin{cases} x+z+5=0; \\ x-z-5=0. \end{cases}$

2. $A(-2;\ 2;\ 3)$, $B(-4;\ 3;\ -4)$, $C(0;\ -3;\ -4)$, $D(0;\ -1;\ 0)$.
3. $A(1;\ 7)$, $B(-3;\ -1)$, $C(11;\ -3)$.

Вариант 4.

1. $M(0;\ 2;\ -4)$, а) $\vec{S}=(2;\ 7;\ 2)$; б) $L:\begin{cases} 2x-3y=0; \\ x+y-2z+1=0. \end{cases}$

2. $A(0;\ -4;\ -1)$, $B(-6;\ -1;\ -6)$, $C(-4;\ -3;\ -3)$, $D(2;\ -5;\ 4)$.
3. $A(1;\ 0)$, $B(-1;\ 4)$, $C(9;\ 5)$.

Вариант 5.

1. $M(-8;\ 1;\ 2)$, а) $\vec{S}=(6;\ 3;\ 0)$; б) $L:\begin{cases} 2x+3y+2z+2=0; \\ 2x-2y+2z+3=0. \end{cases}$

2. $A(4;\ 0;\ -1)$, $B(4;\ 3;\ 0)$, $C(3;\ -2;\ -2)$, $D(-2;\ -3;\ -6)$.
3. $A(1;\ -2)$, $B(7;\ 1)$, $C(3;\ 7)$.

Вариант 6.

1. $M(-1;\ 3;\ 9)$, а) $\vec{S}=(2;\ 4;\ 7)$; б) $L:\begin{cases} 2x+y+z+1=0; \\ 3x+2y+z-2=0. \end{cases}$

2. $A(0;\ -4;\ -1)$, $B(6;\ -7;\ 4)$, $C(-4;\ -3;\ -3)$, $D(2;\ -5;\ 4)$.

3. $A(–2; –3)$, $B(1; 6)$, $C(6; 1)$.

Вариант 7.

1. $M(2; 2; –8)$, а) $\vec{S}=(2;\,-1;\,-6)$; б) $L:\begin{cases}3y+4z+4=0;\\ x+2y-z-1=0.\end{cases}$

2. $A(–4; –2; 0)$, $B(0; –3; –2)$, $C(2; –2; –1)$, $D(–6; –1; 2)$.
3. $A(–4; 2)$, $B(–6; 6)$, $C(6; 2)$.

Вариант 8.

1. $M(2; 6; 1)$, а) $\vec{S}=(-2;\,-1;\,-4)$; б) $L:\begin{cases}y-2z-4=0;\\ 2x+2y+3z-3=0.\end{cases}$

2. $A(0; –5; 3)$, $B(–2; –4; –4)$, $C(–2; –2; 6)$, $D(2; 4; 2)$.
3. $A(–3; –2)$, $B(14; 4)$, $C(6; 8)$.

Вариант 9.

1. $M(2; –1; –4)$, а) $\vec{S}=(-2;\ 4;\ 0)$; б) $L:\begin{cases}x+y+1=0;\\ 2x+y-4z+2=0.\end{cases}$

2. $A(–3; –3; –4)$, $B(0; –2; –4)$, $C(–2; –6; 4)$, $D(–8; –4; 6)$.
3. $A(4; –4)$, $B(8; 2)$, $C(3; 8)$.

Вариант 10.

1. $M(–1; 1; –10)$, а) $\vec{S}=(6;\,-4;\,0)$; б) $L:\begin{cases}y-z-2=0;\\ 2x+4y+3z+2=0.\end{cases}$

2. $A(2; –4; –1)$, $B(2; 4; 0)$, $C(0; 0; –4)$, $D(–2; –4; –4)$.
3. $A(–3; –3)$, $B(5; –7)$, $C(7; 7)$.

Вариант 11.

1. $M(–1; 3; –2)$, а) $\vec{S}=(-3;\,-2;\,1)$; б) $L:\begin{cases}x+2y+z-1=0;\\ 4x+y+z-2=0.\end{cases}$

2. $A(4; –3; –2)$, $B(0; 0; 0)$, $C(–4; 2; 4)$, $D(–6; –4; –4)$.
3. $A(1; –6)$, $B(3; 4)$, $C(–3; 3)$.

Вариант 12.

1. $M(0; –4; 5)$, а) $\vec{S} = (1;\ 2;\ 1)$; б) $L: \begin{cases} x + y + z = 0; \\ 6x + y + 2z + 6 = 0. \end{cases}$

2. $A(–5; –1; 0)$, $B(2; 0; 2)$, $C(2; 3; –6)$, $D(2; 0; –4)$.
3. $A(–4; 2)$, $B(8; –6)$, $C(2; 6)$.

Вариант 13.

1. $M(1; 4; –2)$, а) $\vec{S} = (1;\ -4;\ 2)$; б) $L: \begin{cases} x - z + 2 = 0; \\ 2x - 4y - z + 6 = 0. \end{cases}$

2. $A(1; 4; 3)$, $B(–2; 2; 2)$, $C(4; –1; –2)$, $D(–2; 2; –2)$.
3. $A(–5; 2)$, $B(0; –4)$, $C(5; 7)$.

Вариант 14.

1. $M(5; 5; –4)$, а) $\vec{S} = (-3;\ 1;\ -4)$; б) $L: \begin{cases} y + 2 = 0; \\ x + y - z + 6 = 0. \end{cases}$

2. $A(–1; –3; –2)$, $B(2; 2; 2)$, $C(–5; 2; –4)$, $D(2; 0; –4)$.
3. $A(4; –4)$, $B(6; 2)$, $C(–1; 8)$.

Вариант 15.

1. $M(–8; –4; –7)$, а) $\vec{S} = (2;\ 3;\ -3)$; б) $L: \begin{cases} 2x - z + 2 = 0; \\ 3z - 4 = 0. \end{cases}$
2. $A(1; –3; 0)$, $B(0; 2; 4)$, $C(–3; 4; –1)$, $D(–4; 4; –8)$.
3. $A(–3; 8)$, $B(–6; 2)$, $C(0; –5)$.

Вариант 16.

1. $M(0; –2; 4)$, а) $\vec{S}=(3; 1; -5)$; б) $L:\begin{cases}3x-2y+5z-10=0;\\2x+y-z=0.\end{cases}$

2. $A(3; –1; 0)$, $B(–1; 2; –3)$, $C(–2; 5; –3)$, $D(1; –6; 3)$.
3. $A(6; –9)$, $B(10; –1)$, $C(–4; 1)$.

Вариант 17.

1. $M(–7; 4; 4)$, а) $\vec{S}=(1; -1; 2)$; б) $L:\begin{cases}x+2y+3=0;\\x-3y-2z=0.\end{cases}$

2. $A(0; –4; –3)$, $B(1; –3; 2)$, $C(5; 1; 2)$, $D(3; 5; 0)$.
3. $A(4; 1)$, $B(–3; –1)$, $C(7; –3)$.

Вариант 18.

1. $M(–8; –4; –4)$, а) $\vec{S}=(5; 5; 2)$; б) $L:\begin{cases}x-5y-7z-1=0;\\x-5y+3=0.\end{cases}$

2. $A(0; 2; –4)$, $B(3; –7; 2)$, $C(0; –3; –4)$, $D(1; –5; –8)$.
3. $A(–4; 2)$, $B(6; –4)$, $C(4; 10)$.

