

Контрольная работа № 1

(по линейной алгебре)

1 курс, 1 семестр

(N, M – последние цифры зачетки)

1. Решить систему линейных уравнений тремя методами: методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + Mx_2 + 3x_3 - Nx_4 = 6; \\ 2x_1 + Nx_2 - 2x_3 - 3x_4 = 18; \\ 3x_1 + 2x_2 - Nx_3 + 2x_4 = 4; \\ Nx_1 - 3x_2 + 2x_3 + Mx_4 = -8. \end{cases}$$

2. Найти собственные числа и собственные вектора матриц:

$$\text{а) } A = \begin{Bmatrix} N+1 & 2 \\ -1 & -M-2 \end{Bmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{Bmatrix} N+1 & M+1 & -M-2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{Bmatrix}.$$

3. Заданы четыре точки в пространстве: $A(1; N; 3)$, $B(-2; 5; N)$, $C(N; M; 1)$, $D(3; -2 + N; 1 + M)$. Найти: 1) длины векторов \overline{AB} , \overline{CD} ; 2) координаты векторов \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} ; 3) проверить компланарность векторов \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} ; 4) уравнения прямых AB и AC ; 5) уравнение плоскости ABC ; 6) расстояние от точки D до плоскости ABC ; 7) угол между векторами \overline{AB} и \overline{AC} ; 8) уравнение медианы, проведенной из точки A на сторону BC треугольника ABC .

4. Заданы четыре точки на плоскости $A(N; 4)$, $B(6; N)$, $C(N; M)$, $D(12; 10)$. Найти: 1) уравнения прямых AB ; AC ; CD ; BD ; 2) точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 3) уравнение прямой, проходящей через точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 4) уравнения прямых, перпендикулярной прямой AB и параллельной прямой AC , проходящих через точку D ; 5) угол между прямыми AB и CD ; AC и BD ; 6) каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки A и B ; 7) уравнение окружности с центром в точке A и радиусом $|AB|$; 8) каноническое уравнение гиперболы, симметричной относительно оси Ox и начала координат, имеющей полуоси $a = |AB|$ и $b = |CD|$; 9) фокусное расстояние, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис полученной гиперболы; 10) каноническое уравнение параболы, центр которой находится в точке C , а фокус находится в точке $F(3 + N; M)$. Построить все полученные кривые второго порядка.

5. Найти матрицу квадратичной формы и определить ее знак. Если возможно привести ее к каноническому виду:

а) $L(x, y) = Mx^2 + 4y^2 - Nxy$;

б) $L(x, y, z) = Mx^2 + 4y^2 - 5z^2 + Nxy + 6xz + Myz$.

6. В базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ заданы векторы $\vec{a} = \{3; N; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; M; -N\}$, $\vec{c} = \{N; -2; M\}$ и вектор $\vec{d} = \{6; -4; 10\}$. Выразить вектор \vec{d} в базисе векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

7. Пусть известны данные о дневной производительности двух предприятий, выпускающих три вида продукции с потреблением трех

видов сырья, а также время работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья. Составить все матрицы задачи: матрицу норм расхода сырья, матрицы стоимости сырья, стоимости доставки сырья, плана выпуска продукции предприятиями, матрицу производительности труда на каждом предприятии. Найти: 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий; 2) годовую потребность каждого предприятия по каждому виду сырья; 3) дневной расход по типам сырья на предприятиях; 4) годовую потребность сырья для каждого предприятия; 5) годовую сумму необходимого кредитования каждого предприятия для закупки сырья; 6) матрицу затрат сырья; 7) общую стоимость сырья; 8) матрицу стоимостей сырья на изготовление единицы продукции; 9) объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья (данные задачи заданы в табл.):

Таблица

продук- ция	производительность предприятия		затраты сырья			план выпуска продукции
	I	II	s_1	s_2	s_3	
P_1	4	$2M$	2	5	3	$10N+10M$
P_2	N	3	3	3	2	$20(M+N)$
P_3	M	8	1	2	6	NM
	кол-во рабочих дней		цена сырья			
	15	20	N	M	12	
			стоимость доставки сырья			
			$2N$	$N+M$	$3M$	
			запасы сырья			
			$100+N$	$250+M$	320	

Контрольная работа № 2
(по математическому анализу)
1 курс, 2 семестр

(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - Nx + M}}{2x - N} + \log_2(Mx - N)$.

2. Найти предел функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Nx^3 - 5x}{Mx(x^2 + 4)}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_3(x + Nx^2 - 3)}{x \sin(Mx - 3)};$$

3. Найти производную функции:

$$а) y = \frac{\sqrt[4]{Nx+3-x^2}}{Mx^3+x}; \quad б) y = \cos^N(3x + M) \cdot e^{\arcsin Nx};$$

4. Исследовать функцию и построить графики:

$$y = x^3 + x^2(N - M - 1) + x(M - N - MN) + MN;$$

5. Найти полный дифференциал функции: $z = \cos(Nx + y)(Mx - y)$.

6. Исследовать функцию на экстремум: $z = Mx^2 - Ny^2 + 2x - (M - N)y + 5$.

7. Функция издержек производства некоторой продукции имеет вид: $y = 0,01(M + 1)x^3 - 1,3Nx^2 + 15(N + 5) + 250$ (ден. ед.). Найти средние и предель-ные издержки и вычислить их значения при $x = 100$.

