МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова

Решение экономических задач на проценты

Методические указания к решению задач ЕГЭ для школьников

Белгород
2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова
Кафедра высшей математики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

Решение экономических задач на проценты

Методические указания к решению задач ЕГЭ для школьников

Белгород
2018

УДК 51
ББК 22.1
Р47

Составители: ст. преп. С. В. Рябцева
канд. техн. наук, доц. Г. Л. Окунева
Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. Ю. Некрасов

Р47 Решение экономических задач на проценты. Методические указания к решению задач ЕГЭ для школьников /сост.: С. В. Рябцева, Г. Л. Окунева. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2018. – 30 с.

В методических указаниях представлены основные типы и методы решения экономических задач на проценты. Подробно разбираются задачи на выплату процентов по схеме дифференцированных платежей и схеме равных срочных выплат, используется геометрическое представление этих платежей.

Примеры подобраны из предлагаемых вариантов ЕГЭ.

Методические указания предназначены для школьников 11 классов и всех, кто самостоятельно пытается научиться решать задачи на выплату сложных процентов.

Публикуется в авторской редакции.

УДК 51
ББК 22.1

© Белгородский государственный технологический университет (БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2018

Рассмотрим решения некоторых видов, так называемых, банковских задач, которые включены в экзамен по математике за 10 – 11 классы средней школы, при сдаче профильного ЕГЭ. Это задачи под номером 17 на выплату процентов. Рассмотрим подробно только две схемы выплат:

– схему дифференцированных выплат;

– схему равных срочных выплат.

Схема дифференцированных платежей

В середине некоторого месяца планируется взять кредит в банке на сумму D млн. рублей на n месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течении всего срока кредитования?

Пусть известны величины:

1. D – сумма денег, взятая в банке в кредит,
2. r – банковский процент,
3. $i = \frac{r}{100}$ – банковская (процентная) ставка,
4. $\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i$ – множитель наращения,
5. n – количество платежных периодов,
6. B – общая сумма выплат банку,
7. Π_k – платеж за k–ый временной период.

За время n общий долг банку складывается из денег, взятых в банке D, и набежавших за это время процентов $D(1+i)^n$, т. е. справедливо равенство

$$B = D + D(1+i)^n.$$

Изобразим, используя числовую ось времени, схему проводимых платежей (рис. 1). Сумма денег D, взятая в банке, возвращается равными частями $\frac{D}{n}$, а проценты, начисляемые банком за каждый платежный период, разные, так как начисляются на оставшуюся после платежа Π_k сумму. Причем надо заметить, что с ростом k выплачиваемые проценты уменьшаются.

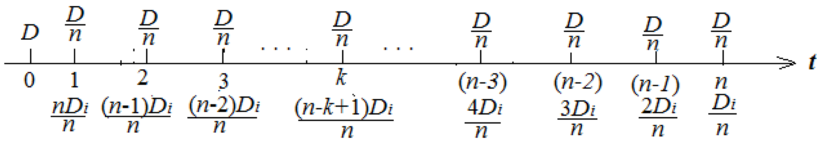

Рис. 1

Таким образом, выплаты в конце каждого k–ого платежного периода примут вид

$$\Pi_1 = \frac{D}{n} + \frac{nD}{n} i;$$

$$\Pi_2 = \frac{D}{n} + \left(D - \frac{D}{n}\right) i;$$

$$\Pi_3 = \frac{D}{n} + \left(D - \frac{2 \cdot D}{n}\right) i;$$

………………

$$\Pi_k = \frac{D}{n} + \left(D - \frac{(k-1)D}{n}\right) i.$$

Общая сумма выплат B банку, т. е. выплаты за все платежные периоды, описывается равенством

$$B = D + D(1+i)^n = \sum_k \Pi_k =$$

$$= D + \left(\frac{D}{n} i + \frac{2D}{n} i + \frac{3D}{n} i + \cdots + \frac{(n-1) \cdot D}{n} i + \frac{n \cdot D}{n} i\right) =$$

$$= D + \frac{D}{n} i (1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n) = D + \frac{D}{n} i \frac{(1+n)}{2} n =$$

$$= D + \frac{D(n+1)i}{2}.$$

Для удобства вычисления суммирование лучше проводить, начиная с последнего платежного периода. В ходе преобразований использовалась формула суммы n–первых членов арифметической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + (n-1)d}{2} n.$$

В краткой форме получили формулу

$$B = D + \frac{D(n+1)i}{2}.$$

Схема равных срочных выплат

Рассмотрим вторую схему выплат, схему аннуитетных платежей или схему равных срочных выплат, т. е. в конце каждого платежного периода в банк приносятся равные суммы денег. Сохраним все обозначения, которые были введены при описании первой схемы и добавим еще одно обозначение x – это сумма денег, приносимая в банк в конце каждого платежного периода:

1. D – сумма денег, взятая в банке в кредит,
2. r – банковский процент,
3. $i = \frac{r}{100}$ – банковская (процентная) ставка,
4. $\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i$ – множитель наращения,
5. n – количество платежных периодов,
6. B – общая сумма выплат банку,
7. $П_k$ – платеж за k–ый временной период,
8. x – сумма денег, выплачиваемая банку в конце каждого платежного периода.

