

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Б. З. ФЕДОРЕНКО, В. И. ПЕТРАШЕВ

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Практикум

Белгород
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Б. З. ФЕДОРЕНКО, В. И. ПЕТРАШЕВ

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Практикум

*Утверждено учёным советом университета в качестве
учебного пособия*

2-е издание, исправленное

Белгород
2017

УДК 51(075.8)
ББК 22.1 я 73-2
Ф333

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор Белгородского юридического
института МВД имени И. Д. Путилина *С. Е. Савотченко*

Доктор технических наук, профессор Белгородского государственного
технологического университета им. В. Г. Шухова *В. Г. Рубанов*

Федоренко, Б.З.

Ф333 Индивидуальные задания по математике: практикум: учебное
пособие Б. З. Федоренко, В. И. Петрашев. – 2-е изд., испр. –
Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 231 с.

Пособие содержит задания по общему курсу математики (по 30 вариантов в каждой задаче) и предназначено для обеспечения самостоятельной работы при изучении курса математики студентами укрупнённых групп направлений 08.03.01, 09.03.01–09.03.04, 13.03.01, 13.03.02, 15.03.01–15.03.06, 18.03.01, 18.03.02, 20.03.01, 20.03.02, 21.03.02, 22.03.01, 23.03.01–23.03.03, 27.03.01, 27.03.02, 27.03.04, 28.03.02, 29.03.04, 38.03.01–38.03.03, 38.03.05, 54.03.02.

Издание публикуется в авторской редакции.

УДК 51(075.8)
ББК 22.1 я 73-2

© Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2008
© Оформление.
БГТУ им. В. Г. Шухова, 2017,
с изменениями

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	4
1. Линейная алгебра	5
2. Аналитическая геометрия.....	29
3. Введение в математический анализ.....	56
4. Дифференциальное исчисление	77
5. Интегральное исчисление.....	97
6. Дифференциальные уравнения	123
7. Функции нескольких переменных	134
8. Кратные и криволинейные интегралы.....	146
9. Векторный анализ	187
10. Ряды	197
11. Функции комплексного переменного.....	213
Библиографический список.....	229

Предисловие

Важным условием усвоения математики и овладения её методами является самостоятельная работа. Одна из форм активизации обучения – рациональная организация самостоятельной работы студентов. Этой цели служит система индивидуальных домашних заданий (ИДЗ). Каждое ИДЗ предусматривает изучение соответствующего раздела теории, выполнение практических заданий по этому разделу, проверку заданий преподавателем и выполнение итоговой контрольной работы по теме, предусматривающей контроль усвоения теории и практических навыков решения задач.

Настоящее пособие является одним из вариантов системы индивидуальных заданий по общему курсу математики для всех специальностей БГТУ им. В.Г. Шухова.

Основными учебниками по общему курсу математики для технических специальностей БГТУ являются учебники [1-5], а для экономических специальностей – учебники [6-10]. Основные сборники задач и упражнений по курсу математики для технических специальностей – это задачки [11-15], для экономических специальностей, кроме того, используются задачки [16-17]. Для индивидуальных домашних заданий используются сборники индивидуальных заданий [18-20].

В девяностые годы ввиду отсутствия централизованных планов издания учебно-методической литературы для вузов в БГТУ возник острый дефицит на сборники индивидуальных заданий по математике. Для обеспечения учебного процесса на кафедре высшей математики был разработан и составлен с использованием сборников индивидуальных заданий [18-20] и задачников [11-15] сборник индивидуальных заданий по математике [21].

Настоящий сборник индивидуальных заданий – это переработанный и дополненный вариант пособия [21], охватывающий разделы общего курса математики.

Цель пособия – не заменить сборники индивидуальных заданий [18-20], а дополнить их и обеспечить многовариантность индивидуальных домашних заданий.

1. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Вычислить определитель: а) разложив его по элементам i -ой строки, б) по элементам j -го – столбца, в) приведя его к треугольному виду.

$$1.1. \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 2.$$

$$1.4. \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 3.$$

$$1.7. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 2.$$

$$1.10. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 3.$$

$$1.13. \begin{vmatrix} -1 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 3.$$

$$1.16. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 1.$$

$$1.2. \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 4.$$

$$1.5. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 4.$$

$$1.8. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 4.$$

$$1.11. \begin{vmatrix} -1 & -2 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 3.$$

$$1.14. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i = 1, j = 2.$$

$$1.17. \begin{vmatrix} 3 & -5 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 1.$$

$$1.3. \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i = 1, j = 2.$$

$$1.6. \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 3 & 4 & -4 & 0 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 4.$$

$$1.9. \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 4.$$

$$1.12. \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 3.$$

$$1.15. \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 1$$

$$1.18. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 1.$$

$$1.19. \begin{vmatrix} 6 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 2.$$

$$1.22. \begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 0 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i = 1, j = 4.$$

$$1.25. \begin{vmatrix} -4 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 2.$$

$$1.28. \begin{vmatrix} 6 & 2 & -10 & 4 \\ -5 & -7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & -6 \\ 3 & 0 & -5 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 3.$$

$$1.20. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 1.$$

$$1.23. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 3.$$

$$1.26. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 1.$$

$$1.29. \begin{vmatrix} 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 9 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i = 3, j = 4.$$

$$1.21. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix},$$

$$i = 2, j = 4.$$

$$1.24. \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 5 \end{vmatrix},$$

$$i = 1, j = 3.$$

$$1.27. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix},$$

$$i = 4, j = 3.$$

$$1.30. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$i = 1, j = 2.$$

2. Даны две матрицы A и B . Найти: а) AB ; б) BA ; в) A^{-1} ; г) AA^{-1} ; д) $A^{-1}A$.

$$2.1. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}. \quad 2.2. A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$2.3. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}. \quad 2.4. A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$2.5. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}. \quad 2.6. A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

2.7.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.8.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.9.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.10.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

2.11.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.12.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & -4 \end{pmatrix}.$$

2.13.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.14.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.15.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 1 & -5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.16.} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 0 & 2 & 6 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.17.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.18.} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

2.19.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.20.} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.21.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{2.22.} \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

2.23.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}.$$

2.24. $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$

2.25.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2.26. $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$

2.27.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.28. $A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

2.29.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2.30. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

3. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$3.1. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 16, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 8. \end{cases} \quad 3.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22. \end{cases} \quad 3.3. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -8. \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15. \end{cases} \quad 3.5. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases} \quad 3.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3. \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 13, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 9. \end{cases} \quad 3.8. \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9. \end{cases} \quad 3.9. \begin{cases} 4x_1 - x_2 = -6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -14, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -19. \end{cases}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.10.} \begin{cases} 3x_1+x_2+x_3=-4, \\ -3x_1+5x_2+6x_3=36, \\ x_1-4x_2-2x_3=-19. \end{cases} & \mathbf{3.11.} \begin{cases} 5x_1+2x_2-4x_3=-16, \\ x_1+3x_3=-6, \\ 2x_1-3x_2+x_3=9. \end{cases} & \mathbf{3.12.} \begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=-11, \\ 5x_1+x_2+2x_3=8, \\ x_1+2x_2+4x_3=16. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.13.} \begin{cases} x_1+4x_2-x_3=-9, \\ 4x_1-x_2+5x_3=-2, \\ 3x_2-7x_3=-6. \end{cases} & \mathbf{3.14.} \begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=9, \\ 5x_1+x_2+2x_3=11, \\ x_1+2x_2+4x_3=19. \end{cases} & \mathbf{3.15.} \begin{cases} 7x_1+4x_2-x_3=13, \\ 3x_1+2x_2+3x_3=3, \\ 2x_1-3x_2+x_3=-10. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.16.} \begin{cases} 2x_1+3x_2+x_3=4, \\ 2x_1+x_2+3x_3=0, \\ 3x_1+2x_2+x_3=1. \end{cases} & \mathbf{3.17.} \begin{cases} 3x_1-2x_2-5x_3=5, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=12, \\ x_1-2x_2+3x_3=-1. \end{cases} & \mathbf{3.18.} \begin{cases} 2x_1-x_2+2x_3=3, \\ x_1+x_2+2x_3=-4, \\ 4x_1+x_2+4x_3=-3. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.19.} \begin{cases} 4x_1+x_2+4x_3=19, \\ 2x_1-x_2+2x_3=11, \\ x_1+x_2+2x_3=8. \end{cases} & \mathbf{3.20.} \begin{cases} 2x_1-x_2+3x_3=-4, \\ x_1+3x_2-x_3=11, \\ x_1-2x_2+2x_3=-7. \end{cases} & \mathbf{3.21.} \begin{cases} 8x_1+3x_2-6x_3=-4, \\ x_1+x_2-x_3=2, \\ 4x_1+x_2-3x_3=-5. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.22.} \begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=21, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=9, \\ 2x_1-x_2-x_3=10. \end{cases} & \mathbf{3.23.} \begin{cases} 4x_1+x_2-3x_3=9, \\ x_1+x_2-x_3=-2, \\ 8x_1+3x_2-6x_3=12. \end{cases} & \mathbf{3.24.} \begin{cases} 2x_1-x_2+2x_3=0, \\ 4x_1+x_2+4x_3=6, \\ x_1+x_2+2x_3=4. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.25.} \begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=33, \\ 7x_1-5x_2=24, \\ 4x_1+11x_3=39. \end{cases} & \mathbf{3.26.} \begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=7, \\ 2x_1+3x_2+x_3=1, \\ 3x_1+2x_2+x_3=6. \end{cases} & \mathbf{3.27.} \begin{cases} 2x_1+3x_2+4x_3=12, \\ 7x_1-5x_2+x_3=-33, \\ 4x_1+x_3=-7. \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{3.28.} \begin{cases} 3x_1-x_2+x_3=12, \\ x_1+2x_2+4x_3=6, \\ 5x_1+x_2+2x_3=3. \end{cases} & \mathbf{3.29.} \begin{cases} x_1+4x_2-x_3=6, \\ 5x_2+4x_3=-20, \\ 3x_1-2x_2+5x_3=-22. \end{cases} & \mathbf{3.30.} \begin{cases} 3x_1-2x_2+4x_3=12, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=6, \\ 2x_1-x_2-x_3=-9. \end{cases}
 \end{array}$$

4. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить ее: а) по формулам Крамера; б) с помощью обратной матрицы (матричным методом); в) методом Гаусса.

$$4.1. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases} \quad 4.2. \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 8x_3 = 4. \end{cases} \quad 4.3. \begin{cases} 5x_1 - 9x_2 - 4x_3 = 6, \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$4.4. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 2x_3 = 5. \end{cases} \quad 4.5. \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -3, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 1, \\ 4x_1 - 4x_2 - 9x_3 = 0. \end{cases} \quad 4.6. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

$$4.7. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad 4.8. \begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases} \quad 4.9. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 9x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 5. \end{cases}$$

$$4.10. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ 7x_1 - 9x_2 - x_3 = 3, \\ 5x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases} \quad 4.11. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0. \end{cases} \quad 4.12. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$4.13. \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 9, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases} \quad 4.14. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 + 3x_3 = 4, \\ 7x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1. \end{cases} \quad 4.15. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 3x_3 = -2. \end{cases}$$

$$4.16. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = 2, \\ 4x_1 - 9x_2 - 8x_3 = 1. \end{cases} \quad 4.17. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 = 5. \end{cases} \quad 4.18. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$4.19. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases} \quad 4.20. \begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 4. \end{cases} \quad 4.21. \begin{cases} 4x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 1, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 11, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases}$$

$$4.22. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - 5x_3 = 9. \end{cases} \quad 4.23. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 4x_1 - 3x_2 = 1. \end{cases} \quad 4.24. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 1, \\ 5x_1 + 6x_2 - 9x_3 = 2. \end{cases}$$

$$4.25. \begin{cases} 7x_1 - 2x_2 - x_3 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 - 5x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5. \end{cases} \quad 4.26. \begin{cases} 4x_1 - 7x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 6, \\ 2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases} \quad 4.27. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

$$4.28. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 8, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad 4.29. \begin{cases} 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 1, \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 7. \end{cases} \quad 4.30. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8, \\ 5x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

5. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$5.1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.3. \begin{cases} 5x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.4. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 - 8x_2 - 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.5. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.6. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.7. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.9. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$5.10. \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.11. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} \quad 5.12. \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{5.13.} \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.14.} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 11x_2 + 10x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.15.} \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 10x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} \\
\mathbf{5.16.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.17.} \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.18.} \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} \\
\mathbf{5.19.} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.20.} \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.21.} \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \\
\mathbf{5.22.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.23.} \begin{cases} 7x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.24.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} \\
\mathbf{5.25.} \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.26.} \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 7x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.27.} \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
\mathbf{5.28.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.29.} \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{5.30.} \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

6. Решить однородную систему линейных алгебраических уравнений.

$$\begin{array}{lll}
\mathbf{6.1.} \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{6.2.} \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} & \mathbf{6.3.} \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}
\end{array}$$

$$6.4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 9x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.5. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.6. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.7. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.8. \begin{cases} x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.9. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.10. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.11. \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.12. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.13. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.14. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.15. \begin{cases} 7x_1 - 6x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.16. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.17. \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_3 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.18. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 0, \\ 7x_1 + 5x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.19. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 0, \\ 4x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.20. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 0, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.21. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0, \\ 8x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.22. \begin{cases} 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.23. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.24. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.25. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.26. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$6.27. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{6.28.} \quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \\
 \mathbf{6.29.} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases} \\
 \mathbf{6.30.} \quad \begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}
 \end{array}$$

7. Найти общее решение для каждой из заданных систем алгебраических уравнений.

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{7.1.} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 16x_3 + x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases} \\
 \mathbf{7.2.} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases} \\
 \mathbf{7.3.} \quad \begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ -4x_1 + 6x_2 + 14x_3 - x_4 + 8x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_5 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases} \\
 \mathbf{7.4.} \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 10x_2 - 3x_3 - 2x_4 - x_5 = 0, \\ 4x_1 + 19x_2 - 4x_3 - 5x_4 - x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases} \\
 \mathbf{7.5.} \quad \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + 9x_3 - 4x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 2x_4 - 6x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases} \\
 \mathbf{7.6.} \quad \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 - 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 4, \\ 2x_1 - 9x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 = 3. \end{cases}
 \end{array}$$

- 7.7.
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 - 5x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 + x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 3. \end{cases}$$
- 7.8.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 9x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 16x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases}$$
- 7.9.
$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 2. \end{cases}$$
- 7.10.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 - 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 9x_4 = 1. \end{cases}$$
- 7.11.
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_5 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 2. \end{cases}$$
- 7.12.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 10x_4 - x_5 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 10x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 9x_3 + 30x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$$
- 7.13.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 7x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 7x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5. \end{cases}$$
- 7.14.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 1. \end{cases}$$
- 7.15.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 11x_3 - 6x_4 + x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

- 7.16.
$$\begin{cases} 8x_1+x_2+x_3-x_4+2x_5=0, \\ 3x_1-3x_2-2x_3+x_4-3x_5=0, \\ 5x_1+4x_2+3x_3-2x_4+5x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-3x_2+x_3+2x_4=4, \\ 2x_1-5x_2+4x_3+3x_4=7, \\ x_1-2x_2+3x_3+x_4=3. \end{cases}$$
- 7.17.
$$\begin{cases} x_1+3x_2-x_3+12x_4-x_5=0, \\ 2x_1-2x_2+x_3-10x_4+x_5=0, \\ 3x_1+x_2+2x_4=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0, \\ 4x_1-3x_2+x_3+2x_5=1, \\ 3x_1-2x_2-2x_3-x_4+2x_5=1. \end{cases}$$
- 7.18.
$$\begin{cases} 7x_1-14x_2+3x_3-x_4+x_5=0, \\ x_1-2x_2+x_3-3x_4+7x_5=0, \\ 5x_1-10x_2+x_3+5x_4-13x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_4=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$$
- 7.19.
$$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+x_4-x_5=0, \\ 2x_1-2x_2-6x_3-4x_4+x_5=0, \\ 3x_1-2x_2+3x_3+3x_4-x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+4x_5=1, \\ 4x_1-7x_2+2x_3+x_4=3, \\ 3x_1-5x_2-x_3+x_4-4x_5=2. \end{cases}$$
- 7.20.
$$\begin{cases} 3x_1+2x_2-2x_3-x_4+4x_5=0, \\ 7x_1+5x_2-3x_3-2x_4+x_5=0, \\ x_1+x_2+x_3-7x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_4=1, \\ 2x_1-x_2-3x_3-x_4=1. \end{cases}$$
- 7.21.
$$\begin{cases} 6x_1+3x_2-2x_3+4x_4+7x_5=0, \\ 7x_1+4x_2-3x_3+2x_4+4x_5=0, \\ x_1+x_2-x_3-2x_4-3x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_5=1, \\ 3x_1-5x_2+3x_3+3x_4+4x_5=1. \end{cases}$$
- 7.22.
$$\begin{cases} 3x_1-5x_2+2x_3+5x_4=0, \\ 7x_1-4x_2+x_3+3x_4=0, \\ 5x_1+7x_2-4x_3-9x_4=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_4=2, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5, \\ 2x_1-5x_2-3x_3-x_4=3. \end{cases}$$
- 7.23.
$$\begin{cases} 12x_1-x_2+7x_3+11x_4-x_5=0, \\ 24x_1-2x_2+14x_3+22x_4-2x_5=0, \\ x_1+x_2+x_3-x_4+2x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_4=1, \\ 3x_1-5x_2+3x_3+7x_4=1. \end{cases}$$
- 7.24.
$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+4x_4+x_5=0, \\ 2x_1+x_2+3x_3+x_4-5x_5=0, \\ x_1+3x_2-x_3+6x_4-x_5=0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_5=1, \\ 2x_1-x_2-3x_3-3x_4+2x_5=0. \end{cases}$$

$$7.25. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 5x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

$$7.26. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 3. \end{cases}$$

$$7.27. \begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3. \end{cases}$$

$$7.28. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

$$7.29. \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 4. \end{cases}$$

$$7.30. \begin{cases} x_1 + x_2 + 10x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 5x_1 - x_2 + 8x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 - 3x_2 - 12x_3 - 4x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

8. Найти координаты вектора X в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3) .

8.1. $X = \{1, 4, -8\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = (3/4)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 - e_3. \end{cases}$$

8.2. $X = \{1, -4, 8\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 3e_3, \\ e'_2 = (3/4)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 - e_3. \end{cases}$$

8.3. $X = \{2, 4, 1\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (3/2)e_3, \\ e'_2 = 3e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.4. X = \{5, -5, 4\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (4/5)e_3, \\ e'_2 = -4e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.5. X = \{7, -5, 10\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 4e_3, \\ e'_2 = (4/5)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.6. X = \{1, 4, 8\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 5e_3, \\ e'_2 = (5/4)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.7. X = \{6, 6, 2\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (5/6)e_3, \\ e'_2 = -5e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.8. X = \{1, -6, 6\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 5e_3, \\ e'_2 = (5/6)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.9. X = \{2, 5, 10\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 6e_3, \\ e'_2 = (6/5)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.10. X = \{7, 7, 2\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (6/7)e_3, \\ e'_2 = -6e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.11. X = \{1, 3, 6\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 4e_3, \\ e'_2 = (4/3)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.12. X = \{1, 6, 12\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 7e_3, \\ e'_2 = (7/6)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.13. X = \{1, -9, 9\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 8e_3, \\ e'_2 = (8/9)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.14. X = \{6, 3, 1\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (4/3)e_3, \\ e'_2 = 4e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.15. X = \{-1, 7, 14\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 8e_3, \\ e'_2 = (8/7)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.16. X = \{3, -10, 10\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 9e_3, \\ e'_2 = (9/10)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.17. X = \{8, 4, 1\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (5/4)e_3, \\ e'_2 = 5e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

$$8.18. X = \{2, 4, 3\}.$$

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (1/2)e_3, \\ e'_2 = -e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.19. $X = \{1, 9, 18\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 10e_3, \\ e'_2 = (10/9)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.20. $X = \{10, 5, 1\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (6/5)e_3, \\ e'_2 = 6e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.21. $X = \{12, 3, -1\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (2/3)e_3, \\ e'_2 = -2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.22. $X = \{1, 2, 4\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 3e_3, \\ e'_2 = (3/2)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.23. $X = \{-12, 6, 1\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (7/6)e_3, \\ e'_2 = 7e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.24. $X = \{1, 7, -7\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 6e_3, \\ e'_2 = (6/7)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.25. $X = \{6, -1, 3\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.26. $X = \{-3, 2, 4\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - e_3, \\ e'_2 = (1/2)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.27. $X = \{3, -8, 8\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 7e_3, \\ e'_2 = (7/8)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.28. $X = \{10, 10, 7\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (9/10)e_3, \\ e'_2 = -9e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.29. $X = \{2, 6, -3\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 - 2e_3, \\ e'_2 = (2/3)e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

8.30. $X = \{9, 9, 2\}$.