8. Известны функции спроса $q = \frac{(N+5)p+8}{p+(M+4)}$ и предложения $s = (M + 1)p + 3N - 3M^2 - 24Mp + 2$ (q – количество покупаемого товара, s – количество предлагаемого товара, p – цена товара). Найти: а) равновесную цену; б) эластичности спроса и предложения; в) изменение дохода при изменении цены на 10% от равновесной.

9. Найти объем выпуска продукции за 8 часов работы, за первые 2 часа и за последние 2 часа смены, если производительность задана функцией $y(t) = 2Mt^2 - (N + 3)t + 20$, t – время.

10. Найти неопределенные интегралы: а) $\int \frac{dx}{(M+2)x+N}$; б) $\int xe^{(M+3)x} dx$;

11. Найти определенные интегралы: а) $\int_M^N \frac{2x-N}{x+M-3} dx$; б) $\int_0^{M+N} (x^{M+N} + 3x^2) dx$.

12. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями:

$$y = (-N - 2)x + 1, \quad y = (M + 2)x, \quad y \geq 0;$$

13. Решить дифференциальные уравнения: а) $y'Ny = x^2 + M$;

$$б) y' + \frac{M}{x^2} y = e^{\frac{M}{x}} (Mx^2 - Nx); \quad в) 2y'' - Ny' + My = 0, y(0) = 2 + N, y'(0) = M.$$

14. Исследовать ряд на сходимость:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Nn + 3)^3}{Mn - 5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n(Mn + 5)}{Nn - 2} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M^n(n - N)}{3n + M}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Mn + N)^n}{\arcsin^n \frac{1}{Mn}}.$$

Контрольная работа № 3
(по теории вероятностей и математической статистике)
2 курс, 3 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти вероятность того, что $N + 15$ натуральных чисел расставлены: а) в порядке возрастания; б) число N стоит на месте M ; в) из $N + 15$ чисел выбрано число, которое делится на 3 и на 2.

2. В группе $M + N + 10$ студентов. Среди них M - девушки, $N + 10$ - юноши. Найти вероятность того, что: а) среди 5 студентов, выбранных на конференцию 3 юноши; б) среди 10 представителей группы, отправленных на олимпиаду N девушек.

3. Кодовый замок содержит $(N + 3)$ цифры. Какова вероятность того, что цифры 1,2,3 идут в коде в порядке возрастания и больше не используются?

4. На соревнования приехали представители России – 6 человек, США - $N + 2$ человека, Англии - $M + 3$ человека, Франции – 5 человек. Пары выступлений определяются жеребьевкой. Какова вероятность того, что $N + 5$ номером будет выступать представитель России?

5. В корзине находится $(N + 2)$ белых шаров, $(M + 5)$ черных шаров и $(N + M)$ синих. Найти вероятности следующих событий: а) при выборе 3 шаров они все будут одного цвета; б) при выборе 3 шаров среди них будут все разного цвета; в) третий шар будет синим.

6. Для студента Иванова вероятность ответа на первый вопрос экзамена 0,9, на второй – 0,8, на третий – 0,7. Для студента Петрова аналогичные вероятности равны 0,8; 0,9; 0,8. Для сдачи экзамена достаточно ответить на 2 вопроса. Экзамен сдан только одним студентом. Найти вероятность того, что это Петров.

7. Из корзины, содержащей $(N + 5)$ белых и $(M + 6)$ черных шаров, вынули 2 и переложили во вторую корзину, где черных и белых шаров было поровну $(N + M + 1)$ штук. Из второй корзины вынули 2 шара. Найти вероятность того, что они оба белые.

8. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что: а) при $N + 50$ выстрелах стрелок промахнется $M + 10$ раз; б) при $100N$ выстрелах стрелок попадает в цель от $(M + 10)$ до $(N + 30)$ раз.

9. Составить закон распределения случайной величины X – число книг по математике, среди 5 выбранных студентом Ивановым из $5(N + 1)$ книг кафедры. Найти все числовые характеристики $(M(x), D(x), \sigma(x), M_0(x), Me(x))$ функцию распределения X , построить полигон, график функции распределения, кумуляту.

10. Заданы некоторые значения изучаемой величины X (объем выборки 100, данные в табл.1):

Таблица 1

N	$N-2$	$N+2$	$N+8$	N	N	$N-3$	N	$N+5$	N
N	$N+5$	$N-2$	$N+2$	$N-1$	$N-2$	$N+2$	$N-1$	$N-1$	$N-2$
$N-2$	$N+2$	$N-1$	$N-1$	$N+5$	N	$N+5$	N	$N-2$	$N+2$
$N-1$	$N-3$	N	$N-2$	N	N	$N+2$	N	$N+2$	$N-1$
$N-1$	$N-2$	N	$N+2$	N	N	$N-1$	$N-1$	N	$N-1$
N	$N+2$	$N+5$	$N-1$	$N-1$	$N+2$	$N-1$	N	$N-3$	N
N	$N-1$	$N+2$	N	N	N	$N-2$	N	$N+8$	N
$N+5$	N	$N-1$	$N-3$	$N-1$	N	$N+2$	$N-1$	$N+5$	$N-1$
$N+8$	$N+2$	N	$N+5$	$N+2$	$N+8$	$N-1$	N	$N+2$	N
N	N	$N-3$	$N+5$	$N-2$	$N+2$	$N+2$	$N+5$	$N-2$	$N-2$

1. Построить ряд распределения случайной величины, полигон, кумуляту, функцию распределения.
2. Найти: а) точечные оценки распределения; б) интервальные оценки для a и σ генеральной совокупности.
3. Доказать гипотезы: а) $H_0: \bar{x} = a, (a = N)$; б) H_0 : распределение нормальное.