Изобразим, используя числовую ось времени, схему проводимых платежей (рис. 2).

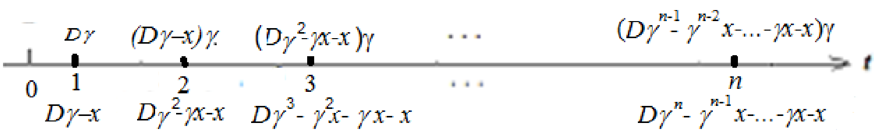

Рис. 2

Таким образом, в начале каждого k–ого платежного периода выплаты примут вид

$$S_0 = D;$$

$$S_1 = D\gamma - x;$$

$$S_2 = (D\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^2 - x\gamma - x;$$

$$S_3 = (D\gamma^2 - x\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^3 - x\gamma^2 - x\gamma - x;$$

……………………..

$$S_n = D\gamma^n - x\gamma^{n-1} - x\gamma^{n-2} - \cdots - x\gamma^2 - x\gamma - x.$$

Общая сумма выплат B банку, т. е. выплаты за все платежные периоды, равна $B = n{\cdot}x$, так как мы приносим в банк каждый платежный период одну и ту же сумму денег x. Учитывая, что в последний платежный период, принося банку сумму x, мы погашаем весь долг, включая проценты, то получаем, что $S_n = 0$. Преобразуем последнее равенство

$$D\gamma^n - x\gamma^{n-1} - x\gamma^{n-2} - \cdots - x\gamma^2 - x\gamma - x = 0;$$

$$D\gamma^n = x + x\gamma + x\gamma^2 + x\gamma^3 + \cdots + x\gamma^{n-2} + x\gamma^{n-1};$$

$$D\gamma^n = x(1 + \gamma + \gamma^2 + \gamma^3 + \cdots + \gamma^{n-2} + \gamma^{n-1}).$$

В правой части полученного равенства в скобках стоит сумма n– первых членов геометрической прогрессии, воспользуемся соответствующей формулой $\left(S_n = \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}\right)$, получим

$$D\gamma^n = x\frac{\gamma^n - 1}{\gamma - 1} = x\frac{\gamma^n - 1}{i}.$$

В зависимости от условия задачи, последнюю формулу можно разрешить относительно неизвестного объекта и закончить решение.

Примеры решения задач

Задачи на выплату процентов по схеме дифференцированных платежей

1. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 1,8 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года кредитования?

Решение.

По условию задачи описана первая схема выплат, причем:

$$D = 1{,}8\ \text{млн. руб.}, \qquad r = 2\%, \qquad i = 0{,}02, \qquad n = 24.$$

Требуется найти суммарную величину выплат банку за первые 12 месяцев, т. е. B_{1-12}. При этом можно изобразить проводимые платежи с помощью числовой оси (рис. 3).

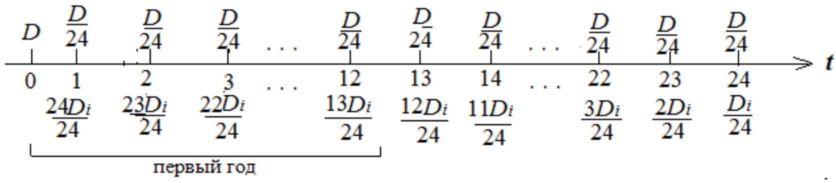

Рис. 3

Проведем суммирование платежей за первые 12 месяцев, получим следующий результат:

$$B_{1-12} = \frac{12D}{24} + \left(\frac{24D}{24}i + \frac{23D}{24}i + \frac{22D}{24}i + \cdots + \frac{14D}{24}i + \frac{13D}{24}i\right) =$$

$$= \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i(13 + 14 + 15 + \cdots + 23 + 24) = \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i\frac{(13+24)}{2}12 \ =$$

$$= \frac{D}{2}\left(1 + \frac{37i}{2}\right).$$

Учитывая данные задачи, проведем вычисления:

$$B_{1-12} = \frac{1{,}8}{2}\left(1 + \frac{37 \cdot 0{,}02}{2}\right) = 0{,}9 \cdot 1{,}37 = 1{,}233.$$

Таким образом, в первый год нужно будет выплатить банку 1,233 млн. руб.

Ответ: 1233000 руб.

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1399,5 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Решение.

Данная задача также описывает первую схему выплат, причем очень похожа по условию на задачу 1. Поэтому воспользуемся результатами предыдущей задачи, учитывая, что:

$$r = 3\%,\ \ i = 0{,}03, \qquad n = 24, \qquad B_{12} = 1{,}3995 \text{ млн. руб.}$$

$$B_{1-12} = \frac{12D}{24} + \left(\frac{24D}{24}i + \frac{23D}{24}i + \frac{22D}{24}i + \cdots + \frac{14D}{24}i + \frac{13D}{24}i\right) =$$

$$= \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i(13 + 14 + 15 + \cdots + 23 + 24) = \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i\frac{(13+24)}{2}\cdot 12 =$$

$$= \frac{D}{2}\left(1 + \frac{37i}{2}\right);$$

$$\frac{D}{2}\left(1 + \frac{37\cdot 0{,}03}{2}\right) = 1{,}3995;$$

$$\frac{D}{2}\cdot 1{,}555 = 1{,}3995;$$

$$D = \frac{1{,}3995\cdot 2}{1{,}555} = 1{,}8.$$

Ответ: 1800000 руб.