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + (8/9)e_3, \\ e'_2 = -8e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$$

9. Исследовать на линейную зависимость систему векторов.

9.1. e^x, e^{-x}, e^{2x} на $(-\infty, +\infty)$.

9.2. $1, \operatorname{tg}x, \operatorname{ctg}x$ на $(0, \pi/2)$.

9.3. $a = \{3, 2, -4\}, b = \{4, 1, -2\}, c = \{5, 2, -3\}$.

9.4. $a = \{1, 2, 3\}, b = \{6, 5, 9\}, c = \{7, 8, 9\}$.

9.5. $1+x+x^2, 1+2x+x^2, 1+3x+x^2$, на $(-\infty, +\infty)$.

9.6. $x, 1+x, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.7. $a=\{0,1,1\}, b=\{1,0,1\}, c=\{1,1,0\}$.

9.9. $1, e^x, sh x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.11. $a=\{5,-6,1\}, b=\{3,-5,-2\}, c=\{2,-1,3\}$.

9.13. $1/x, x, 1$ на $(0, 1)$.

9.15. $a=\{7,1,-3\}, b=\{2,2,-4\}, c=\{3,-3,5\}$.

9.17. $a=\{1,-1,2\}, b=\{-1,1,-1\}, c=\{2,-1,1\}$.

9.19. $x, x^2, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.21. $a=\{1,2,3\}, b=\{4,5,6\}, c=\{7,8,9\}$.

9.23. $1, x, x^2, (1+x)^2$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.25. $a=\{1,1,1\}, b=\{1,2,3\}, c=\{1,3,6\}$.

9.27. $cos x, sin x, sin 2x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

9.29. $a=\{3,4,-5\}, b=\{3,7,-2\}, c=\{2,-1,8\}$.

9.8. $a=\{2,1,0\}, b=\{-5,0,3\}, c=\{3,4,3\}$.

9.10. e^x, xe^x, x^2e^x на $(-\infty, +\infty)$.

9.12. $a=\{2,0,2\}, b=\{1,-1,0\}, c=\{0,-1,-2\}$.

9.14. $e^x, sh x, ch x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.16. $a=\{-2,1,5\}, b=\{4,-3,0\}, c=\{0,-1,10\}$.

9.18. $cos x, sin x, tg x$ на $(-\pi/2, \pi/2)$.

9.20. $a=\{2,-3,1\}, b=\{3,-1,5\}, c=\{1,-4,3\}$.

9.22. $sin x, sin^2 x, cos^2 x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.24. $a=\{5,4,3\}, b=\{3,3,2\}, c=\{3,1,3\}$.

9.26. $1, \pi, sin x$ на $(-\infty, +\infty)$.

9.28. $a=\{1,1,1\}, b=\{0,1,1\}, c=\{0,0,1\}$.

9.30. e^x, e^{2x}, e^{3x} на $(-\infty, +\infty)$.

10. Пусть $x=(x_1, x_2, x_3)$. Являются ли линейными следующие преобразования?

10.1.

$$Ax=(2x_1+x_2, x_3^2, 2x_1-3x_2-4x_3),$$

$$Bx=(2x_1+x_2, x_3, 2x_1-3x_2-4x_3),$$

$$Cx=(2x_1+x_2, x_3, 2x_1-3x_2-4).$$

10.3.

$$Ax=(x_1, x_2+2x_3, 3x_1+4x_2+5x_3),$$

$$Bx=(x_1, x_2+2x_3, 3x_1+4x_2+5),$$

$$Cx=(x_1, x_2^2+2x_3, 3x_1+4x_2+5x_3).$$

10.2.

$$Ax=(3x_1-2x_2-x_3, 1, x_1+2x_2+3),$$

$$Bx=(3x_1-2x_2-x_3, 0, x_1^3+2x_2+3x_3),$$

$$Cx=(3x_1-2x_2-x_3, x_3, x_1+2x_2+3x_3),$$

10.4.

$$Ax=(2x_1-x_2, x_3, x_1+2x_2+3x_3^4),$$

$$Bx=(2x_1-x_2, x_3, x_1+2x_2+3x_3),$$

$$Cx=(2x_1-x_2, 1, x_1+2x_2+3),$$

10.5.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 - 2x_2 - 1, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\ Bx &= (3x_1^2 - 2x_2 - x_3, 0, 0), \\ Cx &= (3x_1 - 2x_2 - x_3, 0, x_1 + 2x_2 + 3x_3). \end{aligned}$$

10.7.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1^2 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3), \\ Bx &= (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3x_3), \\ Cx &= (2x_1 - x_2, x_3, 2x_2 + 3). \end{aligned}$$

10.9.

$$\begin{aligned} Ax &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1^2, x_2 + 2x_3), \\ Bx &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_2 + 2x_3), \\ Cx &= (4x_1 - 3x_2 - 2, x_1, x_2 + 2). \end{aligned}$$

10.11.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1 - 2x_2 - 3x_3), \\ Bx &= (3x_1 + 2x_2 + 1, 0, x_1 - 2x_2 - 3), \\ Cx &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, 0, x_1^2 - 2x_2 - 3x_3). \end{aligned}$$

10.13.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5), \\ Bx &= (x_1, x_2^2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5), \\ Cx &= (x_1, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3). \end{aligned}$$

10.15.

$$\begin{aligned} Ax &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, -3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3), \\ Bx &= (6 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2), \\ Cx &= (x_3^4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3). \end{aligned}$$

10.17.

$$\begin{aligned} Ax &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2), \\ Bx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 0, x_2^4 + 2x_3), \\ Cx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3). \end{aligned}$$

10.6.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3), \\ Bx &= (x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7), \\ Cx &= (x_3, 0, 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3) \end{aligned}$$

10.8.

$$\begin{aligned} Ax &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0), \\ Bx &= (6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0), \\ Cx &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3^2, 0) \end{aligned}$$

10.10.

$$\begin{aligned} Ax &= (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_3^2), \\ Bx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, 1), \\ Cx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_3). \end{aligned}$$

10.12.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1^3 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 0), \\ Bx &= (x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3), \\ Cx &= (x_1 + 1, 2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3). \end{aligned}$$

10.14.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3), \\ Bx &= (3x_1 - 2x_2 - 1, x_2 + 2, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3), \\ Cx &= (3x_1 - 2x_2 - x_3^3, x_2 + 2x_3, 0). \end{aligned}$$

10.16.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3), \\ Bx &= (2x_1 - x_2^3, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 0), \\ Cx &= (2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3). \end{aligned}$$

10.18.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1^3 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, 7x_1 + 8x_2), \\ Bx &= (x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3, 7x_1 + 8x_2), \\ Cx &= (x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6, 7x_1 + 8x_2). \end{aligned}$$

10.19.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1^2, x_1 - x_3, x_2 + x_3), \\ Bx &= (1, x_1 - x_3, x_2 + x_3), \\ Cx &= (x_1, x_1 - x_3, x_2 + x_3). \end{aligned}$$

10.21.

$$\begin{aligned} Ax &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2), \\ Bx &= (6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3, x_2), \\ Cx &= (6x_1 - 5x_2 - 4x_3^3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0). \end{aligned}$$

10.23.

$$\begin{aligned} Ax &= (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\ Bx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3^3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\ Cx &= (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_1 + 2x_2 + 3x_3). \end{aligned}$$

10.25.

$$\begin{aligned} Ax &= (4x_1 - 3x_2^3 - 2x_3, x_1 + x_3, 0), \\ Bx &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3), \\ Cx &= (4x_1 - 3x_2 - 2, x_1 + x_3, 2x_1 + 3x_2 + 4x_3). \end{aligned}$$

10.27.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 + 4x_2 + 5x_3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, 9x_1 + x_3), \\ Bx &= (3x_1 + 4x_2 + 5, 6x_1 + 7x_2 + 8, 9x_1 + x_3), \\ Cx &= (3x_1 + 4x_2 + 5x_3^3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3, 0). \end{aligned}$$

10.29.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1 + 3x_2 + 4, 5x_1 + 6x_2 + 7, 8x_1 + x_3), \\ Bx &= (2x_1 + 3x_2 + 4x_3^3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, 0), \\ Cx &= (2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3, 8x_1 + x_3). \end{aligned}$$

10.20.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_2 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3), \\ Bx &= (x_2 + 2, 3x_1 + 4x_2 + 5, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3), \\ Cx &= (x_2^3 + 2x_3, 3x_1 + 4x_2 + 5x_3, 6x_1 + 7x_2 + 8x_3). \end{aligned}$$

10.22.

$$\begin{aligned} Ax &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2^4 + 3x_3), \\ Bx &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3), \\ Cx &= (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_1 + 2x_2 + 3). \end{aligned}$$

10.24.

$$\begin{aligned} Ax &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, x_3, 2x_1 - 3x_2 - 4x_3), \\ Bx &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, 1, 2x_1 - 3x_2 - 4), \\ Cx &= (3x_1 + 2x_2 + x_3, x_3, 2x_1^4 - 3x_2 - 4x_3). \end{aligned}$$

10.26.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1, x_1 - 2x_2 - 3, 4x_1 - 5x_2 - 6), \\ Bx &= (x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1^4 - 5x_2 - 6x_3), \\ Cx &= (x_1, x_1 - 2x_2 - 3x_3, 4x_1 - 5x_2 - 6x_3). \end{aligned}$$

10.28.

$$\begin{aligned} Ax &= (2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2^2 - 5x_3), \\ Bx &= (2x_1 + x_2, x_2 - 2x_3, 3x_1 - 4x_2 - 5x_3), \\ Cx &= (2x_1 + x_2, x_2 - 2, 3x_1 - 4x_2 - 5). \end{aligned}$$

10.30.

$$\begin{aligned} Ax &= (x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3), \\ Bx &= (x_1, x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6), \\ Cx &= (x_1, x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1^4 + 5x_2 + 6x_3). \end{aligned}$$

11. Пусть $x = \{x_1, x_2, x_3\}$, $Ax = \{x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3\}$, $Bx = \{x_2, 2x_3, x_1\}$.

Найти :

11.1. $(A^2 + B)x$.

11.2. $(A^2 - B^2)x$.

11.3. $(2B - A^2)x$.

11.4. B^3x .

11.7. $(AB^2)x$.

11.10. $(B(A-B))x$.

11.13. $(A+BA-B)x$.

11.16. $(A^2-B)x$.

11.19. $(2A+3B^2)x$.

11.22. BAx .

11.25. $2(AB+2A)x$.

11.28. BA^2x .

11.5. $(B^2-2A)x$.

11.8. $(A(B-A))x$.

11.11. $2(B-A+B^2)x$.

11.14. $(B+2A^2)x$.

11.17. B^4x .

11.20. $(A^2+B^2)x$.

11.23. $B(2A-B)x$.

11.26. $(A-B)^2x$.

11.29. $(3A^2+B)x$.

11.6. $(A(B+A))x$.

11.9. $2(B+2A^2+B^2)x$.

11.12. $(B(A+B))x$.

11.15. $(B(2A+B))x$.

11.18. A^2x .

11.21. B^2x .

11.24. $(B^2+A)x$.

11.27. $A(2B-A)x$.

11.30. $(B-2A^2)x$.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где

$e'_1 = e_1 - e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$, если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) .

12.1. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

12.2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

12.3. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

12.4. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

12.5. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

12.6. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

12.7. $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

12.8. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

12.9. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

12.10. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

12.11. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

12.12. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$12.13. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$12.14. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.15. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$12.16. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$12.17. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.18. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$12.19. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$12.20. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.21. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$12.22. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.23. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.24. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.25. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$12.26. \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$12.27. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$12.28. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$12.29. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$12.30. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

13. Доказать линейность, найти матрицу (в базисе (i, j, k)), образ и ядро оператора.

13.1. Проектирования на плоскость $x-y=0$.

13.2. Проектирования на плоскость $y+z=0$.

13.3. Зеркального отражения относительно плоскости $x+y=0$.

13.4. Зеркального отражения относительно плоскости $y-z=0$.

13.5. Проектирования на плоскость $x+y=0$.

13.6. Проектирования на плоскость $x-z=0$.

13.7. Зеркального отражения относительно плоскости $x+z=0$.

- 13.8. Поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/2$.
- 13.9. Проектирования на ось Ox .
- 13.10. Проектирования на плоскость $z=0$.
- 13.11. Проектирования на ось Oz .
- 13.12. Зеркального отражения относительно плоскости Oyz .
- 13.13. Проектирования на ось Oy .
- 13.14. Проектирования на плоскость $y=0$.
- 13.15. Зеркального отражения относительно плоскости $x-y=0$.
- 13.16. Проектирования на плоскость $\sqrt{3}y+z=0$.
- 13.17. Зеркального отражения относительно плоскости Oxz .
- 13.18. Поворота в положительном направлении относительно оси Oy на угол $\pi/2$.
- 13.19. Проектирования на плоскость $x+z=0$.
- 13.20. Проектирования на плоскость $y+\sqrt{3}z=0$.
- 13.21. Проектирования на плоскость $\sqrt{3}x+z=0$.
- 13.22. Проектирования на плоскость $\sqrt{3}x+y=0$.
- 13.23. Поворота относительно оси Oz в положительном направлении на угол $\pi/4$.
- 13.24. Зеркального отражения относительно плоскости $y+z=0$.
- 13.25. Проектирования на плоскость $y-z=0$.
- 13.26. Проектирования на плоскость $y=\sqrt{3}x$.
- 13.27. Проектирования на плоскость Oyz .
- 13.28. Зеркального отражения относительно плоскости $x-z=0$.
- 13.29. Зеркального отражения относительно плоскости Oxy .
- 13.30. Поворота относительно оси Ox на угол $\pi/2$ в положительном направлении.

14. Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей.

14.1.
$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

14.2.
$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

14.3.
$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.4. \begin{pmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.5. \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.6. \begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.7. \begin{pmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.8. \begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$14.9. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.10. \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 2 & 13 & -4 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}.$$

$$14.11. \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.12. \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.13. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$14.14. \begin{pmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.15. \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.16. \begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.17. \begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14.18. \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.19. \begin{pmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$14.20. \begin{pmatrix} 19 & 2 & -2 \\ 6 & 15 & -6 \\ 2 & -2 & 11 \end{pmatrix}.$$

$$14.21. \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$14.22. \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.23. \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$14.24. \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.25. \begin{pmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14.26. \begin{pmatrix} 9 & -6 & -6 \\ -2 & 5 & -2 \\ -2 & 2 & -13 \end{pmatrix}.$$

$$14.27. \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$14.28. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad 14.29. \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 14.30. \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

15. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа.

- 15.1. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 10x_2x_3 + 4x_3^2$. 15.2. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 - x_3^2$.
 15.3. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 5x_2^2 + 6x_2x_3 + x_3^2$. 15.4. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - x_3^2$.
 15.5. $x_1^2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_2x_3 + 4x_3^2$. 15.6. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2$.
 15.7. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2$. 15.8. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 - x_3^2$.
 15.9. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 2x_3^2$. 15.10. $x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 2x_3^2$.
 15.11. $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 2x_3^2$. 15.12. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_3^2$.
 15.13. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2$. 15.14. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2^2 + 4x_2x_3 + 3x_3^2$.
 15.15. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_3^2$. 15.16. $x_1^2 + 4x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 4x_3^2$.
 15.17. $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 3x_2^2 + 4x_3^2$. 15.18. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + x_3^2$.
 15.19. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2$. 15.20. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 12x_2x_3 + 4x_3^2$.
 15.21. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 - 2x_3^2$. 15.22. $4x_1^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2$.
 15.23. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 3x_2^2 + 4x_2x_3 + x_3^2$. 15.24. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 8x_2x_3 + x_3^2$.
 15.25. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_3^2$. 15.26. $4x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 8x_2x_3 + 4x_3^2$.
 15.27. $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 2x_3^2$. 15.28. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 5x_2^2 + 12x_2x_3 + 7x_3^2$.
 15.29. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2$. 15.30. $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 8x_2^2 + 16x_2x_3 + 7x_3^2$.

16. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием.

- 16.1. $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 2\sqrt{3}x_2x_3$. 16.2. $\frac{5\sqrt{2}}{4}x_1^2 + \frac{5\sqrt{2}}{4}x_2^2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}x_3^2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$.

16.3.

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.5.

$$3x_1^2 + 4x_2^2 - \frac{3}{2}x_3^2 + 2\sqrt{3}x_1x_2 - x_1x_3 + \sqrt{3}x_2x_3.$$

16.7.

$$-x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 6x_2x_3.$$

16.9.

$$x_1^2 - 7x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

16.11.

$$10x_1^2 + 14x_2^2 + 7x_3^2 - 10x_1x_2 - \sqrt{2}x_1x_3 - 5\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.13.

$$(3/2)x_1^2 - 5x_2^2 + (3/2)x_3^2 + 4x_1x_2 - x_1x_3 - 4x_2x_3.$$

16.15.

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 2\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.17.

$$2x_1^2 - 3x_3^2 - 2\sqrt{3}x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4\sqrt{3}x_2x_3.$$

16.19.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \frac{4}{3}x_1x_2 + \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.21.

$$x_1^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 4\sqrt{2}x_1x_3 - 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.23.

$$5x_1^2 + 13x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_2x_3.$$

16.25.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + \frac{2}{3}x_1x_2 + \frac{4\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.27.

$$5x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 - 2\sqrt{2}x_1x_3 + 4\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.4.

$$3x_1^2 - 7x_2^2 + 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

16.6.

$$x_1^2 + 5x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$$

16.8.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \frac{4}{3}x_1x_2 - \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3.$$

16.10.

$$-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 5\sqrt{2}x_1x_3 + \sqrt{2}x_2x_3.$$

16.12.

$$-(1/2)x_1^2 + 5x_2^2 - (1/2)x_3^2 - 4x_1x_2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.14.

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.16.

$$-2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.18.

$$2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 - 8x_1x_2 - 4\sqrt{2}x_1x_3 + 2\sqrt{2}x_2x_3.$$

16.20.

$$-4x_1^2 + x_2^2 - 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

16.22.

$$4x_2^2 - 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

16.24.

$$4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3.$$

16.26.

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

16.28.

$$2x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

16.29.

$$-2x_1^2 + 5x_2^2 - 2x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3.$$

16.30.

$$-4x_1^2 - 4x_2^2 + 2x_3^2 - 4x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Написать разложение вектора x по векторам p, q, r .