Вариант 19.

1. $M(1; 5; 1)$, а) $\vec{S}=(3; 3; 4)$; б) $L:\begin{cases}x+y+2z+1=0;\\x+y-5z-5=0.\end{cases}$

2. $A(2; 2; –3)$, $B(–3; –1; –2)$, $C(–2; 4; –3)$, $D(–5; –3; 2)$.
3. $A(3; –1)$, $B(11; 3)$, $C(–6; 2)$.

Вариант 20.

1. $M(0; 5; –6)$, а) $\vec{S}=(-7; -3; 2)$; б) $L:\begin{cases}3x-y-2z-3=0;\\x+6y+1=0.\end{cases}$

2. $A(–1; –4; –2)$, $B(–1; 1; –2)$, $C(–7; –8; 3)$, $D(–5; –1; 0)$.
3. $A(–7; –2)$, $B(–7; 4)$, $C(5; –5)$.

Вариант 21.

1. $M(-4; -4; -2)$, а) $\vec{S} = (7; 5; 0)$; б) $L: \begin{cases} x + 3y + 3 = 0; \\ 4x - 2y + 4z - 1 = 0. \end{cases}$

2. $A(-2; -1; -2)$, $B(-5; -1; -4)$, $C(0; -6; -2)$, $D(-1; 3; 2)$.
3. $A(-1; -4)$, $B(9; 6)$, $C(-5; 4)$.

Вариант 22.

1. $M(2; 5; -2)$, а) $\vec{S} = (5; 1; 4)$; б) $L: \begin{cases} x - y - 2z + 5 = 0; \\ x + 3y + 2z - 3 = 0. \end{cases}$

2. $A(-4; 4; 2)$, $B(-1; 3; -2)$, $C(-1; 2; 1)$, $D(-9; -3; -6)$.
3. $A(10; -2)$, $B(4; -2)$, $C(-3; 1)$.

Вариант 23.

1. $M(1; 5; 0)$, а) $\vec{S} = (-1; 0; 2)$; б) $L: \begin{cases} 3x + 4y - 3 = 0; \\ 5x - 2y - 6z = 0. \end{cases}$

2. $A(0; 2; 0)$, $B(-1; 0; -9)$, $C(-1; 4; -7)$, $D(7; 0; -7)$.
3. $A(-3; -1)$, $B(-4; -5)$, $C(8; 1)$.

Вариант 24.

1. $M(8; -5; -1)$, а) $\vec{S} = (-7; -5; 4)$; б) $L: \begin{cases} x - y + 1 = 0; \\ 5x - 2y + 2z - 5 = 0. \end{cases}$

2. $A(-1; -1; -4)$, $B(0; -3; 0)$, $C(-3; -4; -2)$, $D(-4; -5; 2)$.
3. $A(-2; -6)$, $B(-3; -5)$, $C(4; 0)$.

Вариант 25.

1. $M(-4; 1; -5)$, а) $\vec{S} = (0; 3; -4)$; б) $L: \begin{cases} 2x + y + 2 = 0; \\ 3x - 2y + z - 3 = 0. \end{cases}$
2. $A(0; -3; 0)$, $B(0; 1; -2)$, $C(-3; -5; -2)$, $D(-4; -5; -2)$.
3. $A(-7; -2)$, $B(3; -8)$, $C(-4; 6)$.

Вариант 26.

1. $M(2; –1; 1)$, а) $\vec{S} = (2;\ -3;\ 4)$; б) $L: \begin{cases} 4x + y + z + 2 = 0; \\ 2x - y - 3z - 8 = 0. \end{cases}$

2. $A(6; 6; 5)$, $B(4; 9; 5)$, $C(4; 6; 11)$, $D(6; 9; 3)$.
3. $A(0; 2)$, $B(–7; –4)$, $C(3; 2)$.

Вариант 27.

1. $M(2; 1; –1)$, а) $\vec{S} = (3;\ 3;\ 0)$; б) $L: \begin{cases} 2x + y - 1 = 0; \\ 3x + y + z - 5 = 0. \end{cases}$

2. $A(–2; –1; –1)$, $B(0; 3; 2)$, $C(3; 1; –4)$, $D(–4; 7; 3)$.
3. $A(7; 0)$, $B(1; 4)$, $C(–8; –4)$.

Вариант 28.

1. $M(1; –3; –3)$, а) $\vec{S} = (-2;\ 1;\ 3)$; б) $L: \begin{cases} -2x - 2y + 3 = 0; \\ 5x - y + z = 0. \end{cases}$
2. $A(–3; –5; 6)$, $B(2; 1; –4)$, $C(0; –3; –1)$, $D(–5; 2; –8)$.
3. $A(1; –3)$, $B(0; 7)$, $C(–2; 4)$.

Вариант 29.

1. $M(0; –1; –1)$, а) $\vec{S} = (-5;\ 0;\ 2)$; б) $L: \begin{cases} -x + 5y + 3z - 2 = 0; \\ x - 2y + 3z - 3 = 0. \end{cases}$
2. $A(2; –4; –2)$, $B(5; –6; 0)$, $C(–1; 3; –3)$, $D(–10; –8; –7)$.
3. $A(2; 5)$, $B(–3; 1)$, $C(0; 4)$.

Вариант 30.

1. $M(–2; –3; –1)$, а) $\vec{S} = (3;\ 2;\ -4)$; б) $L: \begin{cases} x + 4y + 3z = 0; \\ 2x - y + z - 3 = 0. \end{cases}$
2. $A(2; –4; –2)$, $B(5; –6; 0)$, $C(–1; 3; –3)$, $D(–10; –8; –7)$.
3. $A(–5; 1)$, $B(8; –2)$, $C(1; 4)$.

6. Пределы. Непрерывность.

В примерах 1, 2, 3 найти пределы указанных функций, не пользуясь правилом Лопиталя. В примере 4 найти: точки разрыва функции, если они существуют, односторонние пределы и скачок функции в точках разрыва; сделать чертеж.

Вариант 1.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-5x-3}{3x^2-4x-15}$ при $x_0=2,\ x_0=3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\operatorname{arctg}4x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-4}\right)^{2x-3}$

4. $y=\begin{cases}-2x, & x<-1,\\ x^2+1, & -1\le x\le 2,\\ x-1, & x\ge 2.\end{cases}$.

Вариант 2.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{4x^2-7x-2}{2x^2-x-6}$ при $x_0=0,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}2x}{\sin 5x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+5}\right)^{3x-2}$

4. $y=\begin{cases}x+2, & x<-2,\\ 4-x^2, & -2\le x\le 1,\\ 3-2x, & x>1.\end{cases}$

Вариант 3.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+5x+6}$ при $x_0=3,\ x_0=-3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{3^{2x}-1}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+5}\right)^{2-5x}$

4. $y=\begin{cases}-3-x, & x<-2,\\ x^2-5, & -2\le x\le 3,\\ 7-2x, & x\ge 3.\end{cases}$

Вариант 4.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$ при $x_0=-1,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\mathrm{tg}5x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x-1}{4x+3}\right)^{x+2}$.

4 . $y=\begin{cases}-3-x,\ x<1,\\ x^2-4,\ 1\le x\le 3,\\ 2x-5,\ \ x\ge 3.\end{cases}$

Вариант 5.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$ при $x_0=-5,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 2x}{\mathrm{tg}x^2}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1-3x}{2+3x}\right)^{2x-3}$.