3. 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 822 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?

Решение.

Задача описывает первую схему выплат. Причем

$$r = 2\%,\ \ i = 0{,}02, \qquad n = 24, \qquad B_{12} = 0{,}822 \text{ млн. руб.}$$

Далее с помощью числовой оси изобразим выплаты, проводимые по этой схеме (рис. 4).

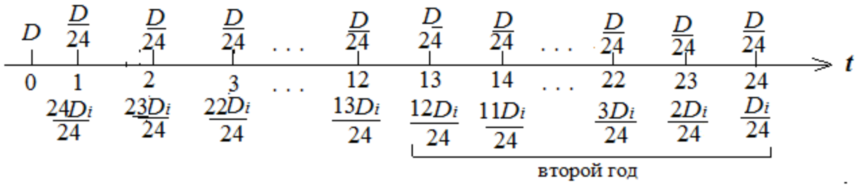

Рис. 4

Выплаты за первый год кредитования составят:

$$B_{1-12} = \frac{12D}{24} + \left(\frac{24D}{24}i + \frac{23D}{24}i + \frac{22D}{24}i + \cdots + \frac{14D}{24}i + \frac{13D}{24}i\right) =$$

$$= \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i(13 + 14 + 15 + \cdots + 23 + 24) = \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i\frac{(13 + 24)}{2} \cdot 12 =$$

$$= \frac{D}{2}\left(1 + \frac{37i}{2}\right).$$

Используя этот результат, найдем величину кредита.

$$\frac{D}{2}\left(1 + \frac{37 \cdot 0{,}02}{2}\right) = 0{,}8222,$$

$$D = \frac{0{,}822 \cdot 2}{1{,}37} = 1{,}2.$$

Запишем выплаты за второй год кредитования.

$$B_{12-24} = \sum_{k=12}^{24} \Pi_k =$$

$$= \frac{D}{2} + \left(\frac{D}{24}i + \frac{2D}{24}i + \frac{3D}{24}i + \cdots + \frac{11D}{24}i + \frac{12D}{24}i\right) =$$

$$= \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i(1 + 2 + 3 + \cdots + 11 + 12) = \frac{D}{2} + \frac{D}{24}i\frac{(1 + 12)}{2}12 =$$

$$= \frac{D}{2}\left(1 + \frac{13i}{2}\right).$$

Остается подставить данные из условия:

$$B_{12-24} = \frac{1{,}2}{2}\left(1 + \frac{13 \cdot 0{,}02}{2}\right) = 0{,}6 \cdot 1{,}13 = 0{,}678.$$

Таким образом, выплаты за последний год кредитования составят 0,678 млн. руб.

Ответ: 678000 руб.

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на 7 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 мая) кредитования нужно выплатить банку 54 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

Решение.

По условию задачи описана схема дифференцированных платежей, причем:

$$r = 2\%,\ \ i = 0{,}02,\ \ n = 7,\ \ П_4 = 0{,}054 \text{ млн. руб.}$$

Изобразим выплаты с помощью числовой оси (рис. 5).

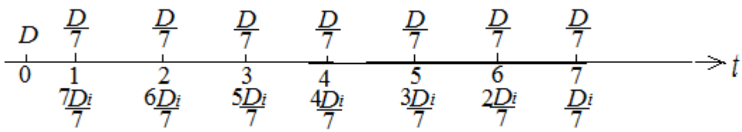

Рис. 5

Заметим, что выплаты на пятый месяц кредитования составляют:

$$П_k = \frac{D}{n} + \left(D - \frac{(k-1)D}{n}\right)i \quad => \ П_4 = \frac{D}{7} + \left(D - \frac{3D}{7}\right) \cdot 0{,}02 =$$

$$= \frac{D}{7} + \frac{4D}{7} \cdot 0{,}02 = 0{,}054 \ =>$$

$$\frac{D \cdot (1 + 4 \cdot 0{,}02)}{7} = 0{,}054 \ => D = \frac{0{,}054 \cdot 7}{1{,}08} = 0{,}35.$$

Мы нашли сумму денег, взятую в кредит. Теперь найдем сумму денег, которую требуется выплатить банку за весь срок кредитования. Используем данные числовой оси (рис. 5).

$$B=\frac{7D}{7}+\left(\frac{D}{7}i+\frac{2D}{7}i+\frac{3D}{7}i+\frac{4D}{7}i+\frac{5D}{7}i+\frac{6D}{7}i+\frac{7D}{7}i\right)=$$

$$=D+\frac{D}{7}i(1+2+3+4+5+6+7)=D+\frac{D}{7}i\frac{(1+7)}{2}\cdot 7=$$

$$D+\frac{8Di}{2}=D(1+4i)=>$$

$$B=0{,}35(1+4\cdot 0{,}02)=0{,}378\text{ млн. руб.}$$

Таким образом, за весь срок кредитования банку надо выплатить 378000 рублей.

Ответ: 378000 руб.

5. 15-го января планируется взять кредит в банке на 8 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Решение.

В данной задаче описывается схема дифференцированных платежей, причем: $r=2\%,\ \ i=0{,}02,\ n=8$.

С помощью числовой оси представляем все проводимые платежи (рис. 6).