- 1.1. $x = \{-1, 7, 0\}$, $p = \{0, 3, 1\}$, $q = \{1, -1, 2\}$, $r = \{2, -1, 0\}$.
- 1.2. $x = \{11, -1, 4\}$, $p = \{1, -1, 2\}$, $q = \{3, 2, 0\}$, $r = \{-1, 1, 1\}$.
- 1.3. $x = \{-13, 2, 18\}$, $p = \{1, 1, 4\}$, $q = \{-3, 0, 2\}$, $r = \{1, 2, -1\}$.
- 1.4. $x = \{0, -8, 9\}$, $p = \{0, 1, 5\}$, $q = \{3, 1, -1\}$, $r = \{4, 0, 1\}$.
- 1.5. $x = \{8, -7, -13\}$, $p = \{0, 1, 5\}$, $q = \{3, -1, 2\}$, $r = \{-1, 0, 1\}$.
- 1.6. $x = \{2, 7, 5\}$, $p = \{1, 0, 1\}$, $q = \{1, -2, 0\}$, $r = \{0, 3, 1\}$.
- 1.7. $x = \{15, -20, -1\}$, $p = \{0, 2, 1\}$, $q = \{0, 1, -1\}$, $r = \{5, -3, 2\}$.
- 1.8. $x = \{2, -1, 11\}$, $p = \{1, 1, 0\}$, $q = \{0, 1, -2\}$, $r = \{1, 0, 3\}$.
- 1.9. $x = \{11, 5, -3\}$, $p = \{1, 0, 2\}$, $q = \{-1, 0, 1\}$, $r = \{2, 5, -3\}$.
- 1.10. $x = \{8, 0, 5\}$, $p = \{2, 0, 1\}$, $q = \{1, 1, 0\}$, $r = \{4, 1, 2\}$.
- 1.11. $x = \{3, 1, 8\}$, $p = \{0, 1, 3\}$, $q = \{1, 2, -1\}$, $r = \{2, 0, -1\}$.
- 1.12. $x = \{8, 1, 12\}$, $p = \{1, 2, -1\}$, $q = \{3, 0, 2\}$, $r = \{-1, 1, 1\}$.
- 1.13. $x = \{-9, -8, -3\}$, $p = \{1, 4, 1\}$, $q = \{-3, 2, 0\}$, $r = \{1, -1, 2\}$.
- 1.14. $x = \{-5, 9, -13\}$, $p = \{0, 1, -2\}$, $q = \{3, -1, 1\}$, $r = \{4, 1, 0\}$.
- 1.15. $x = \{-15, 5, 6\}$, $p = \{0, 5, 1\}$, $q = \{3, 2, -1\}$, $r = \{-1, 1, 0\}$.
- 1.16. $x = \{8, 9, 4\}$, $p = \{1, 0, 1\}$, $q = \{0, -2, 1\}$, $r = \{1, 3, 0\}$.
- 1.17. $x = \{23, -14, -30\}$, $p = \{2, 1, 0\}$, $q = \{1, -1, 0\}$, $r = \{-3, 2, 5\}$.
- 1.18. $x = \{3, 1, 3\}$, $p = \{2, 1, 0\}$, $q = \{1, 0, 1\}$, $r = \{4, 2, 1\}$.
- 1.19. $x = \{6, 12, -1\}$, $p = \{1, 3, 0\}$, $q = \{2, -1, 1\}$, $r = \{0, -1, 2\}$.
- 1.20. $x = \{1, -4, 4\}$, $p = \{2, 1, -1\}$, $q = \{0, 3, 2\}$, $r = \{1, -1, 1\}$.
- 1.21. $x = \{-9, 5, 5\}$, $p = \{4, 1, 1\}$, $q = \{2, 0, -3\}$, $r = \{-1, 2, 1\}$.
- 1.22. $x = \{-5, -5, 5\}$, $p = \{-2, 0, 1\}$, $q = \{1, 3, -1\}$, $r = \{0, 4, 1\}$.
- 1.23. $x = \{13, 2, 7\}$, $p = \{5, 1, 0\}$, $q = \{2, -1, 3\}$, $r = \{1, 0, -1\}$.
- 1.24. $x = \{-19, -1, 7\}$, $p = \{0, 1, 1\}$, $q = \{-2, 0, 1\}$, $r = \{3, 1, 0\}$.

$$1.25. \mathbf{x}=\{3, -3, 4\}, \mathbf{p}=\{1, 0, 2\}, \mathbf{q}=\{0, 1, 1\}, \mathbf{r}=\{2, -1, 4\}.$$

$$1.26. \mathbf{x}=\{3, 3, -1\}, \mathbf{p}=\{3, 1, 0\}, \mathbf{q}=\{-1, 2, 1\}, \mathbf{r}=\{-1, 0, 2\}.$$

$$1.27. \mathbf{x}=\{-1, 7, -4\}, \mathbf{p}=\{-1, 2, 1\}, \mathbf{q}=\{2, 0, 3\}, \mathbf{r}=\{1, 1, -1\}.$$

$$1.28. \mathbf{x}=\{6, 5, -14\}, \mathbf{p}=\{1, 1, 4\}, \mathbf{q}=\{0, -3, 2\}, \mathbf{r}=\{2, 1, -1\}.$$

$$1.29. \mathbf{x}=\{6, -1, 7\}, \mathbf{p}=\{1, -2, 0\}, \mathbf{q}=\{-1, 1, 3\}, \mathbf{r}=\{1, 0, 4\}.$$

$$1.30. \mathbf{x}=\{5, 15, 0\}, \mathbf{p}=\{1, 0, 5\}, \mathbf{q}=\{-1, 3, 2\}, \mathbf{r}=\{0, -1, 1\}.$$

2. Доказать, что векторы $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ образуют базис, и найти координаты вектора \mathbf{d} в этом базисе.

$$2.1. \mathbf{a} = \{-3, 0, 1\}, \mathbf{b} = \{2, 7, -3\}, \mathbf{c} = \{-4, 3, 5\}, \mathbf{d} = \{-16, 33, 13\}.$$

$$2.2. \mathbf{a} = \{5, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{-2, 1, 3\}, \mathbf{c} = \{4, -3, 5\}, \mathbf{d} = \{15, -15, 24\}.$$

$$2.3. \mathbf{a} = \{0, 2, -3\}, \mathbf{b} = \{4, -3, -2\}, \mathbf{c} = \{-5, -4, 0\}, \mathbf{d} = \{-19, -5, -4\}.$$

$$2.4. \mathbf{a} = \{3, -1, 2\}, \mathbf{b} = \{-2, 3, 1\}, \mathbf{c} = \{4, -5, -3\}, \mathbf{d} = \{-3, 2, -3\}.$$

$$2.5. \mathbf{a} = \{5, 3, 1\}, \mathbf{b} = \{-1, 2, -3\}, \mathbf{c} = \{3, -4, 2\}, \mathbf{d} = \{-9, -34, 20\}.$$

$$2.6. \mathbf{a} = \{3, 1, -3\}, \mathbf{b} = \{-2, 4, 1\}, \mathbf{c} = \{1, -2, 5\}, \mathbf{d} = \{1, 2, -20\}.$$

$$2.7. \mathbf{a} = \{6, 1, -3\}, \mathbf{b} = \{-3, 2, 1\}, \mathbf{c} = \{-1, -3, 4\}, \mathbf{d} = \{15, 6, -17\}.$$

$$2.8. \mathbf{a} = \{4, 2, 3\}, \mathbf{b} = \{-3, 1, -8\}, \mathbf{c} = \{2, -4, 5\}, \mathbf{d} = \{-12, 14, -31\}.$$

$$2.9. \mathbf{a} = \{-2, 1, 3\}, \mathbf{b} = \{3, -6, 2\}, \mathbf{c} = \{-5, -3, -1\}, \mathbf{d} = \{-31, -6, 22\}.$$

$$2.10. \mathbf{a} = \{1, 3, 6\}, \mathbf{b} = \{-3, 4, -5\}, \mathbf{c} = \{1, -7, 2\}, \mathbf{d} = \{-2, 17, 5\}.$$

$$2.11. \mathbf{a} = \{7, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{5, 1, -2\}, \mathbf{c} = \{-3, 4, 5\}, \mathbf{d} = \{26, 11, 1\}.$$

$$2.12. \mathbf{a} = \{5, 4, 1\}, \mathbf{b} = \{-3, 5, 2\}, \mathbf{c} = \{2, -1, 3\}, \mathbf{d} = \{7, 23, 4\}.$$

$$2.13. \mathbf{a} = \{2, -1, 4\}, \mathbf{b} = \{-3, 0, -2\}, \mathbf{c} = \{4, 5, -3\}, \mathbf{d} = \{0, 11, -14\}.$$

$$2.14. \mathbf{a} = \{-1, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{2, -3, -5\}, \mathbf{c} = \{-6, 3, -1\}, \mathbf{d} = \{28, -19, -7\}.$$

$$2.15. \mathbf{a} = \{1, 3, 4\}, \mathbf{b} = \{-2, 5, 0\}, \mathbf{c} = \{3, -2, -4\}, \mathbf{d} = \{13, -5, -4\}.$$

$$2.16. \mathbf{a} = \{1, -1, 1\}, \mathbf{b} = \{-5, -3, 1\}, \mathbf{c} = \{2, -1, 0\}, \mathbf{d} = \{-15, -10, 5\}.$$

$$2.17. \mathbf{a} = \{3, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{-7, -2, -4\}, \mathbf{c} = \{-4, 0, 3\}, \mathbf{d} = \{16, 6, 15\}.$$

$$2.18. \mathbf{a} = \{3, 5, 4\}, \mathbf{b} = \{-2, 7, -5\}, \mathbf{c} = \{6, -2, 1\}, \mathbf{d} = \{6, -9, 22\}.$$

$$2.19. \mathbf{a} = \{5, 3, 2\}, \mathbf{b} = \{2, -5, 1\}, \mathbf{c} = \{-7, 4, -3\}, \mathbf{d} = \{36, 1, 15\}.$$

$$2.20. \mathbf{a} = \{11, 1, 2\}, \mathbf{b} = \{-3, 3, 4\}, \mathbf{c} = \{-4, -2, 7\}, \mathbf{d} = \{-5, 11, -15\}.$$

$$2.21. \mathbf{a} = \{9, 5, 3\}, \mathbf{b} = \{-3, 2, 1\}, \mathbf{c} = \{4, -7, 4\}, \mathbf{d} = \{-10, -13, 8\}.$$

$$2.22. \mathbf{a} = \{7, 2, 1\}, \mathbf{b} = \{3, -5, 6\}, \mathbf{c} = \{-4, 3, -4\}, \mathbf{d} = \{-1, 18, -16\}.$$

$$2.23. \mathbf{a} = \{5, 7, -2\}, \mathbf{b} = \{-3, 1, 3\}, \mathbf{c} = \{1, -4, 6\}, \mathbf{d} = \{14, 9, -1\}.$$

$$2.24. \mathbf{a} = \{-1, 4, 3\}, \mathbf{b} = \{3, 2, -4\}, \mathbf{c} = \{-2, -7, 1\}, \mathbf{d} = \{6, 20, -3\}.$$

- 2.25. $\mathbf{a} = \{1, 2, 3\}$, $\mathbf{b} = \{-5, 3, -1\}$, $\mathbf{c} = \{-6, 4, 5\}$, $\mathbf{d} = \{-4, 11, 20\}$.
 2.26. $\mathbf{a} = \{-2, 5, 1\}$, $\mathbf{b} = \{3, 2, -7\}$, $\mathbf{c} = \{4, -3, 2\}$, $\mathbf{d} = \{-4, 22, -13\}$.
 2.27. $\mathbf{a} = \{3, 1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-4, 3, -1\}$, $\mathbf{c} = \{2, 3, 4\}$, $\mathbf{d} = \{14, 14, 20\}$.
 2.28. $\mathbf{a} = \{3, -1, 2\}$, $\mathbf{b} = \{-2, 4, 1\}$, $\mathbf{c} = \{4, -5, -1\}$, $\mathbf{d} = \{-5, 11, 1\}$.
 2.29. $\mathbf{a} = \{4, 5, 1\}$, $\mathbf{b} = \{1, 3, 1\}$, $\mathbf{c} = \{-3, -6, 7\}$, $\mathbf{d} = \{19, 33, 0\}$.
 2.30. $\mathbf{a} = \{1, -3, 1\}$, $\mathbf{b} = \{-2, -4, 3\}$, $\mathbf{c} = \{0, -2, 3\}$, $\mathbf{d} = \{-8, -10, 13\}$.

3. По координатам точек A , B и C для указанных векторов найти: а) модуль вектора \mathbf{a} ; б) скалярное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ; в) проекцию вектора \mathbf{c} на вектор \mathbf{d} ; г) координаты точки M , делящей отрезок l в отношении $\alpha:\beta$.

3.1.

$$A(2,4,6), B(-3,5,1), C(4,-5,-4), \mathbf{a} = -6\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BA}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{CA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BA}, l = BC, \alpha = 1, \beta = 3.$$

3.2.

$$A(-4,-2,-5), B(3,7,2), C(4,6,-3), \mathbf{a} = 9\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = BA, \alpha = 4, \beta = 3.$$

3.3.

$$A(5,4,4), B(-5,2,3), C(4,2,-5), \mathbf{a} = 11\overrightarrow{AC} - 6\overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \overrightarrow{BC}, \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 1.$$

3.4.

$$A(3,4,6), B(-4,6,4), C(5,-2,-3), \mathbf{a} = -7\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{CA}, \mathbf{b} = \overrightarrow{BA}, \mathbf{c} = \overrightarrow{CA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = BA, \alpha = 5, \beta = 3.$$

3.5.

$$A(-5,-2,-6), B(3,4,5), C(2,-5,4), \mathbf{a} = 8\overrightarrow{AC} - 5\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 4.$$

3.6.

$$A(3,4,1), B(5,-2,6), C(4,2,-7), \mathbf{a} = -7\overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{BC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 3.$$

3.7.

$$A(2,-4,3), B(-3,-2,4), C(0,0,-2), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{CB}, l = AC, \alpha = 2, \beta = 1.$$

3.8.

$$A(3,4,-4), B(-2,1,2), C(2,-3,1), \mathbf{a} = 5\overrightarrow{CB} + 4\overrightarrow{AC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{BA}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BA, \alpha = 2, \beta = 5.$$

3.9.

$$A(0,2,5), B(2,-3,4), C(3,2,-5), \mathbf{a} = -3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = AC, \alpha = 3, \beta = 2.$$

3.10.

$$A(-2,-3,-4), B(2,-4,0), C(1,4,5), \mathbf{a} = 4\overrightarrow{AC} - 8\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{BC}, l = AB, \alpha = 4, \beta = 2.$$

3.11.

$$A(-2,-3,-2), B(1,4,2), C(1,-3,3), \mathbf{a} = 2\overrightarrow{AC} - 4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 1.$$

3.12.

$$A(5,6,1), B(-2,4,-1), C(3,-3,3), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b} = \mathbf{c} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = BC, \alpha = 3, \beta = 2.$$

3.13.

$$A(4,3,2), B(-4,-3,5), C(6,4,-3), \mathbf{a}=8\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BC}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BC, \alpha=2, \beta=5.$$

3.14.

$$A(-5,4,3), B(4,5,2), C(2,7,-4), \mathbf{a}=3\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AB}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{CA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=BC, \alpha=3, \beta=4.$$

3.15.

$$A(6,4,5), B(-7,1,8), C(2,-2,-7), \mathbf{a}=5\overrightarrow{CB}-2\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=AB, \alpha=3, \beta=2.$$

3.16.

$$A(6,5,-4), B(-5,-2,2), C(3,3,2), \mathbf{a}=6\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=BC, \alpha=1, \beta=5.$$

3.17.

$$A(-3,-5,6), B(3,5,-4), C(2,6,4), \mathbf{a}=4\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{BA}, \mathbf{b}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=4, \beta=2.$$

3.18.

$$A(3,5,4), B(4,2,-3), C(-2,4,7), \mathbf{a}=3\overrightarrow{BA}-4\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=2, \beta=5.$$

3.19.

$$A(4,6,7), B(2,-4,1), C(-3,-4,2), \mathbf{a}=5\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=AB, \alpha=3, \beta=4.$$

3.20.

$$A(4,6,3), B(-5,2,6), C(4,-4,-3), \mathbf{a}=4\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{CB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=AB, \alpha=5, \beta=4.$$

3.21.

$$A(4,3,-2), B(-3,-1,4), C(2,2,1), \mathbf{a}=-5\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=BC, \alpha=2, \beta=3.$$

$$\mathbf{3.22.} \quad A(10,6,3), B(-2,4,5), C(3,-4,-6), \mathbf{a}=5\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=CB, \alpha=1, \beta=5.$$

3.23.

$$A(3,2,4), B(-2,1,3), C(2,-2,-1), \mathbf{a}=4\overrightarrow{BC}-3\overrightarrow{AC}, \mathbf{b}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{BC}, l=AC, \alpha=2, \beta=4.$$

3.24.

$$A(-2,3,-4), B(3,-1,2), C(4,2,4), \mathbf{a}=7\overrightarrow{AC}+4\overrightarrow{CB}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{AB}, \mathbf{d}=\overrightarrow{CB}, l=AB, \alpha=2, \beta=5.$$

3.25.

$$A(4,5,3), B(-4,2,3), C(5,-6,-2), \mathbf{a}=9\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{BC}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{AC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=BC, \alpha=5, \beta=1.$$

3.26.

$$A(-2,-2,4), B(1,3,-2), C(1,4,2), \mathbf{a}=2\overrightarrow{AC}-3\overrightarrow{BA}, \mathbf{b}=\mathbf{c}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=2, \beta=1.$$

3.27.

$$A(2,4,3), B(3,1,-4), C(-1,2,2), \mathbf{a}=2\overrightarrow{BA}+4\overrightarrow{AC}, \mathbf{c}=\mathbf{b}=\overrightarrow{BA}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AC}, l=BA, \alpha=1, \beta=4.$$

3.28.

$$A(2,4,5), B(1,-2,3), C(-1,-2,4), \mathbf{a}=3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}, \mathbf{c}=\mathbf{b}=\overrightarrow{BC}, \mathbf{d}=\overrightarrow{AB}, l=AB, \alpha=2, \beta=3.$$

3.29.

$$A(-1,-2,4), B(-1,3,5), C(1,4,2), \mathbf{a} = 3\overrightarrow{AC} - 7\overrightarrow{BC}, \mathbf{c} = \mathbf{b} = \overrightarrow{AB}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AC}, l = AC, \alpha = 1, \beta = 7.$$

3.30.

$$A(1,3,2), B(-2,4,-1), C(1,3,-2), \mathbf{a} = 2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{CB}, \mathbf{c} = \mathbf{b} = \overrightarrow{AC}, \mathbf{d} = \overrightarrow{AB}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 4.$$

4. Даны векторы \mathbf{a} , \mathbf{b} и \mathbf{c} . Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов; б) найти модуль векторного произведения; в) вычислить скалярное произведение двух векторов; г) проверить, будут ли коллинеарны или ортогональны два вектора; д) проверить, будут ли компланарны три вектора.

4.1. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 6\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $-2\mathbf{a}, \mathbf{b}, -2\mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 7\mathbf{c}$;
в) $5\mathbf{a}, -3\mathbf{b}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $-2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, 7\mathbf{c}$.

4.2. $\mathbf{a} = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, -5\mathbf{c}$; б) $-3\mathbf{b}, 11\mathbf{c}$;
в) $8\mathbf{a}, -6\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $8\mathbf{a}, -3\mathbf{b}, 11\mathbf{c}$.

4.3. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{c} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, 2\mathbf{c}$; б) $-4\mathbf{b}, 11\mathbf{a}$;
в) $3\mathbf{a}, -7\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{b} ; д) $3\mathbf{a}, 7\mathbf{b}, -2\mathbf{c}$.

4.4. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -3\mathbf{i} + 5\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 6\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, -\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $-7\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$;
в) $3\mathbf{a}, 9\mathbf{b}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $3\mathbf{a}, -9\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$.

4.5. $\mathbf{a} = -3\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 8\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 8\mathbf{k}$; а) $4\mathbf{a}, -6\mathbf{b}, 5\mathbf{c}$; б) $-7\mathbf{a}, 9\mathbf{c}$;
в) $3\mathbf{b}, -8\mathbf{c}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $4\mathbf{a}, -6\mathbf{b}, 9\mathbf{c}$.

4.6. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -9\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$; а) $7\mathbf{a}, 5\mathbf{b}, -\mathbf{c}$; б) $-5\mathbf{a}, 4\mathbf{b}$;
в) $3\mathbf{b}, -8\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $7\mathbf{a}, 5\mathbf{b}, -\mathbf{c}$.

4.7. $\mathbf{a} = 9\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} - 15\mathbf{j} + 21\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $-6\mathbf{a}, 4\mathbf{c}$;
в) $5\mathbf{b}, 7\mathbf{a}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{b}, 4\mathbf{c}$.

4.8. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 5\mathbf{i} + 25\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 3\mathbf{b}, \mathbf{c}$; б) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{c}$;
в) $\mathbf{b}, -4\mathbf{c}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.