4. $y=\begin{cases}2x+1,\ \ x<-1,\\ x^2,\ \ -1\le x\le 2,\\ 6-x,\ \ x>2.\end{cases}$

Вариант 6.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{4x^2+7x+3}{2x^2+x-1}$ при $x_0=-1,\ x_0=5,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x-\sin x}{1-\cos x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5-2x}{3-2x}\right)^{7x}$.

4. $y=\begin{cases}2-x,\ \ x<0,\\ \sin x,\ \ 0\le x<\pi,\\ x-\pi,\ \ x\ge\pi.\end{cases}$

Вариант 7.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-9x+9}{x^2-5x+6}$ при $x_0=-1,\ x_0=3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{\ln(1-2x)}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{5x-3}{5x-7}\right)^{1-4x}$.

4. $y=\begin{cases} x+1, & x\le 0,\\ \cos x, & 0<x<\pi/2,\\ 2, & x\ge \pi/2.\end{cases}$

Вариант 8.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{5x-x^2-4}{x^2-2x-8}$ при $x_0=5,\ x_0=4,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 6x}{x^2-2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+1}{4x+5}\right)^{3x+2}$.

4. $y=\begin{cases} 2x, & x<0,\\ \sin x, & 0\le x\le \pi,\\ -3, & x>\pi.\end{cases}$

Вариант 9.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-2x-8}{2x^2+5x+2}$ при $x_0=3,\ x_0=-2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\cdot\sin 5x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{2x+3}\right)^{1-5x}$.

4. $y=\begin{cases} x^2, & x\le 0,\\ \cos x, & 0<x<\pi,\\ -1, & x\ge \pi.\end{cases}$

Вариант 10.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-2x-1}{x^2-4x+3}$ при $x_0=-2,\ x_0=1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\ln(1+6x)}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{2x-1}\right)^{1-4x}$.

4. $y=\begin{cases} x^2-1, & x<0,\\ \cos x, & 0\le x\le \pi/2,\\ x-\pi/2, & x>\pi/2.\end{cases}$

Вариант 11.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}$ при $x_0=-3,\ x_0=4,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x\cdot\exp(2x-1)}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2-5x}{6+5x}\right)^{x-7}$.

4. $y=\begin{cases}3x^2, & x\le 0,\\ x/2, & 0<x\le 1,\\ x+2, & x>1.\end{cases}$

Вариант 12.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^3-1}{5x^2-4x-1}$ при $x_0=5,\ x_0=1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{x-\sin 2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{3x-4}\right)^{3x-1}$.

4. $y=\begin{cases}x, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x<2,\\ x+1, & x\ge 2.\end{cases}$

Вариант 13.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2+2x-8}{8-x^3}$ при $x_0=-2,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg} 8x}{4x^2+x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{3x+1}\right)^{4-3x}$.

4. $y=\begin{cases}\sin x, & x<0,\\ 2x, & 0\le x\le 2,\\ 1 & x>2.\end{cases}$

Вариант 14.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$ при $x_0=3,\ x_0=-2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos 7x}{\exp(9/x)-1}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x+3}{2x-1}\right)^{5x-2}$.

4. $y=\begin{cases} x-1, & x\le 0, \\ x^2, & 0<x<2, \\ 2x, & x\ge 2. \end{cases}$

Вариант 15.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ при $x_0=-3,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{64x^2}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{5}{7x+1}\right)^{3x+2}$.

4. $y=\begin{cases} x-1, & x<1, \\ x^2+2, & 0\le x\le 2, \\ -3x, & x>2. \end{cases}$

Вариант 16.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^3+8}{x^2+x-2}$ при $x_0=4,\ x_0=-2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{-x}}{\sin x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x}\right)^{1-7x}$.

4. $y=\begin{cases} x+2, & x\le 0, \\ 2, & 0<x\le 2, \\ x^2-2, & x>2. \end{cases}$

Вариант 17.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-10x+25}$ при $x_0=3,\ x_0=5,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{1-\cos 2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{6}{x+3}\right)^{5x+2}$.

4. $y=\begin{cases} x, & x\le 0, \\ x^3, & 0<x\le 2, \\ x+3, & x>2. \end{cases}$

Вариант 18.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{(x-5)^2}{x^2-3x-10}$ при $x_0=5,\ x_0=-1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot\operatorname{arctg}3x}{1-\cos 2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 2}\left(5-2x\right)^{\frac{x}{x-2}}$.

4. $y=\begin{cases}2, & x<-2,\\ \sqrt{4-x^2}, & -2\le x<2,\\ x-2, & x>2.\end{cases}$

Вариант 19.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{4x^2+x-5}{(x-1)^2}$ при $x_0=-2,\ x_0=1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\exp\left(3x\right)-1}{tg\left(x/2\right)}$.

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(7-2x\right)^{\frac{2}{x-3}}$.

4. $y=\begin{cases}x, & x\le-\pi,\\ \sin x, & -\pi<x<\pi/2,\\ 1, & x>\pi/2.\end{cases}$

Вариант 20.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$ при $x_0=-2,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}3x}{\sin 9x}$.

3. $\lim\limits_{x\to -2}\left(5+2x\right)^{\frac{3}{x+2}}$.

4. $y=\begin{cases}3x+4, & x<0,\\ x^2-2, & -2\le x\le 2,\\ x, & x\ge 2.\end{cases}$

Вариант 21.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{7x^2-12x+5}{5x^2-2x-3}$ при $x_0=-1,\ x_0=1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{x\cdot\sin 2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1+x}{x-3}\right)^{2x+4}$.

4. $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ -(x-1)^2, & 0<x<2,\\ x-3, & x\ge 2.\end{cases}$

Вариант 22.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{3x^2-2x-8}{2x^2-x-6}$ при $x_0=2,\ x_0=3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^2-3x}{x\cdot(\exp(5x)-1)}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+5}\right)^{2+x}$.

4. $y=\begin{cases}\cos x, & x\le 0,\\ x^2+1, & 0<x<1,\\ x, & x\ge 1.\end{cases}$

Вариант 23.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{4x^2+7x-15}{x^2-4x-21}$ при $x_0=2,\ x_0=-3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{x\cdot \operatorname{tg}2x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}(4+3x)^{2/(x+1)}$.

4. $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x\le 2,\\ x+1, & x>2.\end{cases}$

Вариант 24.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+5x+6}$ при $x_0=-3,\ x_0=3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x^2}$.

3. $\lim\limits_{x\to 2}(2x-3)^{\frac{x+2}{2-x}}$.

4. $y=\begin{cases}-x, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le \pi,\\ x-2, & x>\pi.\end{cases}$

Вариант 25.

1. $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{x^2+8x+16}{2x^2+x-28}$ при $x_0=3,\ x_0=-4,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{\sin(x+2)}{x^3+8}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{2x-1}$.

4. $y=\begin{cases} -(x+1), & x\le -1, \\ (x+1)^2, & -1<x\le 0, \\ x, & x>0. \end{cases}$

Вариант 26.

1. $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{x^2-9}{3x^2-8x-3}$ при $x_0=3,\ x_0=-1,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 5x}{1-\cos 3x}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(3+2x)^{5/(x+1)}}{5}$.

4. $y=\begin{cases} -x^2, & x\le 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0<x\le \pi/4, \\ 2, & x>\pi/4. \end{cases}$

Вариант 27.