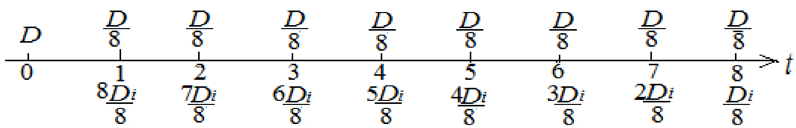

Рис. 6

Теперь выпишем общую сумму денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования:

$$B = \frac{8D}{8} +$$

$$+\left(\frac{D}{8}i + \frac{2D}{8}i + \frac{3D}{8}i + \frac{4D}{8}i + \frac{5D}{8}i + \frac{6D}{8}i + \frac{7D}{8}i + \frac{8D}{8}i\right) =$$

$$= D + \frac{D}{8}i(1+2+3+4+5+6+7+8) = D + \frac{D}{8}i\frac{(1+8)}{2}\cdot 8 =$$

$$= D + \frac{9Di}{2} = D(1 + 4{,}5\cdot i) =>$$

$$B = D(1 + 4{,}5\cdot 0{,}02) = 1{,}09\cdot D \ =>$$

Так как, нас интересует, сколько процентов составляет общая выплата B от суммы D, взятой в кредит, то:

$$\left.\begin{matrix} D & - & 100\% \\ B = 1{,}09\cdot D & - & x\% \end{matrix}\right| => \ x = \frac{1{,}09\cdot D\cdot 100}{D} = 109\%.$$

Получили, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, составляет 109% от суммы кредита.

Ответ: 109 %.

6. 15-го января планируется взять кредит в банке на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 13% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите *r*.

Решение.

Данная задача описывает схему дифференцированных платежей, причем: $r = 2\%$, $i = 0{,}02$, $n = 7$, $B = 1{,}13\cdot D$ (т.к. сумма, взятая в кредит D - 100%, а общая сумма выплат B на 13% больше).

Используя, числовую ось, изобразим схему, проводимых платежей (рис. 7).

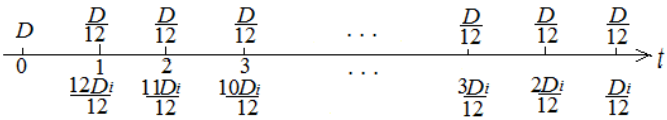

Рис. 7

Запишем далее, чему равна общая сумма выплат за весь срок кредитования, учитывая данные задачи:

$$B = D + \frac{D}{12} i(1 + 2 + 3 + \cdots + 11 + 12) = D + \frac{D}{12} i \frac{(1+12)}{2} 12 =$$

$$= D + \frac{13Di}{2} = D(1 + 6{,}5 \cdot i) =>$$

$$1{,}13D = D(1 + 6{,}5i) \;\; => \;\; 1{,}13 = 1 + 6{,}5i => \; i = \frac{1{,}13 - 1}{6{,}5} = 0{,}02 \;\; =>$$

Учитывая, что $i = \frac{r}{100} = 0{,}02 \;\; => r = 2\%$.

Ответ: 2%.

7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн. руб. на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн. рублей?

Решение.

Запишем данные задачи: $D = 16$ млн. руб., $r = 25\%$, $i = 0{,}25$, $B = 38$ млн. руб.

Изобразим проводимые платежи с помощью числовой оси, учитывая, что выплаты производятся по схеме дифференцированных платежей (рис. 8).

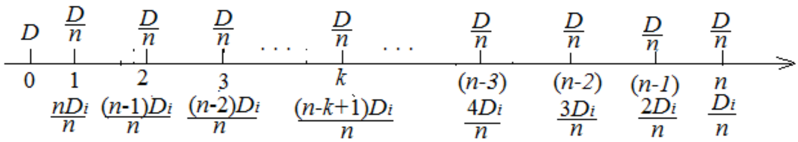

Рис. 8

Общая сумма выплат B банку, то есть выплаты за все платежные периоды, описывается равенством:

$$B = D + D(1+i)^n =$$

$$\sum_k \Pi_k = D + \left(\frac{D}{n}i + \frac{2D}{n}i + \frac{3D}{n}i + \cdots + \frac{(n-1)D}{n}i + \frac{nD}{n}i\right) =$$

$$= D + \frac{D}{n}i(1+2+3+\cdots+(n-1)+n) = D + \frac{D}{n}i\frac{(1+n)}{2}n =$$

$$= D + \frac{D(n+1)i}{2} \;=>$$

$$B = D\left(1 + \frac{(n+1)i}{2}\right).$$

Подставляем в последнее равенство данные задачи и решаем полученное уравнение относительно неизвестной величины n.

$$38 = 16\left(1 + \frac{(n+1)0{,}25}{2}\right) \;=>\; 76 = 32 + (n+1)4 \;=>\; n = 10.$$

Получили, что кредит будет погашен в течение 10 лет.

Ответ: 10 лет.

8. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн. рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,4 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн. рублей.

Решение.

Запишем данные задачи:

$$D = 4{,}5 \text{ млн. руб.}, \; n = 9, \; П_1 \leq 1{,}4 \text{ млн. руб.}, П_2 \geq 0{,}6 \text{ млн. руб.}$$

Приведенная задача описывает погашение кредита по схеме дифференцированных платежей. Графически погашение кредита выглядит так (рис. 9).