4.9. $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 21\mathbf{k}$; а) $5\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, \mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 2\mathbf{c}$;
в) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, -3\mathbf{b}, \mathbf{c}$.

4.10. $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 7\mathbf{i} = 3\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$;
в) $\mathbf{c}, -2\mathbf{a}$; г) \mathbf{a}, \mathbf{c} ; д) $3\mathbf{a}, 2\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.

4.11. $\mathbf{a} = -7\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$; а) $2\mathbf{a}, -2\mathbf{b}, -7\mathbf{c}$; б) $4\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$;
в) $2\mathbf{a}, -7\mathbf{c}$; г) \mathbf{b}, \mathbf{c} ; д) $2\mathbf{a}, 4\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$.

4.12. $\mathbf{a} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$; а) $\mathbf{a}, 6\mathbf{b}, 3\mathbf{c}$; б) $2\mathbf{b}, \mathbf{a}$;

- в) $a, -4c$; г) a, b ; д) $a, 6b, 3c$.
- 4.13. $a=3i-2j+k, b=2j-3k, c=-3i+2j-k$; а) $a, -3b, 2c$; б) $5a, 3c$;
в) $-2a, 4b$; г) a, c ; д) $5a, 4b, 3c$.
- 4.14. $a=4i-j+3k, b=2i+3j-5k, c=7i+2j+4k$; а) $7a, -4b, 2c$;
б) $3a, 5c$; в) $2b, 4c$; г) b, c ; д) $7a, 2b, 5c$.
- 4.15. $a=4i+2j-3k, b=2i+k, c=-12i-6j+9k$; а) $2a, 3b, c$; б) $4a, 3b$;
в) $b, -4c$; г) a, c ; д) $2a, 3b, -4c$.
- 4.16. $a=-i+5k, b=-3i+2j+2k, c=-2i-4j+k$; а) $3a, -4b, 2c$;
б) $7a, -3c$;
в) $2b, 3a$; г) b, c ; д) $7a, 2b, -3c$.
- 4.17. $a=6i-4j+6k, b=9i-6j+9k, c=i-8k$; а) $2a, -4b, 3c$; б) $3b, -9c$;
в) $3a, -5c$; г) a, b ; д) $3a, -4b, -9c$.
- 4.18. $a=5i-3j+4k, b=2i-4j-2k, c=3i+5j-7k$; а) $a, -4b, 2c$;
б) $-2b, 4c$; в) $-3a, 6c$; г) b, c ; д) $a, -2b, 6c$.
- 4.19. $a=2i-7j+5k, b=-i+2j-6k, c=3i+2j-4k$; а) $-3a, 6b, -c$;
б) $5b, 3c$; в) $7a, -4b$; г) b, c ; д) $7a, -4b, 3c$.
- 4.20. $a=7i-4j-5k, b=i-11j+3k, c=5i+5j+3k$; а) $3a, -7b, 2c$;
б) $2b, 6c$; в) $-4a, -5c$; г) a, c ; д) $-4a, 2b, 6c$.
- 4.21. $a=4i-6j-2k, b=-2i+3j+k, c=3i-5j+7k$; а) $6a, 3b, 8c$;
б) $-7b, 6a$; в) $-5a, 4c$; г) a, b ; д) $-5a, 3b, 4c$.
- 4.22. $a=3i-j+2k, b=-i+5j-4k, c=6i-2j+4k$;
а) $4a, -7b, -2c$; б) $6a, -4c$; в) $-2a, 5b$; г) a, c ; д) $6a, -7b, -2c$.
- 4.23. $a=-3i-j-5k, b=2i-4j+8k, c=3i+7j-k$; а) $2a, -b, 3c$;
б) $-9b, 4c$; в) $5b, -6c$; г) b, c ; д) $2a, 5b, -6c$.
- 4.24. $a=-3i+2j+7k, b=i-5k, c=6i+4j-k$; а) $-2a, b, 7c$; б) $5a, -2c$;
в) $3b, c$; г) a, c ; д) $-2a, 3b, 7c$.
- 4.25. $a=3i-j+5k, b=2i-4j+6k, c=i-2j+3k$; а) $-3a, 4b, -5c$;
б) $6b, 3c$; в) $a, 4c$; г) b, c ; д) $-3a, 4b, -5c$.
- 4.26. $a=4i-5j-4k, b=5i-j, c=2i+4j-3k$; а) $a, 7b, -2c$; б) $-5a, 4b$;
в) $8c, -3a$; г) a, c ; д) $-3a, 4b, 8c$.
- 4.27. $a=-9i+4k, b=2i-4j+6k, c=3i-6j+9k$; а) $3a, -5b, -4c$;
б) $6b, 2c$; в) $-2a, 8c$; г) b, c ; д) $3a, 6b, -4c$.
- 4.28. $a=5i-6j-4k, b=4i+8j-7k, c=3j-4k$; а) $5a, 3b, -4c$; б) $4b, a$;
в) $7a, -2c$; г) a, b ; д) $5a, 4b, -2c$.
- 4.29. $a=-2i+4j-3k, b=5i+j-2k, c=7i+4j-k$; а) $a, -6b, 2c$;
б) $-8b, 5c$; в) $-9a, 7c$; г) a, b ; д) $a, -6b, 5c$.

- 4.30. $a = -9i + 4j - 5k$, $b = i - 2j + 4k$, $c = -5i + 10j - 20k$; а) $-2a, 7b, 5c$;
 б) $-6b, 7c$; в) $9a, 4c$; г) b, c ; д) $-2a, 7b, 4c$.

5. Найти косинус угла между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} .

5.1.

$$A(3, 3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, -3).$$

5.3.

$$A(-2, 1, 1), B(2, 3, -2), C(0, 0, 3).$$

5.5.

$$A(1, 4, -1), B(-2, 4, -5), C(8, 4, 0).$$

5.7.

$$A(0, 1, 0), B(0, 2, 1), C(1, 2, 0).$$

5.9.

$$A(-4, 0, 4), B(-1, 6, 7), C(1, 10, 9).$$

5.11.

$$A(-2, 4, -6), B(0, 2, -4), C(-6, 8, -10).$$

5.13.

$$A(1, -2, 3), B(0, -1, 2), C(3, -4, 5).$$

5.15.

$$A(0, -3, 6), B(-12, -3, -3), C(-9, -3, -6).$$

5.17.

$$A(3, 3, -1), B(5, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

5.19.

$$A(-1, 2, -3), B(3, 4, -6), C(1, 1, -1).$$

5.21.

$$A(7, 0, 2), B(7, 1, 3), C(8, -1, 2).$$

5.23.

$$A(2, 3, 2), B(-1, -3, -1), C(-3, -7, -3).$$

5.25.

$$A(2, 2, 7), B(0, 0, 6), C(-2, 5, 7).$$

5.27.

$$A(-1, 2, -3), B(0, 1, -2), C(-3, 4, -5).$$

5.29.

$$A(0, 3, -6), B(9, 3, 6), C(12, 3, 3).$$

5.2.

$$A(6, 2, -3), B(6, 3, -2), C(7, 3, -3).$$

5.4.

$$A(0, 0, 4), B(-3, -6, 1), C(-5, -10, -1).$$

5.6.

$$A(2, -8, -1), B(4, -6, 0), C(-2, -5, -1).$$

5.8.

$$A(3, -6, 9), B(0, -3, 6), C(9, -12, 15).$$

5.10.

$$A(0, 2, -4), B(8, 2, 2), C(6, 2, 4).$$

5.12.

$$A(3, 3, -1), B(5, 1, -2), C(4, 1, 1).$$

5.14.

$$A(-4, 3, 0), B(0, 1, 3), C(-2, 4, -2).$$

5.16.

$$A(1, -1, 0), B(-2, -1, 4), C(8, -1, -1).$$

5.18.

$$A(-4, -2, 0), B(-1, -2, 4), C(3, -2, 1).$$

5.20.

$$A(5, 3, -1), B(5, 2, 0), C(6, 4, -1).$$

5.22.

$$A(-3, -7, -5), B(0, -1, -2), C(2, 3, 0).$$

5.24.

$$A(2, -4, 6), B(0, -2, 4), C(6, -8, 10).$$

5.26.

$$A(0, 1, -2), B(3, 1, 2), C(4, 1, 1).$$

5.28.

$$A(3, 3, -1), B(1, 5, -2), C(4, 1, 1).$$

5.30.

$$A(2, 1, -1), B(6, -1, -4), C(4, 2, 1).$$

6. Коллинеарны ли векторы c_1 и c_2 , построенные по векторам a и b ?

6.1.

$$a = \{2, -1, 6\}, b = \{-1, 3, 8\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 2a - 5b.$$

6.2.

$$a = \{3, 7, 0\}, b = \{1, -3, 4\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$$

6.3.

$$a = \{5, 0, 8\}, b = \{-3, 1, 7\}, c_1 = 3a - 4b, c_2 = 12b - 9a.$$

6.4.

$$a = \{1, 2, -1\}, b = \{2, -7, 1\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$$

6.5.

$$a = \{-1, 3, 4\}, b = \{2, -1, 0\}, c_1 = 6a - 2b, c_2 = b - 3a.$$

6.6.

$$a = \{7, 9, -2\}, b = \{5, 4, 3\}, c_1 = 4a - b, c_2 = 4b - a.$$

6.7.

$$a = \{4, 2, -7\}, b = \{5, 0, -3\}, c_1 = a - 3b, c_2 = 6b - 2a.$$

6.8.

$$a = \{5, 0, -2\}, b = \{6, 4, 3\}, c_1 = 5a - 3b, c_2 = 6b - 10a.$$

6.9.

$$a = \{2, 0, -5\}, b = \{1, -3, 4\}, c_1 = 2a - 5b, c_2 = 5a - 2b.$$

6.10.

$$a = \{8, 3, -1\}, b = \{4, 1, 3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 2b - 4a.$$

6.11.

$$a = \{-1, 2, 8\}, b = \{3, 7, -1\}, c_1 = 4a - 3b, c_2 = 9b - 12a.$$

6.12.

$$a = \{3, -1, 6\}, b = \{5, 7, 10\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$$

6.13.

$$a = \{1, 0, 1\}, b = \{-2, 3, 5\}, c_1 = a + 2b, c_2 = 3a - b.$$

6.14.

$$a = \{3, 4, -1\}, b = \{2, -1, 1\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$$

6.15.

$$a = \{-2, 4, 1\}, b = \{1, -2, 7\}, c_1 = 5a + 3b, c_2 = 2a - b.$$

6.16.

$$a = \{-2, -3, -2\}, b = \{1, 0, 5\}, c_1 = 3a + 9b, c_2 = -a - 3b.$$

6.17.

$$a = \{1, 2, -3\}, b = \{2, -1, -1\}, c_1 = 4a + 3b, c_2 = 8a - b.$$

6.18.

$$a = \{-1, 4, 2\}, b = \{3, -2, 6\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$$

6.19.

$$a = \{1, -2, 4\}, b = \{7, 3, 5\}, c_1 = 6a - 3b, c_2 = b - 2a.$$

6.20.

$$a = \{5, 0, -1\}, b = \{7, 2, 3\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3b - 6a.$$

6.21.

$$a = \{3, 7, 0\}, b = \{4, 6, -1\}, c_1 = 3a + 2b, c_2 = 5a - 7b.$$

6.22.

$$a = \{0, 3, -2\}, b = \{1, -2, 1\}, c_1 = 5a - 2b, c_2 = 3a + 5b.$$

6.23.

$$a = \{2, -1, 4\}, b = \{3, -7, -6\}, c_1 = 2a - 3b, c_2 = 3a - 2b.$$

6.24.

$$a = \{-2, 7, -1\}, b = \{-3, 5, 2\}, c_1 = 2a + 3b, c_2 = 3a + 2b.$$

6.25.

$$a = \{5, -1, -2\}, b = \{6, 0, 7\}, c_1 = 3a - 2b, c_2 = 4b - 6a.$$

6.26.

$$a = \{3, 5, 4\}, b = \{5, 9, 7\}, c_1 = -2a + b, c_2 = 3a - 2b.$$

6.27.

$$a = \{-9, 5, 3\}, b = \{7, 1, -2\}, c_1 = 2a - b, c_2 = 3a + 5b.$$

6.28.

$$a = \{1, 4, -2\}, b = \{1, 1, -1\}, c_1 = a + b, c_2 = 4a + 2b.$$

6.29.

$$a = \{4, 2, 9\}, b = \{0, -1, 3\}, c_1 = 4b - 3a, c_2 = 4a - 3b.$$

6.30.

$$a = \{1, -2, 5\}, b = \{3, -1, 0\}, c_1 = 4a - 2b, c_2 = b - 2a.$$

7. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b .

7.1.

$$a = 4p - q, b = p + 2q; |p| = 5, |q| = 4, (\widehat{pq}) = \pi/4.$$

7.2.

$$a = 5p - q, b = p + q; |p| = 5, |q| = 3, (\widehat{pq}) = 5\pi/6.$$

7.3.

$$a = 2p + 3q, b = p - 2q; |p| = 6, |q| = 7, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.4.

$$a = 3p - 4q, b = p + 3q; |p| = 2, |q| = 3, (\widehat{pq}) = \pi/4.$$

7.5.

$$a = 3p - q, b = p + 2q; |p| = 3, |q| = 4, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.6.

$$a = 6p - q, b = 5q + p; |p| = 1/2, |q| = 4, (\widehat{pq}) = 5\pi/6.$$

7.7.

$$a = 2p + 3q, b = p - 2q; |p| = 2, |q| = 3, (\widehat{pq}) = \pi/4.$$

7.8.

$$a = 2p + 3q, b = p - 2q; |p| = 2, |q| = 1, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.9.

$$a = 2p - 3q, b = 3p + q; |p| = 4, |q| = 1, (\widehat{pq}) = \pi/6.$$

7.10.

$$a = 2p - 3q, b = 5p + q; |p| = 2, |q| = 3, (\widehat{pq}) = \pi/2.$$

7.11.

$$a = 5p + q, b = p - 3q; |p| = 1, |q| = 2, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.12.

$$a = 3p + 2q, b = 2p - q; |p| = 4, |q| = 3, (\widehat{pq}) = 3\pi/4.$$

7.13.

$$a = p - 3q, b = p + 2q; |p| = 1/5, |q| = 1, (\widehat{pq}) = \pi/2.$$

7.14.

$$a = 7p - 2q, b = p + 3q; |p| = 1/2, |q| = 2, (\widehat{pq}) = \pi/2.$$

7.15.

$$a = 3p - 2q, b = p + 5q; |p| = 4, |q| = 1/2, (\widehat{pq}) = 5\pi/6.$$

7.16.

$$a = 6p - q, b = p + q; |p| = 3, |q| = 4, (\widehat{pq}) = \pi/4.$$

7.17.

$$a = p - 2q, b = 2p + q; |p| = 2, |q| = 3, (\widehat{pq}) = 3\pi/4.$$

7.18.

$$a = 10p + q, b = 3p - 2q; |p| = 4, |q| = 1, (\widehat{pq}) = \pi/6.$$

7.19.

$$a = p + 3q, b = p - 2q; |p| = 2, |q| = 3, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.20.

$$a = 6p - q, b = p + 2q; |p| = 8, |q| = 1/2, (\widehat{pq}) = \pi/3.$$

7.21.

$$a = 2p - q, b = p + 3q; |p| = 3, |q| = 2, (\widehat{pq}) = \pi/2.$$

7.22.

$$a = 3p + 4q, b = q - p; |p| = 2, 5, |q| = 2, (\widehat{pq}) = \pi/2.$$

7.23.

$$a = 4p + q, b = p - q; |p| = 7, |q| = 2, (\widehat{pq}) = \pi/4.$$

7.24.

$$a = 7p + q, b = p - 3q; |p| = 3, |q| = 1, (\widehat{pq}) = 3\pi/4.$$

7.25.

$$a = p - 4q, b = 3p + q; |p| = 1, |q| = 1, (\widehat{pq}) = \pi/6.$$

7.26.

$$a = p + 3q, b = 3p - q; |p| = 3, |q| = 5, (\widehat{pq}) = 2\pi/3.$$

7.27.

$$a=p+4q, b=2p-q; |p|=7, |q|=2, (\widehat{pq})=\pi/3.$$

7.29.

$$a=3p+2q, b=p-q; |p|=10, |q|=1, (\widehat{pq})=\pi/2.$$

7.28.

$$a=3p+q, b=p-3q; |p|=7, |q|=2, (\widehat{pq})=\pi/4.$$

7.30.

$$a=3p+q, b=p-2q; |p|=4, |q|=1, (\widehat{pq})=\pi/4.$$

8. Компланарны ли векторы a , b и c ?

8.1.

$$a=\{4, -1, -6\}, b=\{1, -3, -7\}, c=\{2, -1, -4\}.$$

8.2.

$$a=\{4, 3, 1\}, b=\{6, 7, 4\}, c=\{2, 0, -1\}.$$

8.3.

$$a=\{3, 1, 0\}, b=\{-5, -4, -5\}, c=\{4, 2, 4\}.$$

8.4.

$$a=\{3, 2, 1\}, b=\{1, -3, -7\}, c=\{1, 2, 3\}.$$

8.5.

$$a=\{3, 0, 3\}, b=\{8, 1, 6\}, c=\{1, 1, -1\}.$$

8.6.

$$a=\{3, 7, 2\}, b=\{-2, 0, -1\}, c=\{2, 2, 1\}.$$

8.7.

$$a=\{1, -1, 4\}, b=\{1, 0, 3\}, c=\{1, -3, 8\}.$$

8.8.

$$a=\{1, -2, 6\}, b=\{1, 0, 1\}, c=\{2, -6, 17\}.$$

8.9.

$$a=\{6, 3, 4\}, b=\{-1, -2, -1\}, c=\{2, 1, 2\}.$$

8.10.

$$a=\{6, 3, 4\}, b=\{-1, -2, -1\}, c=\{2, 1, 2\}.$$

8.11.

$$a=\{4, 1, 1\}, b=\{-9, -4, -9\}, c=\{6, 2, 6\}.$$

8.12.

$$a=\{7, 3, 4\}, b=\{-1, -2, -1\}, c=\{4, 2, 4\}.$$

8.13.

$$a=\{-3, 3, 3\}, b=\{-4, 7, 6\}, c=\{3, 0, -1\}.$$

8.14.

$$a=\{2, 3, 2\}, b=\{4, 7, 5\}, c=\{2, 0, -1\}.$$

8.15.

$$a=\{5, 3, 4\}, b=\{-1, 0, -1\}, c=\{4, 2, 4\}.$$

8.16.

$$a=\{7, 4, 6\}, b=\{2, 1, 1\}, c=\{19, 11, 17\}.$$

8.17.

$$a=\{3, 10, 5\}, b=\{-2, -2, -3\}, c=\{2, 4, 3\}.$$

8.18.

$$a=\{2, 3, 1\}, b=\{-1, 0, -1\}, c=\{2, 2, 2\}.$$

8.19.

$$a=\{-2, -4, -3\}, b=\{4, 3, 1\}, c=\{6, 7, 4\}.$$

8.20.

$$a=\{3, 2, 1\}, b=\{2, 3, 4\}, c=\{3, 1, -1\}.$$

8.21.

$$a=\{3, 1, -1\}, b=\{1, 0, -1\}, c=\{8, 3, -2\}.$$

8.22.

$$a=\{1, 5, 2\}, b=\{-1, 1, -1\}, c=\{1, 1, 1\}.$$

8.23.

$$a=\{4, 2, 2\}, b=\{-3, -3, -3\}, c=\{2, 1, 2\}.$$

8.24.

$$a=\{1, -1, -3\}, b=\{3, 2, 1\}, c=\{2, 3, 4\}.$$

8.25.

$$a=\{4, 1, 2\}, b=\{9, 2, 5\}, c=\{1, 1, -1\}.$$

8.26.

$$a=\{3, 3, 1\}, b=\{1, -2, 1\}, c=\{1, 1, 1\}.$$

8.27.

$$a=\{5, 3, 4\}, b=\{4, 3, 3\}, c=\{9, 5, 8\}.$$

8.28.

$$a=\{3, 1, -1\}, b=\{-2, -1, 0\}, c=\{5, 2, -1\}.$$

8.29.

$$a=\{3, 4, 2\}, b=\{1, 1, 0\}, c=\{8, 11, 6\}.$$

8.30.

$$a=\{4, 3, 1\}, b=\{1, -2, 1\}, c=\{2, 2, 2\}.$$

9. Вершины пирамиды находятся в точках А, В, С и D. Вычислить:
 а) площадь указанной грани; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра l и две вершины пирамиды; в) объем пирамиды ABCD.