1. $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{3x^2-2x-8}{x^2+3x-10}$ при $x_0=-1,\ x_0=2,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sin(x-3)}{x^2-5x+6}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty} (x+3)\ln\left(\dfrac{2x+1}{2x+3}\right)$.

4. $y=\begin{cases} -2x, & x\le 0, \\ x^2+1, & 0<x\le 1, \\ 2, & x>1. \end{cases}$

Вариант 28.

1. $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{x^2-4x+3}{2x^2-5x-3}$ при $x_0=-4,\ x_0=3,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\exp(3x)-1}{x^3+27x}$.

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left(4-x\right)^{\frac{1}{6-2x}}$.

4. $y=\begin{cases}3x+4, & x<0,\\ x^2-2, & -2\le x\le 2,\\ x, & x\ge 2.\end{cases}$

Вариант 29.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2-2x-3}$ при $x_0=3,\ x_0=5,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-64}{\operatorname{tg}(x-4)}$.

3. $\lim\limits_{x\to\infty}(x+2)\ln\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)$.

4. $y=\begin{cases}-2x, & x\le 0,\\ \sqrt{x}, & 0<x<4,\\ 1, & x\ge 4.\end{cases}$

Вариант 30.

1. $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{x^2-7x+6}{2x^2-15x+18}$ при $x_0=-1,\ x_0=6,\ x_0=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\operatorname{tg}(5+x)}{x^2-25}$.

3. $\lim\limits_{x\to 2}\left(3x-5\right)^{\frac{2x}{x^2-4}}$.

4. $y=\begin{cases}x+8, & x<-2,\\ x^2+2, & -2\le x\le 1,\\ 2x, & x\ge 1.\end{cases}$

7. Производные

1. В задачах 1 − 4 вычислить y'; в задачах 5 − 6 вычислить y' для функции $y(x)$, заданной неявно; в задаче 7 вычислить y''; в задаче 8 вычислить $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если функция $y(x)$ задана параметрически.

Вариант 1.

1. $y = (3x^4 - 4/\sqrt[3]{x^5} + 2)^5$
2. $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$.
3. $y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \cdot \sin 2x$.
4. $y = \dfrac{2^{\operatorname{arctg}\sqrt{x}}}{\log_5^2 x}$.
5. $x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$.
6. $x \cdot \sin 2y - y \cdot \cos 2x = 10$.
7. $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$.
8. $\begin{cases} x = \cos\ln t; \\ y = \sin^2 t. \end{cases}$

Вариант 2.

1. $y = (5x^2 - 2\sqrt[3]{x^4} + 3)^3$.
2. $y = \dfrac{\cos(\ln x)}{\sqrt{\sin 3x}}$.
3. $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2 - 1}$.
4. $y = e^{3x} - 2x \cdot \arcsin 5x$.
5. $\ln x + \ln y = xy$.
6. $(e^y \cdot x - y)^2 = x^3 + 2$.
7. $y = \dfrac{x^2 + x}{x - 1}$.
8. $\begin{cases} x = \arcsin(\sin t); \\ y = \arccos(\cos t). \end{cases}$

Вариант 3.

1. $y = (7x^5 + 5/\sqrt[3]{x} - 13)^5$.
2. $y = \dfrac{2^{\ln(x^2-1)}}{\operatorname{ctg}^2 4x}$.
3. $y = \arccos\sqrt{2x^2 - 3}$.
5. $x^4 + y^4 = 4xy$.
6. $x \cdot \ln y + y^2 \cdot e^x = x + 1$.
7. $y = \dfrac{x^2}{(x-2)^2}$.

4. $y = 3^{\sin x} - \cos x \cdot \mathrm{tg}^5 x$.

8. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}; \\ y = \arcsin(t-1). \end{cases}$

Вариант 4.

1. $y = \dfrac{\sqrt{x} - 3x^3 + 2}{x^2}$.

2. $y = \dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{tg} 2x}}{\arcsin e^x}$.

3. $y = \mathrm{arctg}\sqrt{x^3} + \cos 3x$.

4. $y = e^{\sqrt{x}} + \mathrm{ctg} x^3 \cdot \sin 4x$.

5. $x^3 - 2x^2 y^2 + 5x + y - 5 = 0$.

6. $y \cdot x^2 + \cos y = 2^y \cdot x$.

7. $y = \mathrm{arctg}(1/x)$.

8. $\begin{cases} x = \ln\cos t; \\ y = \sin t. \end{cases}$

Вариант 5.

1. $y = (\sqrt[5]{x^2} + 3/x^5 - 1)^3$.

2. $y = \dfrac{\log_3(x^2 - 1)}{\mathrm{arcctg} 4x^2}$.

3. $y = \log_3(2x + 5)^5 + 2^{\cos x}$.

4. $y = \sin\sqrt{x} + \mathrm{tg}^5 x \cdot \cos 6x$.

5. $\dfrac{y^3}{x} + 2x \cdot y - \mathrm{tg} y = 0$.

6. $x - y = \arcsin x - \arcsin y$.

7. $y = \arcsin\sqrt{x}$.

8. $\begin{cases} x = 1/\ln t; \\ y = \ln\dfrac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t}. \end{cases}$

Вариант 6.

1. $y = \dfrac{4\sqrt[3]{x} - x^5 + 4x}{x}$.

2. $y = \dfrac{\sin(e^{x^2 + 3x - 2})}{\mathrm{arctg} 2^x}$.

3. $y = \arcsin^3(2 - x)$.

5. $\sin(x \cdot y) + \cos(x \cdot y) = 0$.

6. $3/y^3 - y \cdot \sin x = x \cdot y$.

7. $y = \ln(x^2 + x + 1)$.

4. $y = \cos^3 x \cdot \mathrm{ctg} 5x + (1/2)^x$.

8. $\begin{cases} x = \ln\sqrt{\dfrac{1-t}{1+t}}; \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

Вариант 7.

1. $y = (3x^3 + x\sqrt{x} - 2/x)^5$.

2. $y = \dfrac{xe^{\mathrm{ctg} x}}{10^{1-\sin^4 x}}$.

3. $y = \mathrm{arcctg}(1-2x)^2$.

4. $y = \sin^2 x \cdot \mathrm{tg} 3x - \log_5 7x$.

5. $y \cdot x^2 + 2y = 2x$.

6. $x^4 + y^4 = x^2 y^2$.

7. $y = \dfrac{x+2}{x^2 - x}$.

8. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}; \\ y = \dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$.

Вариант 8.

1. $y = \sqrt[5]{(7x^2 + 3\sqrt{x} - 2)^2}$.

2. $y = \dfrac{10^{2x-3}}{\ln(\sin 5x)^5}$.

3. $y = \arccos\sqrt{3x^5}$.

4. $y = 5^{x^4} + \ln^3 x \cdot \arcsin 2x^2$.

5. $y - x^2 = \mathrm{arctg} y$.

6. $e^x \sin y - e^y \cos x = 0$.

7. $y = \dfrac{2-x^2}{x^2+1}$.

8. $\begin{cases} x = \mathrm{arctg} t; \\ y = \ln\dfrac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$.

Вариант 9.

1. $y = \left(x\sqrt{x} - \dfrac{3}{x^5} + 2\right)^3$.

2. $y = \dfrac{\mathrm{sh}(\mathrm{e}^x)}{\log_2(\cos x)}$.