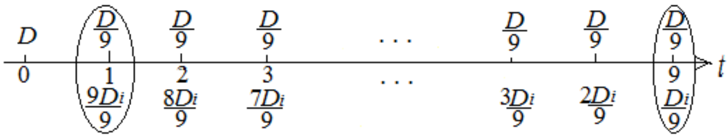

Рис. 9

Это позволяет нам утверждать, что самым большим будет первый платеж $П_1$, так как начисляется на всю взятую сумму кредита, а самым маленьким будет последний платеж $П_9$, так как начисляется на последнюю оставшуюся девятую часть долга. Учитывая данные задачи и схему выплат, получаем:

$$П_k = \frac{D}{n} + \left(D - \frac{(k-1)D}{n}\right)i \;\; => \begin{cases} П_1 = \dfrac{D}{9} + Di \leq 1{,}4 \\ П_9 = \dfrac{D}{9} + \dfrac{D}{9}i \geq 0{,}6 \end{cases};$$

$$=> \begin{cases} \dfrac{4{,}5}{9} + 4{,}5i \leq 1{,}4 \\ \dfrac{4{,}5}{9} + \dfrac{4{,}5}{9}i \geq 0{,}6 \end{cases}; =>$$

$$\begin{cases} 4{,}5i \leq 0{,}9 \\ 0{,}5i \geq 0{,}1 \end{cases}; => \begin{cases} i \leq 0{,}2 \\ i \geq 0{,}2 \end{cases}; => \;\; i = 0{,}2 \;\; => \;\; r = 20\%.$$

Ответ: 20 %.

Задачи на выплату процентов по схеме равных срочных платежей

Далее приведем решение банковских задач, которые описывают погашение кредита равными платежами, т. е. по второй схеме.

1. Федор взял в банке кредит под *r*% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает

долг на r%), а затем Ф. переводит в банк очередной транш. Если он будет выплачивать банку каждый год по 328050 рублей, то погасит долг за 4 года, а если по 587250 рублей, то за два.

Под какой процент Федор взял деньги в банке?

Решение.

Пусть D – кредит, то есть сумма денег, взятая в банке, r – искомый банковский процент, γ – множитель наращения, $\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i$, $x_1 = 328050,\ x_2 = 587250.$

В задаче описывается вторая схема выплат, то есть схема равных платежей, поэтому воспользуемся описанными формулами.

За 4 года все выплаты описываются уравнением:

$$S_4 = D\gamma^4 - x_1\gamma^3 - x_1\gamma^2 - x_1\gamma - x_1 = 0;$$

$$D\gamma^4 = x_1 + x_1\gamma + x_1\gamma^2 + x_1\gamma^3;$$

$$D\gamma^4 = x_1(1 + \gamma + \gamma^2 + \gamma^3);$$

$$D\gamma^4 = \ x_1\frac{\gamma^4 - 1}{\gamma - 1}. \qquad (1)$$

За 2 года все выплаты описываются уравнением:

$$S_2 = D\gamma^2 - x_2\gamma - x_2 = 0;$$

$$D\gamma^4 = x_2 + x_2\gamma;$$

$$D\gamma^4 = x_2(1 + \gamma). \qquad (2)$$

Поделим равенство (1) на равенство (2) и получим:

$$\frac{D\gamma^4}{D\gamma^2} = \frac{x_1(\gamma^4 - 1)}{(\gamma - 1)x_2(1 + \gamma)};$$

$$\gamma^2 = \frac{x_1}{x_2}(\gamma^2 + 1);\ \ \text{т. к.}\ \ \frac{x_1}{x_2} = \frac{328050}{587250} = \frac{81}{145};$$

$$145\gamma^2 = 81(\gamma^2 + 1);$$

$$64\gamma^2 = 81;$$

$$\gamma^2 = \frac{81}{64};\ \ => \ \ \gamma = \frac{9}{8} = 1{,}125;$$

$$\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1{,}125 \quad => \quad r = 12{,}5\%.$$

Ответ: $r = 12{,}5\%$.

2. 15-го июля 2012 года взяли кредит в банке. Условия его возврата были таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на 14% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит с февраля по июнь каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен двумя равными платежами по 4548600 рублей (т. е. за два года). Какую сумму банк выдал в кредит?

Решение.

Запишем данные из условия задачи:

$$r = 14\%,\ \ i = 0{,}14,\ \ \gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1{,}14,\ \ n = 2,$$

$$x = 4548600 \text{ руб.}$$

Пусть D – кредит, то есть сумма денег, взятая в банке и величина, которую требуется найти по условию задачи.

$$\left.\begin{matrix} D - 100\% \\ S_0 - 114\% \end{matrix}\right| \ => \ S_0 = \frac{114 \cdot D}{100} = 1{,}14D$$

$S_0 -$ это количество денег на конец первого года кредитования.

