

Контрольная работа № 1
1 курс, 1 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Решить систему линейных уравнений тремя методами: методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + (M + 4)x_2 + 3x_3 - Nx_4 = 16, \\ 12x_1 + (N - 2)x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ x_1 + 2x_2 - 2Nx_3 + x_4 = 1, \\ (N+1)x_1 - 3x_2 + x_3 + Mx_4 = 8. \end{cases}$$

2. Заданы четыре точки в пространстве: $A(1; N; 3)$, $B(-2; 5; N)$, $C(N; M; 1)$, $D(3; -2; 1)$. Найти: 1) длины векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} ; 2) координаты векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} ; 3) проверить компланарность векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} ; 4) уравнения прямых AB и AC ; 5) уравнение плоскости ABC ; 6) расстояние от точки D до плоскости ABC ; 7) угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ; 8) уравнение медианы, проведенной из точки A на сторону BC треугольника ABC ; 9) уравнение перпендикуляра, опущенного на сторону AB из точки C треугольника ABC ; 10) площадь треугольника ABC ; 11) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC ; 12) объем пирамиды $ABCD$ и ее высоту, опущенную на основание треугольника ABC .
3. Заданы четыре точки на плоскости $A(N; 4)$, $B(6; N)$, $C(N; M)$, $D(12; 10)$. Найти: 1) уравнения прямых AB ; AC ; CD ; BD ; 2) точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 3) уравнение прямой, проходящей через точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 4) уравнения прямых, перпендикулярной прямой AB и параллельной прямой AC , проходящих через точку D ; 5) угол между прямыми AB и CD ; AC и BD ; 6) уравнение эллипса, проходящего через точки A и B ; 7) уравнение окружности с центром в точке A и радиусом $|AB|$; 8) уравнение гиперболы, симметричной относительно оси Ox и начала координат, имеющей полуоси $a = |AB|$ и $b = |CD|$; 9) фокусное расстояние, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис полученной гиперболы; 10) уравнение параболы, центр которой находится в точке C , а фокус находится в точке $F(3; M)$. Построить все полученные кривые второго порядка.
4. Определить вид кривой второго порядка $4x^2 + My^2 - Nx + 6y - 12 = 0$.
5. В базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ заданы векторы $\vec{a} = \{3; N; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; M; -N\}$, $\vec{c} = \{N; -2; M\}$ и вектор $\vec{d} = \{6; -4; 10\}$. Выразить вектор \vec{d} в базисе векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Контрольная работа № 2
1 курс, 2 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти предел функции:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Nx^3 - 5x}{Mx(x^2 + 4)}; & \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_3(x + Nx^2 - 3)}{x \sin(Mx - 3)}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin Mx - \operatorname{tg} Nx}{x^2 - 3x - 4x^3}; & \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + N}{Mx} \right)^{\frac{(N-2)x}{M-3}}. \end{aligned}$$

2. Найти производную функции:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= \frac{\sqrt[4]{Nx+3} - x^2}{Mx^3 + x}; & \text{б) } y &= \cos^N(3x + M) \cdot e^{\arcsin Nx}; \\ \text{в) } \begin{cases} x = Ne^t - Mt^2 - 1 \\ y = \cos^2(Nx^2 - Mx) \end{cases}; & \text{г) } Nx^2y^M - \cos(Nx - My) &= 0. \end{aligned}$$

3. Исследовать функцию и построить графики:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= x^3 + x^2(N - M - 1) + x(M - N - MN) + MN; \\ \text{б) } y &= \frac{(2x^2 + x(M-2) - M)(3x - N)}{x^2 - 2x + 1}. \end{aligned}$$

4. Найти неопределенные интегралы:

$$\begin{aligned} \text{а) } \int (Nx - \sqrt[3]{x^5} + 2 \sin x - 3) dx, & \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x^2 - 4x + N}, & \quad \text{в) } \int \cos((N+1)x) \sin((N+2)x) dx, \\ \text{г) } \int \frac{x^3 + (N+1)x}{x^2 + 2x + 2} dx, & \quad \text{д) } \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + (N+1)^2}}, & \quad \text{е) } \int (x+1)e^{-2(N+1)x} dx. \end{aligned}$$

5. Вычислить определенные интегралы:

$$\text{а) } \int_1^{N+1} \frac{dx}{x(x^2 + 1)}, \quad \text{б) } \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{N - 3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}, \quad \text{в) } \int_0^5 \frac{dx}{2x + \sqrt{(N+1)x + 1}}, \quad \text{г) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(M+1)^2 + x^2}.$$

6. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{а) } y'' + (N+1)y' + 25y &= 0, & \text{б) } y'' + 9(N+1)y' &= 0, & \text{в) } 4(N+1)y'' - 4(N+1)y' + y &= 0, \\ \text{г) } y'' - 2y' + y &= -(N+1) \cos 2x, & y(0) &= -2, y'(0) = 0. \end{aligned}$$

7. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= (-N - 2)x + 1, \quad y = (M + 2)x, \quad y \geq 0; \\ \text{б) } y &= e^{Nx}, \quad \frac{y}{N+3} + \frac{x}{M+1} = 1, \quad x \geq 0. \end{aligned}$$

Контрольная работа № 3
2 курс, 3 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. Найти частные производные первого порядка для функций нескольких переменных:

а) $u = (N + 1)y^2x + \cos(Nx + My)$; б) $u = (N + 2)x^N y^{(N-3)} z^5$.

2. Найти двойные интегралы: а) $\iint (Mx^2 + 3xy + N)dxdy$; б) $\iint \frac{(M+4)x}{M+(N-2)y} dxdy$.

3. Исследовать функцию на экстремум: $z = Mx^2 - Ny^2 + 2x - (M - N)y + 5$.

4. Найти модуль градиента функции $u = (N - 2)x^2 yz^N - \ln\left(\frac{xy^N}{z}\right)$ в точке $M(1; 1; 1)$.

5. Найти уравнение касательной плоскости к функции

$$z = \cos((N + 1)x + y) \cdot (x^{N+1} + (N + 1)y) \text{ в точке } A\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

6. Исследовать ряд на сходимость:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Nn + 3)^3}{Mn - 5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n (Mn + 5)}{Nn - 2} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M^n (n - N)}{3n + M}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(Mn + N)^n}{\arcsin^n \frac{1}{Mn}}$$

7. Используя разложение функции в ряд, вычислить значение $e^{(M+2)x+N}$.
Определить точность вычислений, если в разложении взять пять членов.

8. Используя разложение в ряд по степеням, записать первые четыре члена (отличные от нуля) разложения решения дифференциального уравнения

$$y' = (N + 1)x^2 y + (M - 1)y^3; \quad y(0) = 1.$$

9. Вычислить тройной интеграл в цилиндрических координатах

$$\iiint_V \frac{(y + N)dxdydz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \text{где } V : x^2 + y^2 = 2x, \quad x + z = 2, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

10. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L xy dl$ по заданному пути

L – контур прямоугольника $A(0;0), B(2;0), C(2;4), D(0;4)$.

Контрольная работа № 4
2 курс, 4 семестр
(N, M – последние цифры зачетки)

1. В группе $15+N$ студентов, из которых 5 юношей. В течение занятия преподаватель решил опросить по теории $(N+2)$ студентов. Какова вероятность, что среди опрошенных студентов будет 2 девушки?
2. В пирамиде стоят $M+20$ винтовок с оптическим прицелом и 13 без оптического прицела. Сколькими способами можно выбрать из пирамиды: а) $(N+1)$ винтовок; б) $(N+1)$ винтовок с одинаковым прицелом; в) $(N+1)$ с оптическим прицелом и $(N+2)$ без оптического прицела.
3. Завод отправил потребителю 300 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути разбили одно изделие 0,001. Найти вероятность того, что в пути будет повреждено $(N+1)$ изделий.

4. Закон распределения случайной величины X задан таблицей

X_i	0	1	2	3
p_i	$(N+1)/56$	15/56	10/56	p_4

Найти вероятности распределения, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

5. Дана плотность распределения непрерывной случайной величины x :

$$f(x) = \begin{cases} C(x^2 + 2x), & x \in (0; N+1) \\ 0, & x \notin (0; N+1) \end{cases}.$$

Найти константу C , математическое ожидание $M(x)$, дисперсию $D(x)$.

6. В пирамиде $(N+5)$ винтовок с оптическим прицелом и 10 без оптического прицела. Вероятность, что стрелок поразит мишень из винтовки с оптическим прицелом 0,95, без оптического прицела – 0,9. Стрелок поразил мишень. Какова вероятность, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом?

7. Случайная величина X распределена по закону $F(x) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$. Найти $P(1 < x < N+1)$.

8. По мишени производится один выстрел. Вероятность попадания равна $0,07(N+1)$. Пусть X – число попаданий в мишень, случайная величина Y – число промахов. Составить таблицу совместного распределения вероятностей случайных величин (X, Y) , записать функцию распределения $F(x, y)$ системы.