5. $e^y + 7^y \cdot x^2 = 2x \cdot y^3$.

6. $y = x \cdot \ln(y^2 + 1)$.

3. $y = \operatorname{arctg}^5 \sqrt{x}$.

4. $y = 3^{\cos x} + \dfrac{1-\sin 7x}{\operatorname{tg}5x}$.

7. $y = x \cdot e^{-x}$.

8. $\begin{cases} x = t \cdot \sqrt{t^2+1}; \\ y = \ln \dfrac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$.

Вариант 10.

1. $y = (4x^7 + \sqrt[5]{2x^3} - 7x)^4$.

2. $y = \dfrac{x \cdot 2^x}{\operatorname{arctg}\sqrt{1-2x^2}}$.

3. $y = \log_3^2(5-4x^5)$.

4. $y = e^{\operatorname{tg}x} - \sqrt{x} \cdot \cos 2x^3$.

5. $2^y + y \cdot x^2 - y^3 \cdot \sin x = 2$.

6. $x^3 + \ln y - x^2 e^y = 0$.

7. $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

8. $\begin{cases} x = (1+\cos^2 t); \\ y = \dfrac{\cos t}{\sin^2 t}. \end{cases}$.

Вариант 11.

1. $y = \sqrt{\dfrac{4x^5 - x^2}{x^3} - \dfrac{2x}{3}}$.

2. $y = \dfrac{\operatorname{arctg}(x/a)}{\operatorname{tg}^2(\cos x)}$.

3. $y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}$.

4. $y = 3^{\sqrt{x}-2} + x \cdot \sin^3 x$.

5. $\ln(x+y) - x^2 + 3y = 0$.

6. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$.

7. $y = x \cdot \sqrt{1-x^2}$.

8. $\begin{cases} x = \arccos(1/t); \\ y = \sqrt{t^{2-1}} + \arcsin(1/t). \end{cases}$.

Вариант 12.

1. $y = \dfrac{6}{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}$.

2. $y = \dfrac{\sqrt[5]{\arcsin x}}{\log_2(\cos x)}$.

5. $\operatorname{arctg} y + e^{x \cdot y} = 2x$.

6. $\ln(x-y) = x^2 + y^2$.

3. $y=\sqrt{tg\dfrac{x}{2}+2^{\mathrm{arctg}x}}$.

4. $y=2x^3\cdot\sin 5x+5^{2x-7}$.

7. $y=\sqrt{x^2+2x+3}$.

8. $\begin{cases} x=\mathrm{arctg}\dfrac{t+1}{t-1}; \\ y=\arcsin\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$.

Вариант 13.

1. $y=\left(\dfrac{2x}{\sqrt{x}}-9x^5+2\right)^9$.

2. $y=\dfrac{\cos\sqrt{x}-(1/2)^x}{\log_7 x^3}$.

3. $y=\arccos\dfrac{2}{x^2-1}$.

4. $y=\sqrt[3]{\sin 5x}-e^{tgx}\cdot\cos x^5$.

5. $3^{x+3y}+y\cdot\mathrm{ctg}x-7=0$.

6. $x^2\cdot\sin y+y^3\cdot\cos x=2x$.

7. $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2}$.

8. $\begin{cases} x=\ln\mathrm{arctg}t; \\ y=1/\sin^2 t. \end{cases}$.

Вариант 14.

1. $y=\left(4x^5-\dfrac{7}{\sqrt[3]{x^2}}+5\right)^3$.

2. $y=\dfrac{\mathrm{arctg}(3^{\mathrm{tg}7\mathrm{x}})}{\sqrt{\mathrm{ch}x}}$.

3. $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\arccos^2 4x}$.

4. $y=e^{1-3x}+\sin x^2\cdot\mathrm{tg}\sqrt{x}$.

5. $y\cdot x^3-x+\cos y-2=0$.

6. $x\cdot\sin y+y\cdot\cos x=0$.

7. $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{x+1}}$.

8. $\begin{cases} x=\mathrm{ctg}(\mathrm{tg}t); \\ y=1/\cos^2 t. \end{cases}$.

Вариант 15.

1. $y=\left(9x\sqrt{x}+\dfrac{5}{x^7}-1\right)^6$.

5. $y\cdot\ln 3-x\sin y+x^2=0$.

2. $y=\dfrac{\sin e^{x}}{\log_5(2x-1)}$.

3. $y=3^{\sin x}+\mathrm{arctg} x^{3}\sqrt{x}$.

4. $y=\cos^3 x+e^4\cdot\log_2(x^5-1)$.

6. $y^3\cdot x^3-3xy-2=0$.

7. $y=\dfrac{\sqrt{2x-3}+1}{x^2}$.

8. $\begin{cases} x=t^2+2t; \\ y=\ln\sin t. \end{cases}$

Вариант 16.

1. $y=\sqrt[4]{(9x^5+7\sqrt{x}-e)^3}$.

2. $y=\dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{ctg} 5x}}{e^{\cos 2x-1}}$.

3. $y=\log_5 x+\arccos\sqrt{3x-4}$.

4. $y=x\cdot\sin^5 x+7^{2-x}$.

5. $0{,}5\cdot y\cdot x=\mathrm{tg} y-\log_2 x$.

6. $\sin(y-x)=\ln(y-x^2)+2$.

7. $y=e^{2x}\cdot\sin 3x$.

8. $\begin{cases} x=\sqrt{t^2+1}; \\ y=\ln(t+\sqrt{t^2+1}). \end{cases}$

Вариант 17.

1. $y=\dfrac{17}{(x^3-29x^2+21x-12)^5}$.

2. $y=\dfrac{\mathrm{tg}(\ln x)}{\sqrt{1-\arcsin 6x}}$.

3. $y=\sqrt[5]{\mathrm{arcctg}^3 7x-\sqrt{3-5x^2}}$.

4. $y=3^{\sin x}-\sqrt[5]{x^2}\cdot\log_3^2 x$.

5. $x\cdot\mathrm{ctg} y=\sqrt{y}-3x^2$.

6. $y^x-x^y=\cos x$.

7. $y=e^{-x}\cdot\cos 2x$.

8. $\begin{cases} x=\sqrt{t^2+1}; \\ y=\ln(1+e^t). \end{cases}$

Вариант 18.

1. $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-7x^3-13}{\sqrt{x}}$.

5. $\mathrm{arctg}\dfrac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$.

2. $y = \dfrac{\mathrm{ctg}(10^{1-\sin x})}{\log_3 \sqrt{x^5}}$.

3. $y = \arccos\sqrt{x/4} + e^2$.

4. $y = e^{tgx} + \mathrm{ctg}2x \cdot \sin^3 x$.

6. $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = e^x$.

7. $y = x \cdot \ln(x^2 + 1)$.

8. $\begin{cases} x = \arcsin^2 t; \\ y = t \cdot \ln t. \end{cases}$.

Вариант 19.

1. $y = \dfrac{32}{\left(3x^5 - 16\sqrt{x} + 12x - 1\right)^4}$.

2. $y = \dfrac{e^{\ln\sqrt{ax^2+bx+c}}}{\sin(\arccos x)}$.

3. $y = \dfrac{\mathrm{arctg}^2 x}{\sqrt{x}}$.

4. $y = \mathrm{tg}^2 3x + \sqrt{\sin x} \cdot \cos 4x^3$.