Далее необходимо произвести платеж на сумму $x = 4{,}5486$, т. е. на начало следующего года кредитования на счету находится сумма, равная:

$$S_1 = 1{,}14D - x;$$

$$\left.\begin{matrix} S_1 - 100\% \\ S_2 - 114\% \end{matrix}\right| \ => \ S_2 = \frac{114S_1}{100} = 1{,}14S_1 = 1{,}14 \cdot (1{,}14D - x) =$$

$$= 1{,}14^2D - 1{,}14x.$$

Далее необходимо еще раз произвести платеж на сумму

$$x = 4{,}5486 \ \ => S_2 = 1{,}14^2D - 1{,}14x - x.$$

По условию задачи кредит был погашен двумя платежами, следовательно, получаем уравнение:

$$1{,}14^2D - 1{,}14x - x = 0.$$

Подставляем значение x и решаем уравнение относительно D.

$$D = \frac{x + 1{,}14x}{1{,}14^2} = \frac{2{,}14x}{1{,}14^2} = \frac{2{,}14 \cdot 4{,}5486}{1{,}14^2} = 7{,}49 \text{ млн. руб.}$$

То есть сумма кредита была равна 7490000 рублей.

Ответ: 7490000 руб.

3. 1 января 2015 года Иван Сергеевич взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 2%), затем Иван Сергеевич переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Иван Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 200 тыс. рублей.

Решение.

По условию задачи нам задана схема равных срочных выплат, причем:

$$D = 1 \text{ млн. руб.}, \ \ r = 2\%, \ \ i = 0{,}02, \ \ \gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1{,}02,$$

$$x < 0{,}2.$$

Запишем, какими суммами мы располагаем на начало каждого платежного периода:

$$S_0 = D;$$

$$S_1 = D\gamma - x;$$

$$S_2 = (D\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^2 - x\gamma - x;$$

$$S_3 = (D\gamma^2 - x\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^3 - x\gamma^2 - x\gamma - x;$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$S_n = D\gamma^n - x\gamma^{n-1} - x\gamma^{n-2} - \dots - x\gamma^2 - x\gamma - x.$$

Так как последний платеж погашает взятый кредит, то получаем уравнение:

$$D\gamma^n - x\gamma^{n-1} - x\gamma^{n-2} - \dots - x\gamma^2 - x\gamma - x = 0.$$

Решаем это уравнение относительно x:

$$D\gamma^n = x + x\gamma + x\gamma^2 + x\gamma^3 + \dots + x\gamma^{n-2} + x\gamma^{n-1};$$

$$D\gamma^n = x(1 + \gamma + \gamma^2 + \gamma^3 + \dots + \gamma^{n-2} + \gamma^{n-1});$$

$$D\gamma^n = x\frac{\gamma^n - 1}{\gamma - 1} = x\frac{\gamma^n - 1}{i};$$

$$x = \frac{D\gamma^n i}{\gamma^n - 1} < 0{,}2.$$

Последнее неравенство решаем относительно *n:*

$$D\gamma^n i < 0{,}2\gamma^n - 0{,}2 \quad => \quad \gamma^n(0{,}2 - Di) > 0{,}2 \quad =>$$

$$\gamma^n > \frac{0{,}2}{0{,}2 - Di} \quad =>$$

$$\gamma^n > \frac{0{,}2}{0{,}2 - 1 \cdot 0{,}02} \quad => \quad 1{,}02^n > 1{,}111.$$

Далее простым подбором определяем число *n*:

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}02^2 \approx 1{,}04; \\ 1{,}02^4 \approx 1{,}08; \\ 1{,}02^5 \approx 1{,}10; \\ 1{,}02^6 \approx 1{,}13; \end{array}\right| \quad => \quad n = 6.$$

Иван Сергеевич выплатит весь долг минимум через 6 месяцев.

Ответ: 6 месяцев.

4. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 9282000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплат кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 10%), затем Алексей переводит в банк *X* рублей. Какой должна быть сумма *X*, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (т. е. за четыре года)?

Решение.

По условию задачи нам задана схема равных срочных выплат, причем:

$$D = 9{,}282 \text{ млн. руб.}; \;\; r = 10\%,; \;\; i = 0{,}1;$$

$$\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1{,}1; \quad n = 4.$$

Запишем аналитически, какими суммами мы располагаем на начало каждого платежного периода:

$$S_0 = D;$$

$$S_1 = D\gamma - x;$$

$$S_2 = (D\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^2 - x\gamma - x;$$

$$S_3 = (D\gamma^2 - x\gamma - x)\gamma - x = D\gamma^3 - x\gamma^2 - x\gamma - x;$$

$$S_4 = (D\gamma^3 - x\gamma^2 - x\gamma - x)\gamma - x;$$

$$S_4 = D\gamma^4 - x\gamma^3 - x\gamma^2 - x\gamma - x.$$

Ответ: 2928200 рублей.

5. 15-го января Аркадий планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r* — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн. руб.)	1	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0

Найдите наименьшее значение *r*, при котором Аркадию в общей сумме придётся выплатить больше 1,5 млн. рублей.

Решение.