- 9.1. $A(7,4,2)$, $B(-5,3,-9)$, $C(1,-5,3)$, $D(7,-9,1)$; а) ABD; б) $l=BD$, А и С .
 9.2. $A(-8,2,7)$, $B(3,-5,9)$, $C(2,4,-6)$, $D(4,6,-5)$; а) ACD; б) $l=AD$, В и С .
 9.3. $A(4,3,1)$, $B(2,7,5)$, $C(-4,-2,4)$, $D(2,-3,-5)$; а) ACD; б) $l=AB$, С и D .
 9.4. $A(-9,-7,4)$, $B(-4,3,-1)$, $C(5,-4,2)$, $D(3,4,4)$; а) BCD; б) $l=CD$, А и В .
 9.5. $A(3,5,3)$, $B(-3,2,8)$, $C(-3,-2,6)$, $D(7,8,-2)$; а) ACD; б) $l=BD$, А и С .
 9.6. $A(4,2,3)$, $B(-5,-4,2)$, $C(5,7,-4)$, $D(6,4,-7)$; а) ABD; б) $l=AD$, В и С .
 9.7. $A(-4,-2,-3)$, $B(2,5,7)$, $C(6,3,-1)$, $D(6,-4,1)$; а) ACD; б) $l=BC$, А и D .
 9.8. $A(3,4,5)$, $B(1,2,1)$, $C(-2,-3,6)$, $D(3,-6,-3)$; а) ACD; б) $l=AB$, С и D .
 9.9. $A(-7,-5,6)$, $B(-2,5,-3)$, $C(3,-2,4)$, $D(1,2,2)$; а) BCD; б) $l=CD$, А и В .
 9.10. $A(1,3,1)$, $B(-1,4,6)$, $C(-2,-3,4)$, $D(3,4,-4)$; а) ACD; б) $l=BC$, А и D .
 9.11. $A(2,4,1)$, $B(-3,-2,4)$, $C(3,5,-2)$, $D(4,2,-3)$; а) ABD; б) $l=AC$, В и D .
 9.12. $A(-5,-3,-4)$, $B(1,4,6)$, $C(3,2,-2)$, $D(8,-2,4)$; а) ACD; б) $l=BC$, А и D .
 9.13. $A(3,4,2)$, $B(-2,3,-5)$, $C(4,-3,6)$, $D(6,-5,3)$; а) ABD; б) $l=BD$, А и С .
 9.14. $A(-4,6,3)$, $B(3,-5,1)$, $C(2,6,-4)$, $D(2,4,-5)$; а) ACD; б) $l=AD$, В и С .
 9.15. $A(7,5,8)$, $B(-4,-5,3)$, $C(2,-3,5)$, $D(5,1,-4)$; а) BCD; б) $l=BC$, А и D .
 9.16. $A(3,-2,6)$, $B(-6,-2,3)$, $C(1,1,-4)$, $D(4,6,-7)$; а) ABD; б) $l=BD$, А и С .
 9.17. $A(-5,-4,-3)$, $B(7,3,-1)$, $C(6,-2,0)$, $D(3,2,-7)$; а) BCD; б) $l=AD$, В и С .
 9.18. $A(3,-5,-2)$, $B(-4,2,3)$, $C(1,5,7)$, $D(-2,-4,5)$; а) ACD; б) $l=BD$, А и С .
 9.19. $A(5,-4,4)$, $B(-4,-6,5)$, $C(3,2,-7)$, $D(6,2,-9)$; а) ABD; б) $l=BD$, А и С .
 9.20. $A(-7,-6,-5)$, $B(5,1,-3)$, $C(8,-4,0)$, $D(3,4,-7)$; а) BCD; б) $l=AD$, В и С .
 9.21. $A(7,-1,-2)$, $B(1,7,8)$, $C(3,7,9)$, $D(-3,-5,2)$; а) ACD; б) $l=BD$, А и С .
 9.22. $A(5,2,7)$, $B(7,-6,-9)$, $C(-7,-6,3)$, $D(1,-5,2)$; а) ABD; б) $l=AB$, С и D .
 9.23. $A(-2,-5,-1)$, $B(-6,-7,9)$, $C(4,-5,1)$, $D(2,1,4)$; а) BCD; б) $l=BC$, А и D .
 9.24. $A(-6,-3,-5)$, $B(5,1,7)$, $C(3,5,-1)$, $D(4,-2,9)$; а) ACD; б) $l=BC$, А и D .
 9.25. $A(7,4,9)$, $B(1,-2,-3)$, $C(-5,-3,0)$, $D(1,-3,4)$; а) ABD; б) $l=AB$, С и D .
 9.26. $A(-4,-7,-3)$, $B(-4,-5,7)$, $C(2,-3,3)$, $D(3,2,1)$; а) BCD; б) $l=BC$, А и D .
 9.27. $A(-4,-5,-3)$, $B(3,1,2)$, $C(5,7,-6)$, $D(6,-1,5)$; а) ACD; б) $l=BC$, А и D .
 9.28. $A(5,2,4)$, $B(-3,5,-7)$, $C(1,-5,8)$, $D(9,-3,5)$; а) ABD; б) $l=BD$, А и С .
 9.29. $A(-6,4,5)$, $B(5,-7,3)$, $C(4,2,-8)$, $D(2,8,-3)$; а) ACD; б) $l=AD$, В и С .

9.30. $A(5,3,6)$, $B(-3,-4,4)$, $C(5,-6,8)$, $D(4,0,-3)$; а) BCD ; б) $l=BC$, A и D .

10. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

10.1. $A_1(1,3,0)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(3,0,1)$, $A_4(-4,3,5)$.

10.2. $A_1(-2,-1,-1)$, $A_2(0,3,2)$, $A_3(3,1,-4)$, $A_4(-4,7,3)$.

10.3. $A_1(-3,-5,6)$, $A_2(2,1,-4)$, $A_3(0,-3,-1)$, $A_4(-5,2,-8)$.

10.4. $A_1(2,-4,-3)$, $A_2(5,-6,0)$, $A_3(-1,3,-3)$, $A_4(-10,-8,7)$.

10.5. $A_1(1,-1,2)$, $A_2(2,1,2)$, $A_3(1,1,4)$, $A_4(6,-3,8)$.

10.6. $A_1(1,1,-1)$, $A_2(2,3,1)$, $A_3(3,2,1)$, $A_4(5,9,-8)$.

10.7. $A_1(1,5,-7)$, $A_2(-3,6,3)$, $A_3(-2,7,3)$, $A_4(-4,8,-12)$.

10.8. $A_1(-3,4,-7)$, $A_2(1,5,-4)$, $A_3(-5,-2,0)$, $A_4(2,5,4)$.

10.9. $A_1(-1,2,-3)$, $A_2(4,-1,2)$, $A_3(2,1,-2)$, $A_4(3,4,5)$.

10.10. $A_1(4,-1,3)$, $A_2(-2,1,0)$, $A_3(0,-5,1)$, $A_4(3,2,-6)$.

10.11. $A_1(1,-1,1)$, $A_2(-2,0,3)$, $A_3(2,1,-1)$, $A_4(2,-2,-4)$.

10.12. $A_1(1,2,0)$, $A_2(1,-1,2)$, $A_3(0,1,-1)$, $A_4(-3,0,1)$.

10.13. $A_1(1,0,2)$, $A_2(1,2,-1)$, $A_3(2,-2,1)$, $A_4(2,1,0)$.

10.14. $A_1(1,2,-3)$, $A_2(1,0,1)$, $A_3(-2,-1,6)$, $A_4(0,-5,-4)$.

10.15. $A_1(3,10,-1)$, $A_2(-2,3,-5)$, $A_3(-6,0,-3)$, $A_4(1,-1,2)$.

10.16. $A_1(-1,2,4)$, $A_2(-1,-2,-4)$, $A_3(3,0,-1)$, $A_4(7,-3,1)$.

10.17. $A_1(0,-3,1)$, $A_2(-4,1,2)$, $A_3(2,-1,5)$, $A_4(3,1,-4)$.

10.18. $A_1(-4,2,6)$, $A_2(2,-3,0)$, $A_3(-10,5,8)$, $A_4(-5,2,-4)$.

10.19. $A_1(7,2,4)$, $A_2(7,-1,-2)$, $A_3(3,3,1)$, $A_4(-4,2,1)$.

10.20. $A_1(2,1,4)$, $A_2(-1,5,-2)$, $A_3(-7,-3,2)$, $A_4(-6,-3,6)$.

10.21. $A_1(-1,-5,2)$, $A_2(-6,0,-3)$, $A_3(3,6,-3)$, $A_4(-10,6,7)$.

10.22. $A_1(0,-1,-1)$, $A_2(-2,3,5)$, $A_3(1,-5,-9)$, $A_4(-1,-6,3)$.

- 10.23. $A_1(5, 2, 0)$, $A_2(2, 5, 0)$, $A_3(1, 2, 4)$, $A_4(-1, 1, 1)$.
 10.24. $A_1(2, -1, -2)$, $A_2(1, 2, 1)$, $A_3(5, 0, -6)$, $A_4(-10, 9, -7)$.
 10.25. $A_1(-2, 0, -4)$, $A_2(-1, 7, 1)$, $A_3(4, -8, -4)$, $A_4(1, -4, 6)$.
 10.26. $A_1(14, 4, 5)$, $A_2(-5, -3, 2)$, $A_3(-2, -6, -3)$, $A_4(-2, 2, -1)$.
 10.27. $A_1(1, 2, 0)$, $A_2(3, 0, -3)$, $A_3(5, 2, 6)$, $A_4(8, 4, -9)$.
 10.28. $A_1(2, -1, 2)$, $A_2(1, 2, -1)$, $A_3(3, 2, 1)$, $A_4(-4, 2, 5)$.
 10.29. $A_1(1, 1, 2)$, $A_2(4, 1, -2)$, $A_3(6, 3, 7)$, $A_4(7, 5, -3)$.
 10.30. $A_1(2, 3, 1)$, $A_2(4, 1, -2)$, $A_3(6, 3, 7)$, $A_4(7, 5, -3)$.

11. Даны четыре точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$, $A_2(x_2, y_2, z_2)$, $A_3(x_3, y_3, z_3)$, $A_4(x_4, y_4, z_4)$. Составить уравнения: а) плоскости $A_1A_2A_3$; б) прямой A_1A_2 ; в) прямой A_4M , перпендикулярной к плоскости $A_1A_2A_3$; г) прямой A_3N , параллельной прямой A_1A_2 ; д) плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно к прямой A_1A_2 . Вычислить: е) синус угла между прямой A_1A_4 и плоскостью $A_1A_2A_3$; ж) косинус угла между координатной плоскостью Oxy и плоскостью $A_1A_2A_3$.

- 11.1. $A_1(6, 6, 5)$, $A_2(4, 9, 5)$, $A_3(4, 6, 11)$, $A_4(6, 9, 3)$.
 11.2. $A_1(7, 2, 2)$, $A_2(-5, 7, -7)$, $A_3(5, -3, 1)$, $A_4(2, 3, 7)$.
 11.3. $A_1(8, -6, 4)$, $A_2(10, 5, -5)$, $A_3(5, 6, -8)$, $A_4(8, 10, 7)$.
 11.4. $A_1(1, -1, 3)$, $A_2(6, 5, 8)$, $A_3(3, 5, 8)$, $A_4(8, 4, 1)$.
 11.5. $A_1(1, -2, 7)$, $A_2(4, 2, 10)$, $A_3(2, 3, 5)$, $A_4(5, 3, 7)$.
 11.6. $A_1(4, 2, 10)$, $A_2(1, 2, 0)$, $A_3(3, 5, 7)$, $A_4(2, -3, 5)$.
 11.7. $A_1(2, 3, 5)$, $A_2(5, 3, -7)$, $A_3(1, 2, 7)$, $A_4(4, 2, 0)$.
 11.8. $A_1(5, 3, 7)$, $A_2(-2, 3, 7)$, $A_3(4, 2, 10)$, $A_4(1, 2, 7)$.
 11.9. $A_1(4, 3, 5)$, $A_2(1, 9, 7)$, $A_3(0, 2, 0)$, $A_4(5, 3, 10)$.

- 11.10. $A_1(3, 2, 5), A_2(4, 0, 6), A_3(2, 6, 5), A_4(6, 4, -1)$.
 11.11. $A_1(2, 1, 6), A_2(1, 4, 9), A_3(2, -5, 8), A_4(5, 4, 2)$.
 11.12. $A_1(2, 1, 7), A_2(3, 3, 6), A_3(2, -3, 9), A_4(1, 2, 5)$.
 11.13. $A_1(2, -1, 7), A_2(6, 3, 1), A_3(3, 2, 8), A_4(2, -3, 7)$.
 11.14. $A_1(0, 4, 5), A_2(3, -2, 1), A_3(4, 5, 6), A_4(3, 3, 2)$.
 11.15. $A_1(3, 1, 4), A_2(-1, 6, 1), A_3(-1, 1, 6), A_4(0, 4, -1)$.
 11.16. $A_1(3, -1, 2), A_2(-1, 0, 1), A_3(1, 7, 3), A_4(8, 5, 8)$.
 11.17. $A_1(3, 5, 4), A_2(5, 8, 3), A_3(1, 2, -2), A_4(-1, 0, 2)$.
 11.18. $A_1(2, 4, 3), A_2(1, 1, 5), A_3(4, 9, 3), A_4(3, 6, 7)$.
 11.19. $A_1(9, 5, 5), A_2(-3, 7, 1), A_3(5, 7, 8), A_4(6, 9, 2)$.
 11.20. $A_1(0, 7, 1), A_2(2, -1, 5), A_3(1, 6, 3), A_4(3, -9, 8)$.
 11.21. $A_1(5, 5, 4), A_2(1, -1, 4), A_3(3, 5, 1), A_4(5, 8, -1)$.
 11.22. $A_1(6, 1, 1), A_2(4, 6, 6), A_3(4, 2, 0), A_4(1, 2, 6)$.
 11.23. $A_1(7, 5, 3), A_2(9, 4, 4), A_3(4, 5, 7), A_4(7, 9, 6)$.
 11.24. $A_1(6, 8, 2), A_2(5, 4, 7), A_3(2, 4, 7), A_4(7, 3, 7)$.
 11.25. $A_1(4, 2, 5), A_2(0, 7, 1), A_3(0, 2, 7), A_4(1, 5, 0)$.
 11.26. $A_1(4, 4, 10), A_2(7, 10, 2), A_3(2, 8, 4), A_4(9, 6, 9)$.
 11.27. $A_1(4, 6, 5), A_2(6, 9, 4), A_3(2, 10, 10), A_4(7, 5, 9)$.
 11.28. $A_1(3, 5, 4), A_2(8, 7, 4), A_3(5, 10, 4), A_4(4, 7, 8)$.
 11.29. $A_1(10, 9, 6), A_2(2, 8, 2), A_3(9, 8, 9), A_4(7, 10, 3)$.
 11.30. $A_1(1, 8, 2), A_2(5, 2, 6), A_3(5, 7, 4), A_4(4, 10, 9)$.

12. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overline{BC} .

- 12.1. $A(0, -8, 10), B(-5, 5, 7), C(-8, 0, 4)$. 12.2. $A(-3, 5, -2), B(-4, 0, 3), C(-3, 2, 5)$.
 12.3. $A(1, -5, -2), B(6, -2, 1), C(2, -2, -2)$. 12.4. $A(1, -1, 8), B(-4, -3, 10), C(-1, -1, 7)$.
 12.5. $A(0, 7, -9), B(-1, 8, -11), C(-4, 3, -12)$. 12.6. $A(-2, 0, 5), B(2, 7, -3), C(1, 10, -1)$.
 12.7. $A(-3, -1, 7), B(0, 2, -6), C(2, 3, -5)$. 12.8. $A(1, 9, -4), B(5, 7, 1), C(3, 5, 0)$.

- 12.9. $A(5, 3, -1), B(0, 0, -3), C(5, -1, 0)$. 12.10 $A(-7, 0, 3), B(1, -5, -4), C(2, -3, 0)$.
 12.11. $A(-1, 2, -2), B(13, 14, 1), C(14, 15, 2)$. 12.12 $A(0, -3, 5), B(-7, 2, 6), C(-3, 2, 4)$.
 12.13. $A(7, -5, 0), B(8, 3, -1), C(8, 5, 1)$. 12.14 $A(5, -1, 2), B(2, -4, 3), C(4, -1, 3)$.
 12.15. $A(-3, 6, 4), B(8, -3, 5), C(0, -3, 7)$. 12.16 $A(-3, 7, 2), B(3, 5, 1), C(4, 5, 3)$.
 12.17. $A(10, 0, 9), B(12, 4, 11), C(8, 5, 15)$. 12.18 $A(0, -2, 8), B(4, 3, 2), C(1, 4, 3)$.
 12.19. $A(3, -3, -6), B(1, 9, -5), C(6, 6, -4)$. 12.20 $A(1, -1, 5), B(0, 7, 8), C(-1, 3, 8)$.
 12.21. $A(2, 1, 7), B(9, 0, 2), C(9, 2, 3)$. 12.22 $A(1, 0, -2), B(2, -1, 3), C(0, -3, 2)$.
 12.23. $A(-7, 1, 4), B(8, 11, -3), C(9, 9, -1)$. 12.24 $A(-1, 3, 4), B(-1, 5, 0), C(2, 6, 1)$.
 12.25. $A(1, 0, -6), B(-7, 2, 1), C(-9, 6, 1)$. 12.26 $A(4, -2, 0), B(1, -1, -5), C(-2, 1, -3)$.
 12.27. $A(-3, 1, 0), B(6, 3, 3), C(9, 4, -2)$. 12.28 $A(-8, 0, 7), B(-3, 2, 4), C(-1, 4, 5)$.
 12.29. $A(10, 0, 9), B(12, 4, 11), C(8, 5, 15)$. 12.30 $A(7, -5, 1), B(5, -1, -3), C(3, 0, -4)$.

13. Написать канонические уравнения прямой.

- 13.1. $4x+y+z+2=0, 2x-y-3z-8=0$. 13.2. $2x+3y-2z+6=0, x-3y+z+3=0$.
 13.3. $2x+y-3z-2=0, 2x-y+z+6=0$. 13.4. $3x+4y+3z+1=0, 2x-4y-2z=4=0$.
 13.5. $x+y-2z-2=0, x-y+z+2=0$. 13.6. $3x+3y+z-1=0, 2x-3y-2z+6=0$.
 13.7. $x+5y-z+11=0, x-y+2z-1=0$. 13.8. $6x-5y+3z+8=0, 6x+5y-4z+4=0$.
 13.9. $x-y+z-2=0, x-2y-z+4=0$. 13.10. $2x-3y-2z+6=0, x-3y+z+3=0$.
 13.11. $6x-7y-z-2=0, x+7y-4z-5=0$. 13.12. $2x+y+z-2=0, 2x-y-3z+6=0$.
 13.13. $x+5y+2z-5=0, 2x-5y-z+5=0$. 13.14. $x-3y+2z+2=0, x+3y+z+14=0$.
 13.15. $x-3y+z+2=0, x+3y+2z+14=0$. 13.16. $x-2y+z-4=0, 2x+2y-z-8=0$.
 13.17. $4x+y-3z+2=0, 2x-y+z-8=0$. 13.18. $x+y+z-2=0, x-y-2z+2=0$.
 13.19. $3x+3y-2z-1=0, 2x-3y+z+6=0$. 13.20. $2x+3y+z+6=0, x-3y-2z+3=0$.
 13.21. $6x-7y-4z-2=0, x+7y-z-5=0$. 13.22. $3x+y-z-6=0, 3x-y+2z=0$.
 13.23. $8x-y-3z-1=0, x+y+z+10=0$. 13.24. $x+5y+2z+11=0, x-y-z-1=0$.
 13.25. $6x-5y-4z+8=0, 6x+5y+3z+4=0$. 13.26. $3x+4y-2z+1=0, 2x-4y+3z+4=0$.
 13.27. $x+5y-z-5=0, 2x-5y+2z+5=0$. 13.28. $5x+y-3z+4=0, x-y+2z+2=0$.
 13.29. $2x-3y+z+6=0, x-3y-2z+3=0$. 13.30. $x-y-z-2=0, x-2y+z+4=0$.