5. $\ln\sqrt{e^{y/2}} = \arcsin x - \cos y$.

6. $\dfrac{xy^2 - 4x}{3y} = 6x$.

7. $y = x \cdot e^{x^2}$.

8. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}; \\ y = 1/\sqrt[3]{(t-1)^2}. \end{cases}$.

Вариант 20.

1. $y = \left(2x^4 + \dfrac{\sqrt{x}}{x} - 9x - 2\right)^5$.

2. $y = \dfrac{\log_9(\mathrm{ctg}5x)}{e^{\arccos x}}$.

3. $y = \dfrac{1 - x}{\arcsin^3 2x}$.

4. $y = \mathrm{tg}4x - 5^{\cos x} \cdot \mathrm{arcctg}^2 x$.

5. $y \cdot \sin 6x - \lg y = 5x - 2^x$.

6. $x \cdot y = \mathrm{arctg}\dfrac{y}{x}$.

7. $y = (x^2 + 1) \cdot \mathrm{arctg} x$.

8. $\begin{cases} x = \arcsin^2 t; \\ y = t/\sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$.

Вариант 21.

1. $y=(0{,}5\cdot\sqrt[3]{x^2}+5/x^3+7)^2$.

2. $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}\cdot(3-x^3)}{\operatorname{arcctg} x}$.

3. $y=\sqrt{\log_2(7x-4)}+3^{\sin x}$.

4. $y=\cos x^2+\sqrt{\operatorname{tg} x}\cdot e^{6x}$.

5. $\dfrac{x^3}{\sqrt{y}}+x\cdot\sin y-\operatorname{tg} y=0$.

6. $y=19^{x^{19}}\cdot x^{19}$.

7. $y=\dfrac{2x}{x^2+4}$.

8. $\begin{cases} x=\arcsin\sqrt{1-t^2}; \\ y=\arccos^2 t. \end{cases}$.

Вариант 22.

1. $y=\dfrac{3\sqrt[3]{x}-5x^3+7x}{x^2}$.

2. $y=\dfrac{e^2\cdot e^{x^2+3x-2}}{\operatorname{arctg}2^x}$.

3. $y=\arccos(x+2)^3$.

4. $y=\cos^3 x\cdot\operatorname{ctg} x+2^{2\sin x}$.

5. $\ln 2\cdot y^3-\operatorname{tg} y\cdot\cos x=x/y$.

6. $\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}=\sqrt[3]{a^2}$.

7. $y=\dfrac{x^2+1}{x+3}$.

8. $\begin{cases} x=\arcsin\sqrt{t}; \\ y=\sqrt{1+\sqrt{t}}. \end{cases}$.

Вариант 23.

1. $y=7\sqrt[5]{x^3}+x\sqrt{x}-2/x^5$.

2. $y=\dfrac{x\cdot\operatorname{ctg} x}{8^{\sin 3x}}$.

3. $y=\operatorname{arcctg}^2(2-x)$.

4. $y=\sin^2 x\cdot tg3x-\log_5 7x$.

5. $y\cdot x^2+2\ln e\cdot y=x-\cos y$..

6. $2^x+2^y=2^{xy}$.

7. $y=x\cdot e^{-x^2}$.

8. $\begin{cases} x=arctge^t; \\ y=\sqrt{e^t+1}. \end{cases}$.

Вариант 24.

1. $y=(0{,}5x^2+3\sqrt{x}-2/x)^2$.
2. $y=\dfrac{2^{7x-5}}{\ln(\sin^5 x)}$.
3. $y=\arccos 5x^2$.
4. $y=2^{x^3}+\ln x^5\cdot\arcsin x^2$.
5. $y-\ln 5\cdot\cos x=\operatorname{arctg} y$.
6. $x^3+y^3-3x\cdot y=0$.
7. $y=\ln^2(x+1)$.
8. $\begin{cases} x=\ln(1-t^2); \\ y=\arcsin\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$.

Вариант 25.

1. $y=\sqrt{x\cdot\sqrt{x}-\dfrac{3}{x^5}+2}$.
2. $y=\dfrac{e^{\operatorname{ctg} x}}{\lg\sqrt{10x}}$.
3. $y=\operatorname{arcctg}^7\sqrt{x}$.
4. $y=(1/3)^x+\dfrac{7-\sin x^2}{\operatorname{tg} 3x}$.
5. $e^x+7^y\cdot\cos x=y/3$.
6. $x^4-6x^2y^2+9y^4=0$.
7. $y=\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^2$.
8. $\begin{cases} x=(3t^2+1)/3t^2; \\ y=\sin(t^3/3+t). \end{cases}$.

Вариант 26.

1. $y=(4x^7+\sqrt[3]{x^2}-7x)\cdot\sqrt[3]{x}$.
2. $y=\dfrac{\operatorname{tg} x\cdot 2^x}{\operatorname{arctg}\sqrt{1-2x^2}}$.
3. $y=\lg(5-4x^5)$.
4. $y=e^{\operatorname{ctg} x}-\sqrt{x}\cdot\sin 3x^2$.
5. $2^y\cdot x^2-\sqrt{y}\cdot\cos x=2\ln 3$.
6. $\cos(x+y)=x\cdot y$.
7. $y=\dfrac{x^2}{x-1}$.
8. $\begin{cases} x=\ln\dfrac{1}{\sqrt{1-t^4}}; \\ y=\arcsin\dfrac{1-t^2}{\sqrt{1+t^2}}. \end{cases}$.

Вариант 27.

1. $y=\left(\frac{4x^5-x^2}{x^3}-\frac{2x}{3}\right)\cdot x$.
2. $y=\frac{\operatorname{arctg}(x/4)}{\operatorname{tg}(\cos^2 x)}$.
3. $y=\arcsin 3x-\sqrt{1+0{,}5x^2}$.
4. $y=3^{x^3-2}+x/\sin x$.
5. $\ln(x+y)-y^2+3x=0$.
6. $Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dy=0$.
7. $y=\sin^3 x$.
8. $\begin{cases} x=ctg(2e^t); \\ y=\ln \operatorname{tg} e^t. \end{cases}$.

Вариант 28.

1. $y=\frac{6}{(x^2+5x-1)^5}$.
2. $y=\frac{\sqrt[5]{\arcsin x}}{\log_2(\sin x)}$.
3. $y=\sqrt{\operatorname{tg} x^2}+2^{\ln x}$.
4. $y=2x^3\cdot\cos 4x+3^{5x-2}$.
5. $\operatorname{arctg} y+e^{x\cdot y}=2x$.
6. $2y\cdot\ln x=x-y$.
7. $y=\operatorname{arctg}^2 x$.
8. $\begin{cases} x=\ln(t+\sqrt{t^2+1}); \\ y=t\sqrt{t^2+1}. \end{cases}$.

Вариант 29.

1. $y=\left(\frac{2x}{\sqrt{x}}+0{,}5x^5+2\right)\cdot\sqrt{x}$.
2. $y=\frac{\operatorname{arctg} 8x+2^x}{\log_7 x}$.
3. $y=\arccos^3(x-1)$.
5. $3^{3x-y}+x\cdot\operatorname{ctg} y-0{,}3=0$.
6. $\ln(x+y)=x-y$.
7. $y=(\ln x)/x^2$.

4. $y=\sqrt[3]{\sin 5x}-e^{tgx}\cdot\cos x^5$.