По условию задачи коэффициент прироста $\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i$, то есть на 15 февраля долг банку составляет $S_1 = 1 \cdot \gamma$, затем часть денег возвращается банку. Зная, что остаток составляет 0,8, мы можем записать сумму выплаченную банку

$$B_1 = S_1 - 0{,}8 = 1 \cdot \gamma - 0{,}8.$$

Так как, остаток на счету равен 0,8, то на него набегает процент, а затем банку возвращается сумма, такая, что новый остаток равен 0,6. Следовательно, вторая выплата равна

$$B_2 = S_2 - 0{,}6 = 0{,}8 \cdot \gamma - 0{,}6.$$

Далее по аналогии находим все остальные выплаты банку.

$$B_3 = S_3 - 0{,}5 = 0{,}6\gamma - 0{,}5;$$

$$B_4 = S_4 - 0,4 = 0,5\gamma - 0,4;$$

$$B_5 = S_5 - 0,3 = 0,4\gamma - 0,5;$$

$$B_6 = S_6 = 0,3\gamma.$$

По условию суммарные выплаты должны быть больше 1,5 млн. руб., т. е.

$$B = (\gamma - 0,8) + (0,8\gamma - 0,6) + (0,6\gamma - 0,5) + (0,5\gamma - 0,4) +$$

$$+(0,4\gamma - 0,5) + 0,3\gamma = 3,6\gamma - 2,6;$$

$$3,6\gamma - 2,6 > 1,5; \quad 3,6\gamma > 4,1;$$

$$\gamma > \frac{41}{36}; \quad 1 + \frac{r}{100} > \frac{41}{36};$$

$$r > \frac{500}{36} = 13\frac{8}{9} \;\; => \;\; r = 14\%.$$

Ответ: 14%.

6. 15-го января Вика планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на *r*% по сравнению с концом предыдущего месяца, где *r* — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с табл. 2.

Таблица 2

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн. руб.)	1	0,8	0,4	0,35	0,2	0,15	0

Найдите наименьшее значение *r*, при котором Вике в общей сумме придётся выплатить меньше 1,6 млн. рублей.

Решение.

По условию задачи известны коэффициент прироста

$$\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i$$

и ежемесячный остаток банку. Следовательно, мы можем найти суммы, которые были выплачены банку ежемесячно с учетом процентов.

$S_1 = 1 \cdot \gamma$ – это долг банку через месяц.
$B_1 = S_1 - 0{,}8 = 1 \cdot \gamma - 0{,}8$ – это первая выплата банку.
Аналогично можно найти следующие долги и выплаты банку

$$S_2 = 0{,}8 \cdot \gamma;\;\; B_2 = S_2 - 0{,}4 = 0{,}8 \cdot \gamma - 0{,}4;$$

$$S_3 = 0{,}4 \cdot \gamma;\;\; B_3 = S_3 - 0{,}35 = 0{,}4 \cdot \gamma - 0{,}35;$$

$$S_4 = 0{,}35 \cdot \gamma;\; B_4 = S_4 - 0{,}2 = 0{,}35 \cdot \gamma - 0{,}2;$$

$$S_5 = 0{,}2 \cdot \gamma;\; B_5 = S_5 - 0{,}15 = 0{,}2 \cdot \gamma - 0{,}15;$$

$$B_6 = S_6 = 0{,}15 \cdot \gamma.$$

По условию суммарные выплаты должны быть меньше 1,6 млн. руб., т. е.

$$B = (\gamma - 0{,}8) + (0{,}8\gamma - 0{,}4) + (0{,}4\gamma - 0{,}35) + (0{,}35\gamma - 0{,}2) +$$

$$+(0{,}2\gamma - 0{,}15) + 0{,}15\gamma$$

$$B = 2{,}9 \cdot \gamma - 1{,}9;$$

$$2{,}9\gamma - 1{,}9 < 1{,}6;\;\; 2{,}9\gamma < 3{,}5;$$

$$\gamma < \frac{35}{29};\;\; 1 + \frac{r}{100} < \frac{35}{29};$$

$$\frac{r}{100} < \frac{35}{29} - 1;$$

$$r < \frac{600}{29} = 20\frac{20}{29} \;\; => \;\; r = 20\%.$$

Ответ: 20.

7. В июле 2016 года Глеб планирует взять кредит в банке на три года в размере S млн. рублей, где S — целое число. Условия его возврата следующие:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата должна производиться один раз в год с февраля по июнь;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии с табл. 3.

Таблица 3

Дата	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	S	0,75S	0,5S	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат Глеба будет меньше 4 млн. рублей.

Решение.

По условию задачи известны процентная ставка $r = 20\%$ и коэффициент прироста $\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1 + 0{,}2 = 1{,}2$, а значит и ежемесячный долг банку, а также и ежемесячный остаток банку. Найдем величины ежемесячных выплат банку.

$$B_1 = S_1 - 0{,}75 = S\gamma - 0{,}75S = S1{,}2 - 0{,}75S = 0{,}45S;$$

$$B_2 = S_2 - 0{,}4 = 0{,}75S\gamma - 0{,}5S = 0{,}75S1{,}2 - 0{,}5S = 0{,}4S;$$

$$B_3 = S_3 = 0{,}5S\gamma = 0{,}5S1{,}2 = 0{,}6S.$$

Наибольшая из выплат составляет $B_3 = S_3 = 0{,}6S$ и по условию задачи она должна быть меньше 4 млн. руб.

Получаем неравенство:

$$0{,}6S < 4; \quad S < \frac{4}{0{,}6}; \quad S < 6{,}67;$$

$$S = 6 \text{ (так как число } S - \text{целое).}$$

Ответ: 6 млн. руб.

8. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 11000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 4000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. Вначале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?

Решение.