14. Найти угол между плоскостями.

- 14.1. $2x - y + 5z + 16 = 0$, $x + 2y + 3z + 8 = 0$. 14.2. $x - 2y + 2z + 17 = 0$, $x - 2y - 1 = 0$.
 14.3. $2x + 2y + z - 1 = 0$, $x + z - 1 = 0$. 14.4. $x + 2y - 1 = 0$, $x + y + 6 = 0$.
 14.5. $3x + y + z - 4 = 0$, $y + z + 5 = 0$. 14.6. $2x - z + 5 = 0$, $2x + 3y - 7 = 0$.
 14.7. $3x - 2y - 2z - 16 = 0$, $x + y - 3z - 7 = 0$. 14.8. $5x + 3y + z - 18 = 0$, $2y + z - 9 = 0$.
 14.9. $2x + 2y + z + 9 = 0$, $x - y + 3z - 1 = 0$. 14.10. $4x + 3z - 2 = 0$, $x + 2y + 2z + 5 = 0$.
 14.11. $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $2x - y + 2z + 5 = 0$. 14.12. $x + 4y - z + 1 = 0$, $2x + y + 4z - 3 = 0$.
 14.13. $3x + 2y - 3z - 1 = 0$, $x + y + z - 7 = 0$. 14.14. $2y + z - 9 = 0$, $x - y + 2z - 1 = 0$.
 14.15. $x - 3y + 5 = 0$, $2x - y + 5z - 16 = 0$. 14.16. $2x - 6y + 14z - 1 = 0$, $5x - 15y + 35z - 3 = 0$.
 14.17. $4x - 5y + 3z - 1 = 0$, $x - 4y - z + 9 = 0$. 14.18. $x - 3y - 2z - 8 = 0$, $x + y - z + 3 = 0$.
 14.19. $3x - y + 2z + 15 = 0$, $5x + 9y - 3z - 1 = 0$. 14.20. $3x - 2y + 3z + 23 = 0$, $y + z + 5 = 0$.
 14.21. $6x + 2y - 4z + 17 = 0$, $9x + 3y - 6z - 4 = 0$. 14.22. $x + y + 3z - 7 = 0$, $y + z - 1 = 0$.
 14.23. $x - y\sqrt{2} + z - 1 = 0$, $x + y\sqrt{2} - z + 3 = 0$. 14.24. $x - y + 7z - 1 = 0$, $2x - 2y - 5 = 0$.
 14.25. $3y - z = 0$, $2y + z = 0$. 14.26. $3x - y - 5 = 0$, $2x + y - 3 = 0$.
 14.27. $6x + 3y - 2z = 0$, $x + 2y + 6z - 12 = 0$. 14.28. $x + y + z\sqrt{2} - 3 = 0$, $x - y + z\sqrt{2} - 1 = 0$.
 14.29. $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $16x + 12y - 15z - 1 = 0$. 14.30. $x + 2y - 2z - 7 = 0$, $x + y - 35 = 0$.

15. Найти точку пересечения прямой и плоскости.

- 15.1. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-8}{-5} = \frac{z+5}{12}$, $x - 2y - 3z + 18 = 0$. 15.2. $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$, $5x + 7y + 9z - 32 = 0$.
 15.3. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{0}$, $x + 7y + 3z + 11 = 0$. 15.4. $\frac{x-7}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $2x + y + 7z - 3 = 0$.
 15.5. $\frac{x-5}{-1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-1}{2}$, $3x + 7y - 5z - 11 = 0$. 15.6. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-1}{2}$, $x - 3y + 7z - 24 = 0$.
 15.7. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-6}{-1}$, $4x + y - 6z - 5 = 0$. 15.8. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}$, $2x - y + 4z = 0$.
 15.9. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-8}{0}$, $5x + 9y + 4z - 25 = 0$. 15.10. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{0}$, $3x + y - 5z - 12 = 0$.

15.11.

$$\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{3}, x+4y+13z-23=0.$$

15.13.

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}, 3x-2y+5z-3=0.$$

15.15.

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{-2}, 3x-y+4z=0.$$

15.17.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{-2}, x+2y-5z+16=0.$$

15.19.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{0} = \frac{z+2}{-2}, 3x-7y-2z+7=0.$$

15.21.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}, 4x+2y-z-11=0.$$

15.23.

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-1}{-1}, 3x-2y-4z-8=0.$$

15.25.

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}, x+2y-z-2=0.$$

15.27.

$$\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+2}{3}, 5x-y+4z+3=0.$$

15.29.

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}, x+3y+5z-42=0.$$

15.12.

$$\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-2}, x+3y-5z+9=0.$$

15.14.

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}, x-2y+5z+17=0.$$

15.16.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-4}{1}, x-2y+4z-19=0.$$

15.18.

$$\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-1}, 2x-y+3z+23=0.$$

15.20.

$$\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+3}{0}, 2x-3y-5z-7=0.$$

15.22.

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}, 7x+y+4z-47=0.$$

15.24.

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}, 2x+3y+7z-52=0.$$

15.26.

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}, 3x+4y+7z-16=0.$$

15.28.

$$\frac{x-5}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z+4}{-1}, 2x-5y+4z+24=0.$$

15.30.

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{5}, x+2y-5z+20=0.$$

16. Даны вершины треугольника ABC: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$.

Найти: а) уравнение стороны АВ; б) уравнение высоты СН; в) уравнение медианы АМ; г) точку N пересечения медианы АМ и высоты СН; д) уравнение прямой, проходящей через вершину С параллельно стороне АВ; е) расстояние от точки С до прямой АВ.

16.1. $A(-5, 1)$, $B(8, -2)$, $C(1, 4)$.

16.2. $A(-2, 4)$, $B(3, 1)$, $C(10, 7)$.

16.3. $A(2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(0, 4)$.

16.4. $A(-3, -2)$, $B(14, 4)$, $C(6, 8)$.

- 16.5. $A(-3, -3)$, $B(5, -7)$, $C(7, 7)$. 16.6. $A(1, 7)$, $B(-3, -1)$, $C(11, -3)$.
- 16.7. $A(1, -6)$, $B(3, 4)$, $C(-3, 3)$. 16.8. $A(1, 0)$, $B(-1, 4)$, $C(9, 5)$.
- 16.9. $A(-4, 2)$, $B(8, -6)$, $C(2, 6)$. 16.10. $A(1, -2)$, $B(7, 1)$, $C(3, 7)$.
- 16.11. $A(-5, 2)$, $B(0, -4)$, $C(5, 7)$. 16.12. $A(-2, -3)$, $B(1, 6)$, $C(6, 1)$.
- 16.13. $A(4, -4)$, $B(6, 2)$, $C(-1, 8)$. 16.14. $A(-7, -2)$, $B(-7, 4)$, $C(5, -5)$.
- 16.15. $A(-3, 8)$, $B(-6, 2)$, $C(0, -5)$. 16.16. $A(-1, -4)$, $B(9, 6)$, $C(-5, 4)$.
- 16.17. 16.18.
 $A(6, -9)$, $B(10, -1)$, $C(-4, 1)$. $A(10, -2)$, $B(4, -5)$, $C(-3, 1)$.
- 16.19. $A(4, 1)$, $B(-3, -1)$, $C(7, -3)$. 16.20. $A(-3, -1)$, $B(-4, -5)$, $C(8, 1)$.
- 16.21. $A(-4, 2)$, $B(6, -4)$, $C(4, 10)$. 16.22. $A(-2, -6)$, $B(-3, 5)$, $C(4, 0)$.
- 16.23. $A(3, -1)$, $B(11, 3)$, $C(-6, 2)$. 16.24. $A(-7, -2)$, $B(3, -8)$, $C(-4, 6)$.
- 16.25. $A(-4, 2)$, $B(-6, 6)$, $C(6, 2)$. 16.26. $A(0, 2)$, $B(-7, -4)$, $C(3, 2)$.
- 16.27. $A(4, -3)$, $B(7, 3)$, $C(1, 10)$. 16.28. $A(7, 0)$, $B(1, 4)$, $C(-8, -4)$.
- 16.29. $A(4, -4)$, $B(8, 2)$, $C(3, 8)$. 16.30. $A(1, -3)$, $B(0, 7)$, $C(-2, 4)$.

17. Решить следующие задачи.

- 17.1. Известны уравнения двух сторон ромба $2x - 5y - 1 = 0$ и $2x - 5y - 34 = 0$ и уравнение одной из диагоналей $x + 3y - 6 = 0$. Найти уравнение второй диагонали.
- 17.2. Найти точку E пересечения медиан треугольника, вершинами которого являются точки $A(-3, 1)$, $B(7, 5)$ и $C(5, -3)$.
- 17.3. Записать уравнения прямых, проходящих через точку $A(-1, 1)$ под углом 45° к прямой $2x + 3y = 6$.
- 17.4. Даны уравнения высот треугольника ABC $2x + 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ и координаты его вершины $A(2, 3)$. Найти уравнения сторон AB и AC треугольника.
- 17.5. Даны уравнения двух сторон параллелограмма $x - 2y = 0$, $x - y - 1 = 0$ и точка пересечения его диагоналей $M(3, -1)$. Найти уравнения двух других сторон.
- 17.6. Даны уравнения сторон четырехугольника: $x - y = 0$, $x + 3y = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 12 = 0$. Найти уравнения его диагоналей.

- 17.7. Составить уравнения медианы CM и высоты CK треугольника ABC , если $A(4,6)$, $B(-4,0)$, $C(-1,-4)$.
- 17.8. Через точку $P(5,2)$ провести прямую: а) отсекающую равные отрезки на осях координат; б) параллельную оси Ox ; в) параллельную оси Oy .
- 17.9. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2,3)$ и составляющей с осью Ox угол: а) 45° , б) 90° , в) 0° .
- 17.10. Какую ординату имеет точка C , лежащая на одной прямой с точками $A(-6,-6)$ и $B(-3,-1)$ и имеющая абсциссу, равную 3?
- 17.11. Через точку пересечения прямых $2x-5y-1=0$ и $x+4y-7=0$ провести прямую, делящую отрезок между точками $A(4,-3)$ и $B(-1,2)$ в отношении $\lambda=2/3$.
- 17.12. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $3x-2y-7=0$ и $x+3y-6=0$ и отсекающей на оси абсцисс отрезок, равный 3.
- 17.13. Найти проекцию точки $A(-8,12)$ на прямую, проходящую через точки $B(2,-3)$ и $C(-5,1)$.
- 17.14. Даны вершины треугольника ABC : $A(-4,4)$, $B(4,-12)$ и точка $M(4,2)$ пересечения его высот. Найти вершину C .
- 17.15. Найти уравнение прямой, отсекающей на оси ординат отрезок, равный 2, и проходящей параллельно прямой $2y-x=3$.
- 17.16. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2,-3)$ и точку пересечения прямых $2x-y=5$ и $x+y=1$.
- 17.17. Доказать, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция, если $A(3,6)$, $B(5,2)$, $C(-1,-3)$, $D(-5,5)$.
- 17.18. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(3,1)$, перпендикулярно к прямой BC , если $B(2,5)$, $C(1,0)$.
- 17.19. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2,1)$ параллельно прямой MN , если $M(-3,-2)$, $N(1,6)$.
- 17.20. Найти точку, симметричную точке $M(2,-1)$ относительно прямой $x-2y+3=0$.
- 17.21. Найти точку O пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$, если $A(-1,-3)$, $B(3,5)$, $C(5,2)$, $D(3,-5)$.

- 17.22.** Через точку пересечения прямых $6x-4y+5=0$, $2x+5y+8=0$ провести прямую, параллельную оси абсцисс.
- 17.23.** Известны уравнения стороны AB треугольника ABC $4x+y=12$, его высот BH $5x-4y=12$ и AM $x+y=6$. Найти уравнения двух других сторон треугольника ABC .
- 17.24.** Даны две вершины треугольника ABC : $A(-6, 2)$, $B(2, -2)$ и точка пересечения его высот $H(1, 2)$. Найти координаты точки M пересечения стороны AC и высоты BH .
- 17.25.** Дан треугольник с вершинами $A(3, 1)$, $B(-3, -1)$ и $C(5, -12)$. Найти уравнение и вычислить длину его медианы, проведенной из вершины C .
- 17.26.** Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку пересечения прямых $2x+5y-8=0$ и $2x+3y+4=0$.
- 17.27.** Найти уравнения перпендикуляров к прямой $3x+5y-15=0$, проведенных через точки пересечения данной прямой с осями координат.
- 17.28.** Найти уравнения высот треугольника ABC , проходящих через вершины A и B , если $A(-4, 2)$, $B(3, -5)$, $C(5, 0)$.
- 17.29.** Вычислить координаты точки пересечения перпендикуляров, проведенных через середины сторон треугольника, вершинами которого служат точки $A(2, 3)$, $B(0, -3)$, $C(6, -3)$.
- 17.30.** Составить уравнение высоты, проведенной через вершину A треугольника ABC , зная уравнения его сторон: $AB-2x-y-3=0$, $AC-x+5y-7=0$, $BC-3x-2y+13=0$.

18. Решить следующие задачи.

- 18.1.** Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{6}$ и плоскости $2x+3y+z-1=0$.
- 18.2.** Найти проекцию точки $P(3, 1, -1)$ на плоскость $x+2y+3z-30=0$.
- 18.3.** При каком значении C плоскости $3x+5y+Cz-3=0$ и $x+3y+2z+5=0$ перпендикулярны?

- 18.4.** При каком значении A плоскость $Ax+3y-5z+l=0$ параллельна прямой $\frac{x-1}{4}=\frac{y+2}{3}=\frac{z}{1}$?
- 18.5.** При каких значениях m и C прямая $\frac{x-2}{m}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-5}{-3}$ перпендикулярна к плоскости $3x-2y+Cz+l=0$?
- 18.6.** Составить уравнение прямой, проходящей через начало координат параллельно прямой $x=2t+5$, $y=-3t+1$, $z=-7t-4$.
- 18.7.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $E(3,4,5)$ параллельно оси Ox .
- 18.8.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,3,1)$ и параллельно к прямой $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{3}$.
- 18.9.** Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,-5,3)$ и перпендикулярно к прямым $\frac{x}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{-1}$ и $x=3t+1$, $y=-t+5$, $z=2t+3$.
- 18.10.** Найти точку, симметричную точке $M(4,3,10)$ относительно прямой $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-3}{5}$.
- 18.11.** Доказать параллельность прямых $\frac{x-1}{6}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$ и $x-2y+2z-8=0$, $x+6z-6=0$.
- 18.12.** Доказать, что прямая $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x+y-z=0$, а прямая $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-4}{3}$ лежит в этой плоскости.
- 18.13.** Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $K(2,-5,3)$ параллельно плоскости Oxz .
- 18.14.** Составить общие уравнения прямой, образованной пересечением плоскости $x+2y-2z+5=0$ с плоскостью, проходящей через ось Oy и точку $M(5,3,2)$.
- 18.15.** При каких значениях B и D прямая $x-2y+z-9=0$, $3x+By+z+D=0$ лежит в плоскости Oxy ?
- 18.16.** Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2,3,3)$ параллельно двум векторам $\mathbf{a}=(-1,-3,1)$ и $\mathbf{b}=(4,1,6)$.
- 18.17.** Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(1,-3,3)$ и образующей с осями координат углы, соответственно равные 60° , 45° и 120° .

18.18. Доказать, что прямая $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{6}$ перпендикулярна к прямой

$$\left. \begin{aligned} 2x+y-4z+2=0, \\ 4x-y-5z+4=0. \end{aligned} \right\}$$

18.19. Составить параметрические уравнения медианы треугольника с вершинами $A(3,6,-7)$, $B(-5,1,-4)$, $C(0,2,3)$, проведенной из вершины C .

18.20. При каком значении n прямая $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{n} = \frac{z}{1}$ параллельна прямой

$$\left. \begin{aligned} x+y-z=0, \\ x-y-z-8=0. \end{aligned} \right\}$$

18.21. Показать, что прямая $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{-8} = \frac{z-1}{-9}$ параллельна плоскости $x+3y-2z+1=0$, а прямая $x=t+7$, $y=t-2$, $z=2t+1$ лежит в этой плоскости.

18.22. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $K(-3,1,-2)$.

18.23. Показать, что прямые $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ и $3x+y-5z=0$, $2x+3y-8z+3=0$ перпендикулярны.

18.24. При каком значении D прямая $3x-y+2z-6=0$, $x+4y-z+D=0$ пересекает ось Oz ?

18.25. При каком значении p прямые $\left. \begin{aligned} x=2t+5, \\ y=-t+2, \\ z=pt-7 \end{aligned} \right\}$ и $\left. \begin{aligned} x+3y+z+2=0, \\ x-y-3z-2=0 \end{aligned} \right\}$ параллельны?

18.26. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-7}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{4}$ и плоскости $3x-y+2z-8=0$.

18.27. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2,-3,4)$ перпендикулярно к прямым $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{1}$ и $\frac{x+4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

18.28. При каких значениях A и B плоскость $Ax+By+6z-7=0$ перпендикулярна к прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$?

18.29. Проверить, лежат ли на одной прямой точки $A(0,0,2)$, $B(4,2,5)$, $C(12,6,11)$?

18.30. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, -5, 3)$ параллельно прямой $2x - y + 3z - 1 = 0$, $5x + 4y - z - 7 = 0$.

19. Составить канонические уравнения а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (A, B – точки, лежащие на кривой, F – фокус, a – большая (действительная) полуось, b – малая (мнимая) полуось, ε – эксцентриситет, $y = \pm kx$ – уравнения асимптот гиперболы, D – директриса кривой, $2c$ – фокусное расстояние).

19.1. а) $\varepsilon = 2/3$, $A(-6, 0)$; б) $A(\sqrt{8}, 0)$, $B(\sqrt{20}/3, 2)$; в) $D: y = 1$.

19.2. а) $2a = 50$, $\varepsilon = 3/5$; б) $k = \sqrt{29}/14$, $2c = 30$; в) ось симметрии Oy и $A(4, 1)$.

19.3. а) $b = 2\sqrt{15}$, $\varepsilon = 7/8$; б) $k = 5/6$, $2a = 12$; в) ось симметрии Oy и $A(-2, 3\sqrt{2})$.

19.4. а) $a = 13$, $F(-5, 0)$; б) $b = 44$, $F(-7, 0)$; в) $D: x = -3/8$.

19.5. а) $b = 7$, $F(13, 0)$; б) $b = 4$, $F(-11, 0)$; в) $D: x = 13$.

19.6. а) $A(-3, 0)B(1, \sqrt{40}/3)$; б) $k = \sqrt{2}/3$, $\varepsilon = \sqrt{15}/3$; в) $D: y = 4$.

19.7. а) $\varepsilon = 5/6$, $A(0, -\sqrt{11})$; б) $A(\sqrt{32}/3, 1)$, $B(\sqrt{8}, 0)$; в) $D: y = -3$.

19.8. а) $2a = 30$, $\varepsilon = 17/15$; б) $k = \sqrt{17}/8$, $2c = 18$; в) ось симметрии Oy и $A(-4, 10)$.

19.9. а) $b = 2\sqrt{2}$, $\varepsilon = 7/9$; б) $k = \sqrt{2}/2$, $2a = 12$; в) ось симметрии Oy и $A(-45, 15)$.

19.10. а) $b = 15$, $F(-10, 0)$; б) $a = 13$, $\varepsilon = 14/13$; в) $D: x = -4$.

19.11. а) $b = 2$, $F(4\sqrt{2}, 0)$; б) $a = 7$, $\varepsilon = \sqrt{85}/7$; в) $D: x = 5$.

19.12. а) $A(3, 0)B(2, \sqrt{5}/3)$; б) $k = 3/4$, $\varepsilon = 5/4$; в) $D: y = -2$.