8. $\begin{cases} x=\cos^3 t; \\ y=\sin^3 t. \end{cases}$.

Вариант 30.

1. $y=\left(4\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2}+3x\right)^5$.

2. $y=\dfrac{\mathrm{arctg}(3^{7x})}{\lg x^5}$.

3. $y=\dfrac{x+3}{\arccos^2 4x}$.

4. $y=e^{1-2x}+\sin^3 x\cdot \mathrm{tg}x$.

5. $y/x-x+\cos y^2-\ln e=0$.

6. $x^4+y^4=4xy.$.

7. $y=x\cdot\ln(x^2+1)$.

8. $\begin{cases} x=\arccos t; \\ y=\ln(t^2+1). \end{cases}$.

2. В примере 1 вычислить пределы, используя правило Лопиталя; в примере 2 найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном интервале; в примере 3 вычислить приближенное значение функции $y=f(x)$, заменив в точке $x=x_0$ приращение функции дифференциалом; в примере 4 исследовать средствами дифференциального исчисления функции и построить их графики

Вариант 1.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$.

2. $y=-\dfrac{x^2}{2}+2x+\dfrac{8}{x-2}$, $x\in[-2;\ 1]$.

3. $y=\sqrt[3]{3x^2+8x-16}$, $x_0=4$, $x=3{,}94$.

4. а) $y=\dfrac{1}{3}(x^3-14x^2+49x-36)$; б) $y=x^2+\dfrac{2}{x}$.

Вариант 2.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty} e^x / x^3$; б) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{3}{4+\ln x}}$.

2. $y = 4/x^2 - 8x - 15$, $x \in [-2;\ -0{,}5]$.

3. $y = \cos x$, $x_0 = 60^\circ$, $x = 63^\circ$.

4. а) $y = \dfrac{1}{20}(x^3 - 25x^2 + 143x - 119)$; б) $y = \dfrac{x}{x^2 - 4}$.

Вариант 3.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \arcsin x}{\sin^3 x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$.

2. $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$; $x \in [0;\ 6]$.

3. $y = \sqrt{5x^2 + 4x - 1}$, $x_0 = 5$, $x = 5{,}08$.

4. а) $y = x^3 - 8{,}5x^2 + 20x - 12{,}5$; б) $y = \dfrac{x^3}{2(x-1)^2}$.

Вариант 4.

1. а) $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\sin x - \sin a}{x - a}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{4}\right)^{\operatorname{tg}\frac{\pi x}{2}}$.

2. $y = \dfrac{2\left(x^2 + 3\right)}{x^2 - 2x + 5} + 7$; $x \in [-3;\ 3]$.

3. $y = \operatorname{ctg} x$, $x_0 = 30^\circ$, $x = 32^\circ$.

4. а) $y = \dfrac{1}{3}(x^3 - 16x^2 + 69x - 54)$; б) $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

Вариант 5.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + \sin x - 1}{\ln(x+1)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} (\operatorname{ctg} x)^{1/\ln x}$.

2. $y = x^2 - 2x - 13 + \dfrac{16}{x-1}$, $x \in [2;\ 5]$.

3. $y = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$, $x_0 = 6,\ x = 5{,}84$.

4. а) $y = \dfrac{1}{20}(x^3 - 29x^2 + 215x - 187)$; б) $y = \dfrac{4x^2 + 9}{4x + 8}$.

Вариант 6.

1. а) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$; б) $\lim\limits_{x \to 0} \left(\dfrac{1}{x}\right)^{\mathrm{tg}x}$.

2. $y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$; $x \in [-1;\ 5]$.

3. $y = \sin x$, $x_0 = 30^\circ$, $x = 32^\circ$.

4. а) $y = x^3 - 9{,}5x^2 + 26x - 17{,}5$; б) $y = \dfrac{3x^4 + 1}{x^3}$.

Вариант 7.

1. а) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln \sin 3x}{\ln \sin x}$; б) $\lim\limits_{x \to 0} (\mathrm{ctg}x)^{\sin x}$.

2. $y = x^2 + 4x - 9 + \dfrac{16}{x+2}$, $x \in [-1;\ 2]$.

3. $y = \sqrt[4]{x^3 + 6x - 7}$, $x_0 = 4,\ x = 4{,}06$.

4. а) $y = \dfrac{1}{3}(x^3 - 8x^2 + 5x + 14)$; б) $y = \dfrac{x^4 - 3}{x}$.

Вариант 8.

1. а) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln \mathrm{tg}7x}{\ln \mathrm{tg}2x}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} (x)^{1/x}$.

2. $y = 5 + \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}$; $x \in [-2;\ 5]$.

3. $y = \mathrm{ctg}x$, $x_0 = 45^\circ$, $x = 43^\circ$.

4. а) $y = \dfrac{1}{20}(x^3 - 19x^2 + 55x + 75)$; б) $y = \dfrac{2x^2 - 6}{x - 2}$.

Вариант 9.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{1-\cos bx}$; б) $\lim\limits_{x\to \pi/2}(\mathrm{tg}x)^{2x-\pi}$.

2. $y=2x^2+108/x-59$, $x\in[-1;\ 2]$.

3. $y=\sqrt[3]{2x^2+2x+13}$, $x_0=-8,\ x=-7{,}85$.

4. а) $y=x^3-2{,}5x^2-2x+1{,}5$; б) $y=\dfrac{16}{x^2(x-4)}$.

Вариант 10.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\mathrm{arctg}x}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(x)^{\frac{1}{\ln(e^x-1)}}$.

2. $y=2x^2+108/x-59$, $x\in[2;\ 4]$.

3. $y=\sin x,\quad x_0=30^\circ,\ x=27^\circ$.

4. а) $y=x^3-2{,}5x^2-2x+1{,}5$; б) $y=\dfrac{3x^2-10}{\sqrt{4x^2-1}}$.

Вариант 11.

1. а) $\lim\limits_{x\to \infty}x^2\cdot e^{-x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\sin x)^{\mathrm{tg}x}$.

2. $y=13-2x^2+x^3/3$, $x\in[-6;\ 1]$.

3. $y=\sqrt{3x^2-5x-2}$, $x_0=9,\ x=9{,}08$.

4. а) $y=x^3-3x^2-1$; б) $y=x^2+\dfrac{1}{x^2}$.

Вариант 12.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\arcsin x)^{tgx}$.

2. $y=\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}$, $x\in[0;\ 1]$.

3. $y = \cos x,\ \ x_0 = 60^\circ,\ x = 59^\circ$.

4. а) $y = x^3/3 - 3x^2 + 5x + 1$; б) $y = \dfrac{x^3}{3 - x^2}$.

Вариант 13.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x - 7^x}{x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \left(e^x + x\right)^{1/x}$.

2. $y = \dfrac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x - 2}$, $x \in [1;\ 4]$.

3. $y = \sqrt[4]{5x^2 - 3x + 2}$, $x_0 = 2,\ x = 1{,}92$.

4. а) $y = x^4 - 2x^2 + 3$; б) $y = \dfrac{2x - 1}{(x-1)^2}$.

Вариант 14.

1. а) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\ln(1 + 1/x)}{\operatorname{arcctg} x}$; б) $\lim\limits_{x\to \pi/2} \left(\cos x\right)^{\pi/2 - x}$.

2. $y = -4\sqrt{x+2} + 27$, $x \in [-1;\ 7]$.