Способ 1. Чтобы извлечь наибольшую прибыль, Алексей должен воспользоваться банковским депозитом, когда 10% от суммы, вырученной за ценную бумагу, превысит 4000 руб.

Найдем значение суммы, от которой 10% будут равны 4000, получим

$$\left.\begin{array}{r} 4000 \ - \ 10\% \\ x \ - \ 100\% \end{array}\right] \ => \ x = \frac{4000 \cdot 100}{10} = 40000.$$

То есть ценную бумагу в 11000 рублей нужно довести до суммы большей или равной 40000 рублей и полученную сумму положить в банк. Найдем через сколько лет это станет возможным

$$40000 - 11000 = 4000n \quad => \quad n = \frac{29000}{4000} = \frac{29}{4} = 7{,}25.$$

Т. е. через 8 лет, следовательно, в начале 2009-го года полученную сумму нужно положить на банковский депозит.

Способ 2. По условию задачи требуется узнать, начиная с какого года выгоднее получать доход от процентов ценной бумаги, нежели от хранения этой бумаги.

Пусть ценная бумага находится у Алексея n-лет, тогда цена этой бумаги станет равной $(11 + 4n)$ тыс. руб.

Пусть на $(n+1) -$ ый год Алексей продает бумагу и кладет деньги в банк под 10% годовых, то есть

$$\gamma = 1 + \frac{r}{100} = 1 + i = 1 + 0{,}1 = 1{,}1.$$

Найдем значение n, при котором такое вложение будет наиболее выгодным, то есть решим неравенство

$$(11 + 4n)1{,}1 > 11 + 4n + 4;$$

$$(11 + 4n)0{,}1 > 4;$$

$$4n > 40 - 11 \quad => \quad n > 7{,}25.$$

Значит, бумагу выгодно продавать через 8 лет, т. е. в начале 2009 года.

Ответ: 2009.

Задачи для самостоятельного решения

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,5 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1695 тыс. рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

3. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 933 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования?

4. 15-го января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что на пятый месяц (со 2 по 14 июня) кредитования нужно выплатить банку 44 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

5. 15-го января планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

6. 15-го января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев.

Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования на 24% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r.

7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 18 млн. рублей?

8. 15-го января 2012 года банк выдал кредит на сумму 1 млн. рублей. Условия его возврата были таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

- выплата части долга происходит в январе каждого года после начисления процентов.

Кредит был погашен за два года, и при этом в первый год была переведена сумма в 600 тыс. рублей, а во второй раз — 550 тыс. рублей. Найдите r.

9. Матвей хочет взять в кредит 1,4 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Матвей взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 тысяч рублей?

10. 31 декабря 2014 года Сергей взял в банке 8420000 рублей в кредит под 10,5% годовых. Схема выплат кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 10,5%), затем Сергей

переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Сергей выплатил долг двумя равными платежами (т. е. за два года)?

11. 15-го января Алиса планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с табл. 4.

Таблица 4

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг(млн. руб.)	1	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1	0

Найдите наименьшее значение r, при котором Алисе в общей сумме придётся выплатить больше 1,4 млн. рублей.

12. В июле 2016 года Инга планирует взять кредит в банке на три года в размере S млн. рублей, где S — целое число. Условия его возврата следующие:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата должна производиться один раз в год с февраля по июнь;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии с табл. 5.

Таблица 5

Дата	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (млн. руб.)	S	$0,6S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S, при котором каждая из выплат Инги будет меньше 5 млн. рублей.

13. 15-го января Вика планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;

- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии с табл. 6.

Таблица 6

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (млн. руб.)	1	0,9	0,8	0,4	0,2	0,1	0

Найдите наименьшее значение r, при котором Вике в общей сумме придется выплатить меньше 1,3 млн. рублей.

14. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 25000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 3000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. Вначале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?

Ответы к задачам для самостоятельного решения

1. *Ответ*: 1166250.
2. *Ответ*: 3000000.
3. *Ответ*: 717000.
4. *Ответ*: 396000.
5. *Ответ*: 133.
6. *Ответ:* 3.
7. *Ответ*: 7.
8. *Ответ*: 10.
9. *Ответ*: 7.
10. *Ответ*: 4884100.
11. *Ответ*: 12.
12. *Ответ*: 7.
13. *Ответ*: 8.
14. *Ответ*: 2003.

Литература

1. ЕГЭ-2016. Математика. 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену: профильный уровень / под ред. И. В. Ященко. – Москва: АСТ: Астрель, 2016. – 61 с.

2. ЕГЭ 2018. Математика. Профильный уровень. 14 вариантов. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ /под ред. И. В. Ященко. – Москва: Изд-во «Экзамен», изд-во МЦНМО, 2018. – 127 с.

3. Математика. Подготовка к ЕГЭ-2017. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2017 года: учебно-методическое пособие / под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. – Ростов-на-Дону: Легион, 2016. – 384 с.

Содержание

Учебное издание

Решение экономических задач на проценты

Методические указания к решению задач ЕГЭ для школьников

Составители: **Рябцева** Светлана Васильевна
Окунева Галина Леонидовна

Подписано в печать 17.05.18. Формат 60 × 84/16. Усл. печ. л.1,9. Уч.-изд. л.2,8.
Тираж 50 экз. Заказ № Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В. Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46