19.13. а) $\varepsilon = \sqrt{21}/5$, $A(-5, 0)$; б) $A(\sqrt{80}, 3)$, $B(4\sqrt{6}, \sqrt{3}/2)$; в) $D: y = 1$.

19.14. а) $2a = 22$, $\varepsilon = \sqrt{57}/11$; б) $k = 2/3$, $2c = 10\sqrt{13}$; в) ось симметрии Ox и $A(27, 9)$.

19.15. а) $b = \sqrt{15}$, $\varepsilon = \sqrt{10}/25$; б) $k = 3/4$, $2a = 16$; в) ось симметрии Ox и $A(4, -8)$.

19.16. а) $a = 4$, $F(3, 0)$; б) $b = 2\sqrt{10}$, $F(-11, 0)$; в) $D: x = -2$.

19.17. а) $b = 4$, $F(9, 0)$; б) $a = 5$, $\varepsilon = 7/5$; в) $D: x = 6$.

19.18. а) $A(0, \sqrt{3})B(\sqrt{14}/3, 1)$; б) $k = \sqrt{21}/10$, $\varepsilon = 11/10$; в) $D: y = -4$.

19.19. а) $\varepsilon = 7/8$, $A(8, 0)$; б) $A(3, -\sqrt{3}/5)$, $B(\sqrt{13}/5, 6)$; в) $D: y = 4$.

19.20. а) $2a = 24$, $\varepsilon = \sqrt{22}/6$; б) $k = \sqrt{2}/3$, $2c = 10$; в) ось симметрии Ox и $A(-7, -7)$.

19.21. а) $b = 2$, $\varepsilon = 5\sqrt{29}/29$; б) $k = 12/13$, $2a = 26$; в) ось симметрии Ox и $A(-5, 15)$.

19.22. а) $2a = 22$, $\varepsilon = 10/11$; б) $k = \sqrt{11}/5$, $2c = 12$; в) ось симметрии Ox и $A(-7, 5)$.

19.23. а) $b=5, \varepsilon=12/13$; б) $k=1/3, 2a=6$; в) ось симметрии Oy и $A(-9, 6)$.

19.24. а) $a=9, F(7, 0)$; б) $b=6, F(12, 0)$; в) $D: x=-1/4$.

19.25. а) $b=5, F(-10, 0)$; б) $a=9, \varepsilon=4/3$; в) $D: x=12$.

19.26. а) $A(0, -2) B(\sqrt{15}/2, 1)$; б) $k=2\sqrt{10}/9, \varepsilon=11/9$; в) $D: y=5$.

19.27. а) $a=6, F(-4, 0)$; б) $b=3, F(7, 0)$; в) $D: x=-7$.

19.28. а) $b=7, F(5, 0)$; б) $a=11, \varepsilon=12/11$; в) $D: x=10$.

19.29. а) $A(-\sqrt{17}/3, 1/3) B(\sqrt{21}/2, 1/2)$; б) $k=1/2, \varepsilon=\sqrt{5}/2$; в) $D: y=-1$.

19.30. а) $\varepsilon=3/5, A(0, 8)$; б) $A(\sqrt{6}, 0) B(-2\sqrt{2}, 1)$; в) $D: y=9$.

20. Исследовать кривую второго порядка и построить ее.

20.1. $2x^2 + 2y^2 + 4xy + 8x + 8y + 1 = 0$.

20.2. $3x^2 + 3y^2 + 4xy + 8x + 12y + 1 = 0$.

20.3. $-x^2 - y^2 + 2xy + 2x - 2y + 1 = 0$.

20.4. $x^2 + y^2 - 8xy - 20x + 20y + 1 = 0$.

20.5. $2x^2 + 2y^2 - 4xy - 8x + 8y + 1 = 0$.

20.6. $3x^2 + 3y^2 - 2xy - 6x + 2y + 1 = 0$.

20.7. $3x^2 + 3y^2 + 2xy - 12x - 4y + 1 = 0$.

20.8. $4xy + 4x + 4y + 1 = 0$.

20.9. $-4xy + 8x + 8y + 1 = 0$.

20.10. $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 6x - 4y - 7 = 0$.

20.11. $2x^2 + 2y^2 - 2xy + 6x - 6y - 6 = 0$.

20.12. $-4xy - 4x + 4y + 6 = 0$.

20.13. $x^2 + y^2 + 4xy + 4x + 2y - 5 = 0$.

20.14. $5x^2 + 5y^2 - 2xy + 10x - 2y + 1 = 0$.

20.15. $4xy + 4x - 4y + 4 = 0$.

20.16. $-x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$.

20.17. $3x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x + 4y + 1 = 0$.

20.18. $2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$.

20.19. $4xy + 4x - 4y - 2 = 0$.

20.20. $4xy + 4x - 4y = 0$.

20.21. $x^2 + y^2 + 2xy - 8x - 8y + 1 = 0$.

20.22. $-2x^2 - 2y^2 + 2xy - 6x + 6y + 3 = 0$.

20.23. $x^2 + y^2 + 4xy - 8x - 4y + 1 = 0$.

20.24. $-3x^2 - 3y^2 + 4xy - 6x + 4y + 2 = 0$.

20.25. $x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 7 = 0$.

20.26. $-2xy - 2x - 2y + 1 = 0$.

20.27. $2xy + 2x + 2y - 3 = 0$.

20.28. $-x^2 - y^2 - 4xy - 4x + 2y + 2 = 0$.

20.29. $4x^2 + 4y^2 + 2xy + 12x + 12y + 1 = 0$.

20.30. $-4x^2 - 4y^2 + 2xy + 10x - 10y + 1 = 0$.

21. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

21.1. $\rho = 2 \cos 4\varphi$.

21.2. $\rho = 2(1 - \sin 2\varphi)$.

21.3. $\rho = 1/(2 - \sin\varphi)$.

- 21.4. $\rho=1/(2-\cos 2\varphi)$. 21.5. $\rho=3 \sin 6 \varphi$. 21.6. $\rho=3(2-\cos 2\varphi)$.
 21.7. $\rho=3(1+\cos 2\varphi)$. 21.8. $\rho=3(1+\sin \varphi)$. 21.9. $\rho=2 \cos 6 \varphi$.
 21.10. $\rho=2 \sin 3 \varphi$. 21.11. $\rho=3(1-\cos 2\varphi)$. 21.12. $\rho=2(1-\cos 3\varphi)$.
 21.13. $\rho=2-\cos 2 \varphi$. 21.14. $\rho=4 \sin 4 \varphi$. 21.15. $\rho=5(2-\sin \varphi)$.
 21.16. $\rho=3(\cos \varphi+1)$. 21.17. $\rho=3 \sin 4 \varphi$. 21.18. $\rho=2 \sin 4 \varphi$.
 21.19. $\rho=5(1-\sin 2 \varphi)$. 21.20. $\rho=4(1+\cos 2\varphi)$. 21.21. $\rho=2 \sin 2 \varphi$.
 21.22. $\rho=6 \sin 4 \varphi$. 21.23. $\rho=4(1-\sin \varphi)$. 21.24. $\rho=2/(1+\cos \varphi)$.
 21.25. $\rho=3/(1-\cos 2\varphi)$. 21.26. $\rho=3 \cos 2 \varphi$. 21.27. $\rho=2(1-\cos \varphi)$.
 21.28. $\rho=3(1-\cos 4\varphi)$. 21.29. $\rho=2/(2-\cos \varphi)$. 21.30. $\rho=4 \sin 3 \varphi$.

22. Построить кривую, заданную параметрическими уравнениями ($0 \leq t \leq 2\pi$).

- 22.1. $\begin{cases} x=5 \cos 3t, \\ y=\sin 3t. \end{cases}$ 22.2. $\begin{cases} x=4 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$ 22.3. $\begin{cases} x=9 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$
 22.4. $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=3 \sin t. \end{cases}$ 22.5. $\begin{cases} x=\cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$ 22.6. $\begin{cases} x=3 \cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$
 22.7. $\begin{cases} x=5 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.8. $\begin{cases} x=4 \cos 2t, \\ y=3 \sin 2t. \end{cases}$ 22.9. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=4 \sin t. \end{cases}$
 22.10. $\begin{cases} x=3 \cos t, \\ y=1-\sin t. \end{cases}$ 22.11. $\begin{cases} x=4 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$ 22.12. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=5 \sin t. \end{cases}$
 22.13. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.14. $\begin{cases} x=6 \cos^3 t, \\ y=6 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.15. $\begin{cases} x=3 \cos 2t, \\ y=2 \sin 2t. \end{cases}$
 22.16. $\begin{cases} x=2 \cos^3 t, \\ y=2 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.17. $\begin{cases} x=\cos t, \\ y=3(2-\sin t). \end{cases}$ 22.18. $\begin{cases} x=5 \cos t, \\ y=\sin t. \end{cases}$
 22.19. $\begin{cases} x=2 \cos t, \\ y=2(1-\sin t). \end{cases}$ 22.20. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=2 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.21. $\begin{cases} x=4 \cos 2t, \\ y=\sin 2t. \end{cases}$
 22.22. $\begin{cases} x=2 \cos^3 t, \\ y=5 \sin^3 t. \end{cases}$ 22.23. $\begin{cases} x=4 \cos^3 t, \\ y=\sin^3 t. \end{cases}$ 22.24. $\begin{cases} x=4 \cos 3t, \\ y=2 \sin 3t. \end{cases}$

$$\begin{array}{lll}
 22.25. \begin{cases} x=2\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t. \end{cases} & 22.26. \begin{cases} x=4\cos t, \\ y=4(1-\sin t). \end{cases} & 22.27. \begin{cases} x=4\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases} \\
 22.28. \begin{cases} x=2\sin t, \\ y=3(1-\cos t). \end{cases} & 22.29. \begin{cases} x=3\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases} & 22.30. \begin{cases} x=\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t. \end{cases}
 \end{array}$$

23. Построить поверхности и определить их вид (название).

$$\begin{array}{ll}
 23.1. \text{ а) } x^2=8(y^2+z^2); & \text{ б) } 2x^2+3y^2-z^2=18. \\
 23.2. \text{ а) } 5z^2+2y^2=10x; & \text{ б) } 4z^2-3y^2-5x^2+60=0. \\
 23.3. \text{ а) } x^2-7y^2-14z^2-21=0; & \text{ б) } 2y=x^2+4z^2. \\
 23.4. \text{ а) } 6x^2-y^2+3z^2-12=0; & \text{ б) } 8y^2+2z^2=x. \\
 23.5. \text{ а) } -16x^2+y^2+4z^2-32=0; & \text{ б) } 6x^2+y^2-3z^2=0. \\
 23.6. \text{ а) } 9x^2-6y^2-6z^2+1=0; & \text{ б) } 15y=10x^2+6y^2. \\
 23.7. \text{ а) } x^2=5(y^2+z^2); & \text{ б) } 2x^2+3y^2-z^2=36. \\
 23.8. \text{ а) } 4x^2+3y^2=12x; & \text{ б) } 3x^2-4y^2-2z^2+12=0. \\
 23.9. \text{ а) } 8x^2-y^2-2z^2-32=0; & \text{ б) } y-4z^2=3x^2. \\
 23.10. \text{ а) } x^2-6y^2+z^2-12=0; & \text{ б) } x-3z^2=9y^2. \\
 23.11. \text{ а) } 2x^2-3y^2-5z^2+30=0; & \text{ б) } 2x^2+3z=0. \\
 23.12. \text{ а) } 7x^2+2y^2+6z^2-42=0; & \text{ б) } 2x^2+4y^2-5z=0. \\
 23.13. \text{ а) } -4x^2+12y^2-3z^2+24=0; & \text{ б) } 2y^2+6z^2=3x. \\
 23.14. \text{ а) } 3x^2-9y^2+z^2+27=0; & \text{ б) } z^2-2y=-4x^2. \\
 23.15. \text{ а) } 27x^2-63y^2+21z^2=0; & \text{ б) } 3x^2-7y^2-2z^2=42. \\
 23.16. \text{ а) } 4x^2-y^2-16z^2+16=0; & \text{ б) } x^2+4z=0. \\
 23.17. \text{ а) } 3x^2+y^2+9z^2-9=0; & \text{ б) } x^2+2y^2-2z=0. \\
 23.18. \text{ а) } -5x^2+10y^2-z^2+20=0; & \text{ б) } y^2+4z^2=5x^2. \\
 23.19. \text{ а) } 4x^2-8y^2+z^2+24=0; & \text{ б) } x^2-y=-9z^2. \\
 23.20. \text{ а) } x^2-6y^2+z^2=0; & \text{ б) } 7x^2-3y^2-z^2=21. \\
 23.21. \text{ а) } z=8-x^2-4y^2; & \text{ б) } 4x^2+9y^2+36z^2=72.
 \end{array}$$

- 23.22. а) $4x^2 + 6y^2 - 24z^2 = 96$; б) $y^2 + 8z^2 = 20x^2$.
 23.23. а) $4x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 40 = 0$; б) $y = 5x^2 + 3z^2$.
 23.24. а) $5x^2 - y^2 - 15z^2 + 15 = 0$; б) $x^2 + 3z = 0$.
 23.25. а) $6x^2 + y^2 + 6z^2 - 18 = 0$; б) $3x^2 + y^2 - 3z = 0$.
 23.26. а) $-7x^2 + 14y^2 - z^2 + 21 = 0$; б) $y^2 + 2z^2 = 6x^2$.
 23.27. а) $-3x^2 + 6y^2 - z^2 - 18 = 0$; б) $x^2 - 2y = -z^2$.
 23.28. а) $4x^2 - 6y^2 + 3z^2 = 0$; б) $4x^2 - y^2 - 3z^2 = 12$.
 23.29. а) $z = 4 - x^2 - y^2$; б) $3x^2 + 12y^2 + 4z^2 = 48$.
 23.30. а) $4x^2 + 5y^2 - 10z^2 = 60$; б) $7y^2 + z^2 = 14x^2$.

24. Записать уравнение и определить вид поверхности, полученной при вращении данной линии вокруг указанной оси координат, сделать рисунок.

- 24.1. а) $x^2 + 2z^2 = 4$, Oz ; б) $x = 3$, $z = -1$, Oy .
 24.2. а) $15x^2 - 3y^2 = 1$, Ox ; б) $x = 3$, $y = 4$, Oz .
 24.3. а) $y^2 = 5z$, Oz ; б) $3x^2 + 7y^2 = 21$, Ox .
 24.4. а) $15y^2 - x^2 = 6$, Oy ; б) $y = 5$, $z = 2$, Oy .
 24.5. а) $5z = -x^2$, Oz ; б) $3y^2 + 18z^2 = 1$, Oy .
 24.6. а) $3x^2 - 8y^2 = 288$, Ox ; б) $x = 5$, $z = -3$, Oy .
 24.7. а) $2y^2 = 72$, Oz ; б) $6y^2 + 5z^2 = 30$, Oy .
 24.8. а) $5x^2 - 7y^2 = 35$, Ox ; б) $x = 2$, $y = -4$, Oz .
 24.9. а) $3x^2 = -2z$, Oz ; б) $8x^2 + 11z^2 = 88$, Ox .
 24.10. а) $5y^2 - 8z^2 = 40$, Oz ; б) $y = 3$, $z = 1$, Ox .
 24.11. а) $3x^2 = -4y$, Oz ; б) $4x^2 + 3z^2 = 12$, Oz .
 24.12. а) $y^2 = 2z$, Oz ; б) $9y^2 + 4z^2 = 36$, Oy .
 24.13. а) $4x^2 - 3y^2 = 12$, Ox ; б) $x = 1$, $y = 2$, Oz .
 24.14. а) $x^2 = -3z$, Oz ; б) $3x^2 + 5z^2 = 15$, Ox .
 24.15. а) $3y^2 - 4z^2 = 12$, Oz ; б) $y = 4$, $z = 2$, Ox .

24.16. а) $x^2=3y$, Oy ;

б) $3x^2+4z^2=24$, Oz .

24.17. а) $2x^2-6y^2=12$, Ox ;

б) $y^2=4z$, Oz .

24.18. а) $x^2+3z^2=9$, Oz ;

б) $x=4$, $z=6$, Oy .

24.19. а) $3x^2-5z^2=15$, Oz ;

б) $z=-1$, $y=3$, Ox .

24.20. а) $y^2=3z$, Oz ;

б) $2x^2+3z^2=6$, Ox .

24.21. а) $y^2-5x^2=5$, Oy ;

б) $y=3$, $z=1$, Ox .

24.22. а) $x^2=-4z$, Oz ;

б) $y^2+4z^2=4$, Oy .

24.23. а) $5x^2-6z^2=30$, Ox ;

б) $x=3$, $z=-2$, Oy .

24.24. а) $z^2=2y$, Oy ;

б) $2x^2+3z^2=6$, Oz .

24.25. а) $y^2=-4z$, Oz ;

б) $3y^2+z^2=6$, Oy .

24.26. а) $7x^2-5y^2=35$, Ox ;

б) $x=-1$, $y=-3$, Oz .

24.27. а) $2x^2=z$, Oz ;

б) $x^2+4z^2=4$, Ox .

24.28. а) $2y^2-5z=10$, Oz ;

б) $y=2$, $z=6$, Ox .

24.29. а) $x^2=-5y$, Oy ;

б) $2x^2+3z=6$, Oz .

24.30. а) $x^2-9y^2=9$, Ox ;

б) $3y^2=z$, Oz .

3. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

1.1. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$, $a=2$.

1.2. $a_n = \frac{2n+1}{3n-5}$, $a=\frac{2}{3}$.

1.3. $a_n = \frac{3n-1}{5n+1}$, $a=\frac{3}{5}$.

1.4. $a_n = \frac{5n+1}{10n-3}$, $a=\frac{1}{2}$.

1.5. $a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}$, $a=-3$.

1.6. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a=-\frac{1}{2}$.

1.7. $a_n = \frac{23-4n}{2-n}$, $a=4$.

1.8. $a_n = \frac{3n^3}{n^3-1}$, $a=3$.

1.9. $a_n = \frac{2-2n}{3+4n}$, $a=-\frac{1}{2}$.

1.10. $a_n = \frac{2n+3}{n+5}$, $a=2$.

1.11. $a_n = \frac{5n+15}{6-n}$, $a=-5$.

1.12. $a_n = \frac{1+3n}{6-n}$, $a=-3$.

1.13. $a_n = \frac{2-3n^2}{4+5n^2}, a = -\frac{3}{5}$.

1.14. $a_n = \frac{2n-1}{2-3n}, a = -\frac{2}{3}$.

1.15. $a_n = \frac{3n^2+2}{4n^2-1}, a = \frac{3}{4}$.

1.16. $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, a = \frac{3}{2}$.

1.17. $a_n = \frac{n+1}{1-2n}, a = -\frac{1}{2}$.

1.18. $a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, a = 2$.

1.19. $a_n = \frac{7n+4}{2n+1}, a = \frac{7}{2}$.

1.20. $a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}, a = -2$.

1.21. $a_n = \frac{2n-5}{3n+1}, a = \frac{2}{3}$.

1.22. $a_n = \frac{7n-1}{n+1}, a = 7$.

1.23. $a_n = \frac{n}{3n-1}, a = \frac{1}{3}$.

1.24. $a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}, a = \frac{4}{3}$.

1.25. $a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}, a = -\frac{1}{2}$.

1.26. $a_n = \frac{4+2n}{1-3n}, a = -\frac{2}{3}$.

1.27. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, a = 2$.

1.28. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, a = -\frac{1}{2}$.

1.29. $a_n = \frac{3-n^2}{4+2n^2}, a = -\frac{1}{2}$.

1.30. $a_n = \frac{5n}{n+1}, a = 5$.

2. Вычислить предел последовательности.

2.1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$.

2.2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 - 2n}{(n+1)^4 - (n-1)^4}$.

2.3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}$.

2.4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

2.5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)^3 - (n+5)^3}{(3n-1)^3 + (2n+3)^3}$.

2.6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n+2)^3}{(n+4)^3 + (n+5)^3}$.

2.7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 + (n-1)^2}$.

2.8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 + (3n+2)^3}{(2n+3)^3 - (n-7)^3}$.