3. $y = \operatorname{tg} x,\ \ x_0 = 45^\circ,\ x = 43^\circ$.

4. а) $y = x^3/3 + 3x^2 - 7x - 2$; б) $y = (17 - x^2)/(4x - 5)$.

Вариант 15.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + e^{-x}}{\ln(1+x)}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$.

2. $y = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{2x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + 2$; $x \in [-2;\ 4]$.

3. $y = \sqrt{3x^2 - 6x - 5}$, $x_0 = 7,\ x = 7{,}05$.

4. а) $y = \dfrac{1}{x} + 4x^2$; б) $y = 3x^4/4 - x^3 - 9x^2 + 7$.

Вариант 16.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\pi-2\mathrm{arctg}x}{e^{3/x}-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\mathrm{tg}x}{x}\right)^{1/x^2}$.

2. $y=\dfrac{x^3}{x^2-x+1}$, $x\in[-1;\ 1]$.

3. $y=\sin x$, $x_0=30^\circ$, $x=33^\circ$.

4. а) $y=x+\dfrac{4}{x+2}$; б) $y=3x^4+8x^3-18x^2+60$.

Вариант 17.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln x}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{3/x^2}$.

2. $y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}-17$, $x\in[-4;\ -1]$.

3. $y=\sqrt[3]{x^3+3x^2+8}$, $x_0=-4$, $x=-4{,}03$.

4. а) $y=2x^3-6x^2-18x+7$; б) $y=\dfrac{x^4}{x^3-1}$.

Вариант 18.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 5x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 5x)^{4/x^2}$.

2. $y=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^3}{3}-7x^2+24x+1$, $x\in[-5;\ 2]$.

3. $y=\cos x$, $x_0=60^\circ$, $x=57^\circ$.

4. а) $y=4x^3-9x^2+6x$; б) $y=4/x+1/x^4$.

Вариант 19.

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{1+2\ln\sin x}$; б) $\lim\limits_{x\to\pi/4}(tgx)^{tg2x}$.

2. $y=-\dfrac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}$, $x\in[-5;\ 1]$.

3. $y=\sqrt[4]{8x^2+6x-9}$, $x_0=3,\ x=2{,}88$.

4. а) $y=x^3-3x^2+1$; б) $y=3/x-1/x^3$.

Вариант 20.

1. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(x-1)}{\mathrm{ctg}\,\pi x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\mathrm{ctg}\,2x\right)^{1/\ln x}$.

2. $y=\dfrac{10(x+1)}{x^2+2x+2}$, $x\in[-1;\ 2]$.

3. $y=\mathrm{ctg}\,x$, $x_0=45^\circ$, $x=47^\circ$.

4. а) $y=3-2x^2-x^4$; б) $y=2+\dfrac{12}{x^2-4}$.

Вариант 21

1. а) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cos(7/x)\right)^x$.

2. $y=3-x-4/(x+2)^2$, $x\in[-1;\ 2]$.

3. $y=\sqrt[3]{x^3+7x}$, $x_0=1,\ x=1{,}012$.

4. а) $y=x^5-x^3-2x$; б) $y=\dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$.

Вариант 22

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin 7x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\left(2-x\right)^{\mathrm{tg}(\pi x/2)}$.

2. $y=9-x-4/x^2$, $x\in[1;\ 4]$.

3. $y=\mathrm{arctg}\,x$, $x_0=1,\ x=1{,}05$.

4. а) $y=1-5x^2/2-x^5$; б) $y=x+\dfrac{x}{3x-1}$.

Вариант 23

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{\mathrm{ctg}x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{6}{1+2\ln x}}$.

2. $y=32x-x^4$, $x\in[-1;\ 4]$.

3. $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x^2+x+1}}$, $x_0=1,\ x=1{,}016$.

4. а) $y=(x^4-2x^2+3)/3$; б) $y=\dfrac{x+2}{x^3}$.

Вариант 24

1. а) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{\mathrm{tg}x}{\mathrm{tg}3x}$; б) $\lim\limits_{x\to 1} x^{\frac{9}{x^2-1}}$.

2. $y=\dfrac{x}{x^2+1}$, $x\in[-2;\ 2]$.

3. $y=\ln x$, $x_0=e,\ x=3{,}2$.

4. а) $y=2x^4-x^2+1$; б) $y=\dfrac{x^3-8}{2x^2}$.

Вариант 25

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}(\ln x)^{1/x}$.

2. $y=x-8\sqrt{x}$, $x\in[9;\ 25]$.

3. $y=\sqrt[3]{3x^2+1}$, $x_0=0,\ x=0{,}02$.

4. а) $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2-3x+9$; б) $y=\dfrac{x}{(x-1)^2}$.

Вариант 26

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-2x-1}{1-\cos 3x}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x+2^x\right)^{3/x}$.

2. $y=\sqrt[3]{2x^2(x-3)}$, $x\in[-1;\ 3]$.

3. $y=\sqrt{x^2+x+3}$, $x_0=2,\ x=1{,}97$.

4. а) $y=(x^2-1)(x-2)$; б) $y=\dfrac{17-x^2}{4x-5}$.

Вариант 27

1. а) $\lim\limits_{x\to\pi/4}\dfrac{\text{ctg}x-1}{\sin 4x}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\left(x+e^x\right)^{1/x}$.

2. $y=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{8}{x}+8$, $x\in[-4;\ -1]$.

3. $y=\ln \text{tg}x$, $x_0=45^\circ,\ x=47^\circ$.

4. а) $y=-8x^3+12x^2-2$; б) $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+3}$.

Вариант 28

1. а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^{2x}-\cos x-x}{\ln(1+x)-x}$; б) $\lim\limits_{x\to0}(2\sin x)^{2/\ln x}$.

2. $y=x^2-2x-13+\dfrac{16}{x-1}$, $x\in[2;\ 5]$.

3. $y=\dfrac{x+\sqrt{5-x^2}}{2}$, $x_0=1,\ x=0{,}98$.

4. а) $y=-(x+1)^2(x-3)^2/16$; б) $y=\dfrac{x^2-6x+4}{3x+2}$.

Вариант 29

1. а) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-e^{-x}-2x}{\sin x-x}$; б) $\lim\limits_{x\to\pi}(\text{ctg}x)^{\pi-x}$.

2. $y=\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x-1}$, $x\in[0;\ 1]$.

3. $y=\sqrt{1+\sin x}$, $x_0=0,\ x=0{,}01$.

4. а) $y=(x^3-9x^2)/4+6x-9$;   б) $y=\dfrac{4x^2-3x}{4x^2-1}$.

Вариант 30

1. а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x-1{,}5x^2}{\sin x-x}$;   б) $\lim\limits_{x\to \pi/2}(\pi-2x)^{2\cos x}$.

2. $y=3-x-\dfrac{4}{(x+2)^2}$, $x\in[-1;\ 2]$.

3. $y=\arcsin x$, $x_0=0{,}5$; $x=0{,}51$.

4. а) $y=(x-1)^2(x-3)^2$;   б) $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x+1}$.

Оглавление

Учебное издание

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. ВЕКТОРЫ. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Методические указания к выполнению индивидуальных и расчетно-графических заданий по математике для студентов заочной формы обучения направлений «Строительство» бакалавриата

Составители: **Селиванова** Елена Вячеславовна,
Красюкова Елена Игоревна,
Рябцева Светлана Васильевна