2.9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n+1)^3 + (n-1)^3}$.

2.10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$.

2.11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n+3)^3}{(2n+1)^2 + (2n+3)^2}$.

2.12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+6)^3 - (n+1)^3}{(2n+3)^2 + (n+4)^2}$.

2.13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^2 - (n-2)^2}{(n+3)^2}$.

2.14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^4 - (n-2)^4}{(n+5)^2 + (n-5)^2}$.

2.15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+10)^2 + (3n+1)^2}{(n+6)^3 - (n+1)^3}$.

2.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (n+3)^2}.$$

2.19.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

2.22.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

2.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 + 1}.$$

2.28.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (n+1)^2}{n^2 + n + 1}.$$

$$2.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(n+1)^2 - (n-1)^2}.$$

$$2.20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3 + (n-2)^3}{n^4 + 2n^2 - 1}.$$

$$2.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

$$2.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$$

$$2.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$$

$$2.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+2)^3}{(3n+2)^2 + (4n+1)^2}.$$

$$2.21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$$

$$2.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$$

$$2.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+1)^3 - (n-2)^3}{n^2 + 2n - 3}.$$

$$2.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)^3 + (n+4)^3}{(n+3)^4 - (n+4)^4}.$$

3. Вычислить предел последовательности.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2 - 3}}{\sqrt[3]{n^5 - 4} - \sqrt[4]{n^4 + 1}}.$$

$$3.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n+1}}.$$

$$3.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} - \sqrt{n-3}}{\sqrt[5]{n^5 + 3} + \sqrt{n-3}}.$$

$$3.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}.$$

$$3.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 5n^2}{n - \sqrt[4]{n^4 - n + 1}}.$$

$$3.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n+1} - \sqrt[3]{27n^3 + 4}}{\sqrt[4]{n} - \sqrt[3]{n^5 + n}}.$$

3.7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{81n^8 - 1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}}.$$

$$3.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{71n} - \sqrt[4]{64n^6 + 9}}{(n - \sqrt[3]{n})\sqrt{11+n^2}}.$$

$$3.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 7} + \sqrt[3]{n^2 + 4}}{\sqrt[4]{n^5 + 5} + \sqrt{n}}.$$

$$3.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6 + 6} - \sqrt{n-6}}.$$

$$3.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 + 6} - \sqrt{n-6}}{\sqrt[8]{n^8 + 6} + \sqrt{n-6}}.$$

$$3.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6 + n^3 + 1} - 5n}.$$

3.13.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5+5}}$$

3.14.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3+1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5+1}}$$

3.15.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[4]{11n} + \sqrt[4]{25n^4-81}}{(n-7\sqrt{n})\sqrt{n^2-n+1}}$$

3.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^3+1}}$$

3.17.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^7+5} - \sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7+5} + \sqrt{n-5}}$$

3.18.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[3]{5n^2} + \sqrt[4]{9n^3+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$$

3.19.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+n} + 1 - n}$$

3.20.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt[3]{n^3+2}}{\sqrt[7]{n+2} - \sqrt[5]{n^5+2}}$$

3.21.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3+1} - \sqrt{n-1}}$$

3.22.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6+n^2}}{(n+\sqrt[4]{n})\sqrt{9+n^2}}$$

3.23.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+6} - \sqrt{n^2-5}}{\sqrt[3]{n^3+3} + 4\sqrt{n^3+1}}$$

3.24.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n-1} - \sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[5]{n-n}}$$

3.25.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2} + \sqrt{n-2}}$$

3.26.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - \sqrt{n^3+1}}{\sqrt[3]{n^6+2} - n}$$

3.27.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{n^4+1} - \sqrt[3]{n^4-1}}$$

3.28.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n+2} - \sqrt[3]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7} - n}$$

3.29.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt[6]{n} + \sqrt[5]{32n^{10}+1}}{(n+\sqrt[4]{n})\sqrt[3]{n^3-1}}$$

3.30.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^3 - \sqrt{n^5+1}}{\sqrt{4n^6+3} - n}$$

4. Вычислить предел последовательности.

4.1.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)} \right]$$

4.2.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^5+1)(n^2-1)} - n\sqrt{n(n^4+1)}}{n}$$

4.3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt[3]{5+8n^3} - 2n \right)$$

4.4.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n(n-1)} \right)$$

4.5.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt[3]{(n+2)^2} - \sqrt[3]{(n-3)^2} \right]$$

4.6.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)} \right]$$

$$4.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 3n - 2} - \sqrt{n^2 - 3} \right).$$

$$4.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+2} \left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-4} \right).$$

$$4.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n(n^5 + 9)} - \sqrt{(n^4 - 1)(n^5 + 5)}}{n}.$$

$$4.10. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2 - 3} \right).$$

$$4.11. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^3 + 8} \left(\sqrt{n^3 + 2} - \sqrt{n^3 - 1} \right).$$

$$4.12. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9} \right).$$

$$4.13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^4 + 1)(n^2 - 1)} - \sqrt{n^6 - 1}}{n}.$$

$$4.14. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^2 - 3n + 2} - n \right).$$

$$4.15. \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\sqrt{n^2(n^6 + 4)} - \sqrt[3]{n^3 - 1} \right).$$

$$4.16. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{(n^2 - 2n + 3)} \right).$$

$$4.17. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} \left(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)} \right).$$

$$4.18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 5)(n^4 + 2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n}.$$

$$4.19. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2} \right).$$

$$4.20. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{(n^5 - 8)} \right).$$

$$4.21. \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 - 1} \right).$$

$$4.22. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[3]{5 + n^3} - \sqrt[3]{3 + n^3} \right).$$

$$4.23. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt[3]{n^3 - 5} \right) n \sqrt{n}.$$

$$4.24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)} \right)}{\sqrt{n}}.$$

$$4.25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\sqrt{n^5 - 8} - n \sqrt{n(n^2 + 5)} \right)}{\sqrt{n}}.$$

$$4.26. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \left(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3} \right).$$

$$4.27. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n + \sqrt[3]{4 - n^3} \right).$$

$$4.28. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n+5)} - n \right).$$

$$4.29. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} \left(\sqrt{n^3-3} - \sqrt{n^3-2} \right). \quad 4.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)} - \sqrt{n(n^4+2)}}{2\sqrt{n}}.$$

5. Вычислить предел последовательности.

5.1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+5} \right)^{n+4}.$$

5.2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

5.3.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1} \right)^{-n^3}.$$

5.4.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9} \right)^{2n+1}.$$

5.5.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1} \right)^{n^2}.$$

5.6.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+1}{n^3-1} \right)^{2n-n^3}.$$

5.7.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-5n}{3n^2-5n+7} \right)^{n+1}.$$

5.8.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1} \right)^{n/2}.$$

5.9.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{10n-3}{10n-1} \right)^{5n}.$$

5.10.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2-6n+5}{n^2-5n+5} \right)^{3n+2}.$$

5.11.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}.$$

5.12.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+3}{n+1} \right)^{-n^2}.$$

5.13.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n^2+18n-15}{7n^2+11n+15} \right)^{n+2}.$$

15.14.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n-1} \right)^{-n^2}.$$

15.15.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+4}{n+2} \right)^n.$$

5.16.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+n+1}{n^3+2} \right)^{2n^2}.$$

5.17.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2}.$$

5.18.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

5.19.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+2n+3}{2n^2+2n+1} \right)^{3n^2-7}.$$

5.20.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+1}{3n-1} \right)^{2n+3}.$$

5.21.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{13n+3}{13n-10} \right)^{n-3}.$$

5.22.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n}$$

5.23.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}$$

5.24.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n-7} \right)^{n/6+1}$$

5.25.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}$$

5.26.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}$$

5.27.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 5n + 7}{2n^2 + 5n + 3} \right)^n$$

5.28.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}$$

5.29.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}$$

5.30.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 3n - 1}{5n^2 + 3n + 3} \right)^{n^2}$$

6. Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что:

6.1.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 - 5x + 1}{x - 1/3} = -1.$$

6.2.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{6x^2 - x - 1}{3x + 1} = -\frac{5}{3}.$$

6.3.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7.$$

6.4.

$$\lim_{x \rightarrow -7/2} \frac{2x^2 + 13x + 21}{2x + 7} = -\frac{1}{2}.$$

6.5.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{3x^2 - 40x + 128}{x - 8} = 8.$$

6.6.

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 + x - 1}{x + 1/2} = -5.$$

$$6.7. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{6x^2 + x - 1}{x - 1/3} = 5.$$

6.8.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 1/2} = -3.$$

6.9.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

6.10.

$$\lim_{x \rightarrow 11} \frac{2x^2 - 21x - 11}{x - 11} = 23.$$

6.11.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x - 1/3} = 19.$$

6.12.

$$\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$$

6.13.

$$\lim_{x \rightarrow -7} \frac{2x^2 + 15x + 7}{x + 7} = -13.$$

6.14.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x - 1/3} = 8.$$

$$6.15. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} = 2.$$

6.16.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x - 1/2} = 5.$$

6.17.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6.$$

6.18.

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x + 4} = -10.$$

6.19.

$$\lim_{x \rightarrow -7/5} \frac{10x^2 + 9x - 7}{x + 7/5} = -19.$$

6.20.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10.$$

6.21.

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5} = -8.$$

6.22.

$$\lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x - 5} = 1/2.$$

6.25.

$$\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 - 75x - 39}{x + 1/2} = -81.$$

6.28.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x - 5} = 26.$$

6.23.

$$\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5.$$

6.26.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7.$$

6.29.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

6.24.

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{5x^2 - 51x + 10}{x - 10} = 49.$$

6.27.

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{3x^2 + 17x - 6}{x + 6} = -19.$$

6.30.

$$\lim_{x \rightarrow -1/5} \frac{15x^2 - 2x - 1}{x + 1/5} = -8.$$

7. Найти предел функции.

$$7.1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 3x - 36}{x^2 - x - 12}.$$

$$7.2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}.$$

$$7.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1}.$$

$$7.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}.$$

$$7.5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6}.$$

$$7.6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^2 + 3x - 10}.$$

$$7.7. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35}.$$

$$7.8. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}.$$

$$7.9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10}.$$

$$7.10. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 3x - 27}{x^2 - 6x - 27}.$$

$$7.11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3}.$$

$$7.12. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 6x - 45}{2x^2 - 3x - 35}.$$

$$7.13. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x^2 + 15x - 8}{3x^2 + 25x + 8}.$$

$$7.14. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2}.$$

$$7.15. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5}.$$

$$7.16. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}.$$

$$7.17. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}.$$

$$7.18. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}.$$

$$7.19. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{x^3 - 27}.$$

$$7.20. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1}.$$

$$7.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - x^2 + 2x}{x^2 + x}.$$

$$7.22. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6}.$$

$$7.23. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3}.$$

$$7.24. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{3x^2 - x - 2}.$$

$$7.25. \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{3x^2 + 2x - 1}{27x^3 - 1}.$$

$$7.26. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 7x - 2}{3x^2 + 8x + 4}.$$

$$7.27. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{12 - x - x^2}{x^3 - 27}.$$

$$7.28. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 2x - 40}{x^2 - 3x - 4}.$$

$$7.29. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{4x^2 + 2x - 2}.$$

$$7.30. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 2x - 3}.$$

8. Найти предел функции.

$$8.1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^3 + x - 2}.$$

$$8.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 10}{x^3 - 1}.$$

$$8.3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}.$$

$$8.4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 - 9x + 10}.$$

$$8.5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 9x + 10}{x^3 - 8}.$$

$$8.6. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^2 - 4x}.$$

$$8.7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$8.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^4 - 1}.$$

$$8.9. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}.$$

$$8.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^4 - 5x^2 + 1}{x^2 - 1}.$$

$$8.11. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}.$$

$$8.12. \lim_{x \rightarrow 6} \frac{2x^2 - 11x - 6}{3x^2 - 20x + 12}.$$

$$8.13. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}.$$

$$8.14. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 7x - 4}{x^3 + 64}.$$

$$8.15. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{x^2 - 11x + 18}.$$

$$8.16. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 11x + 15}{3x^2 + 5x - 12}.$$

$$8.17. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{8x^3 - 1}{x^2 - 1/4}.$$

$$8.18. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{4x^2 + 19x - 5}{2x^2 + 11x + 5}.$$

$$8.19. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}.$$

$$8.20. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 11x + 10}{x^2 - 5x - 14}.$$

$$8.21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 7x + 5}.$$

$$8.22. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x^4 - 1}.$$

$$8.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x}.$$

$$8.24. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}.$$

$$8.25. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 3}{5x^2 + 3x - 3}.$$

$$8.26. \lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 2x - 24}{2x^2 + 15x + 18}.$$

$$8.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}.$$

$$8.28. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}.$$

$$8.29. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{7x^2 - 27x - 4}.$$

$$8.30. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x - 12}{x^2 - 5x + 6}.$$

9. Найти предел функции.

$$9.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}.$$

$$9.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}.$$

$$9.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}.$$

$$9.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4-5x^2-3x^5}{x^5+6x+8}.$$

$$9.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}.$$

$$9.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}.$$

$$9.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3-2x+1}{2x^3+3x^2+2}.$$

$$9.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}.$$

$$9.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}.$$

$$9.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}.$$

$$9.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4-2x^2-7}{3x^4+3x+5}.$$

$$9.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3+x}{x^3-3x+2}.$$

$$9.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+7x+3}{5x^2-x+4}.$$

$$9.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3-7x^2+3}{2+2x-x^3}.$$

$$9.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}.$$

$$9.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-3x^2+10}{7x^3+x+1}.$$

$$9.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}.$$

$$9.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}.$$

$$9.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}.$$

$$9.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+7x}{2x^3-4x+5}.$$

$$9.21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}.$$

$$9.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}.$$

$$9.23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}.$$

$$9.24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}.$$

$$9.25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}.$$

$$9.26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}.$$

$$9.27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}.$$

$$9.28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}.$$

$$9.29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}.$$

$$9.30. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2x+9}{2x^2-x+4}.$$

10. Найти предел функции.

$$10.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5-4x^3+3}{2x^3+x^3-7}.$$

$$10.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+7}{3x^4-2x^2+x}.$$

$$10.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+2x-5}{2x^2+x+7}.$$

$$10.4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^5 - 4x^3 + 3}{2x^2 + 3x - 7}.$$

$$10.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 3x^2 + 7}{2x^4 + 3x^2 + 1}.$$

$$10.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - x^6}{x^2 - 2x + 5}.$$

$$10.7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 8}{8x^3 - 4x + 5}.$$

$$10.8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 3x^2 + 5}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$10.9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 7x^2 + 4}{x^4 + 5x - 1}.$$

$$10.10. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 - 2x + 4}{2x^2 + x - 5}.$$

$$10.11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{11x^3 + 3x}{2x^2 - 2x + 1}.$$

$$10.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 + 5x^2 - 4x}{3x^2 + 11x - 7}.$$

$$10.13. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 10x - 11}{3x^4 - 2x + 5}.$$

$$10.14. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 3}{2x^2 - x + 7}.$$

$$10.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^2 + 3x + 1}.$$

$$10.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 7x}{2x^2 + 7x - 3}.$$

$$10.17. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 - 2x + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}.$$

$$10.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^3 + 4x^2 - 3}.$$

$$10.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{1 + 2x - x^4}.$$

$$10.20. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 7x - 4}{x^5 + 2x - 1}.$$

$$10.21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + x^2 - 7}{2x^2 - 5x + 3}.$$

$$10.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - 5x + 2}{4x^3 + 2x - 1}.$$

$$10.23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 1}{3x^4 + 2x + 5}.$$

$$10.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 4}{3x^2 - 4x + 1}.$$

$$10.25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x + 5}{4x^3 - 2x^2 + 1}.$$

$$10.26. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^6 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 4x - 5}.$$

$$10.27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x^2 - 3x}{3x^2 + x - 10}.$$

$$10.28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 7}{x^4 - 2x^3 + 1}.$$

$$10.29. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^2 + 5x + 9}{1 + 4x - x^3}.$$

$$10.30. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1}.$$

11. Найти предел функции.

$$11.1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}.$$

$$11.2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

$$11.3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$11.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

$$11.5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$$

$$11.6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x + 2}.$$

- 11.7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$. 11.8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$. 11.9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$.
- 11.10. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$. 11.11. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$. 11.12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$.
- 11.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}$. 11.14. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$. 11.15. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$.
- 11.16. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$. 11.17. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$. 11.18. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
- 11.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$. 11.20. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}$. 11.21. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
- 11.22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$. 11.23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$. 11.24. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.
- 11.25. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$. 11.26. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$. 11.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}$.
- 11.28. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$. 11.29. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^3 - x - 2}$. 11.30. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$.

12. Найти предел функции.

- 12.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$. 12.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$. 12.3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$.
- 12.4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$. 12.5. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$. 12.6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$.

$$12.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}.$$

$$12.8. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{\sqrt{3x-x}}.$$

$$12.9. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}.$$

$$12.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2-3}{\sqrt{8+x}-3}.$$

$$12.11. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20}-4}{x^3+64}.$$

$$12.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}.$$

$$12.13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}.$$

$$12.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}.$$

$$12.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}.$$

12.16.

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}.$$

$$12.17. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}.$$

$$12.18. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}.$$

12.19.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}.$$

$$12.20. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}.$$

$$12.21. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x-2}-3}.$$

$$12.22. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}.$$

$$12.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}.$$

$$12.24. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}.$$

$$12.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}.$$

$$12.26. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}.$$

$$12.27. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}.$$

$$12.28. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}.$$

$$12.29. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}.$$

$$12.30. \lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}.$$

13. Найти предел функции.

$$13.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}.$$

$$13.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}.$$

$$13.3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x^2-16}}.$$

$$13.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}.$$

$$13.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2}-2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}.$$

$$13.6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}.$$

$$13.7. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2}.$$

$$13.8. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x-5}}{\sqrt[3]{x-2}}.$$

$$13.9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x-2}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.10. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x-5}}{\sqrt[3]{x^2-4}}.$$

$$13.11. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{\sqrt[3]{x^3+8}}.$$

$$13.12. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x-3}}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}.$$

13.13.

$$\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9}-1/3}{\sqrt{1/3+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.14. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x-3}}{\sqrt{x-2}}.$$

$$13.15. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x-4}}{\sqrt{4+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.16. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x-3}}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

$$13.17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

$$13.18. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4}-1/2}{\sqrt{1/2+x}-\sqrt{2x}}.$$

13.19.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}.$$

$$13.20. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}.$$

$$13.21. \lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16}-1/4}{\sqrt{1/4+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.22. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x-2}}{\sqrt{x-4}}.$$

$$13.23. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x-5}}{\sqrt[3]{x-2}}.$$

$$13.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2+5\sqrt{x}}}.$$

$$13.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}.$$

$$13.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}.$$

$$13.27. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}.$$

$$13.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

$$13.29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}.$$

$$13.30. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x-2}}{\sqrt[3]{(\sqrt{x-4})^2}}.$$

14. Найти предел функции.

$$14.1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

$$14.2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x} \right)^{-5x}.$$

$$14.3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}.$$

$$14.4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}.$$

$$14.5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

$$14.6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}.$$

$$14.7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+1} \right)^{4x-2}.$$

$$14.8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x} \right)^{2x+1}.$$

$$14.9. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{3-2x}.$$

$$14.10. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2-3x}{5-3x} \right)^x.$$

$$14.11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}.$$

$$14.12. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$14.13. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}.$$

$$14.14. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{x-5}.$$

$$14.15. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2-3x}.$$

$$14.16. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}.$$

$$14.17. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+4} \right)^{3x-1}.$$

$$14.18. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}.$$

$$14.19. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{1+2x}.$$

$$14.20. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x} \right)^{3x+4}.$$

$$14.21. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2}.$$

$$14.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

$$14.23. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x} \right)^{3-2x}.$$

$$14.24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1}.$$

$$14.25. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2}.$$

$$14.26. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}.$$

$$14.27. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}.$$

$$14.28. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}.$$

$$14.29. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x} \right)^{-2x}.$$

$$14.30. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$$

15. Найти предел функции.

$$15.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}.$$

$$15.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x + \sin x}.$$

$$15.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}.$$

$$15.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}.$$

$$15.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}.$$

$$15.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x + \sin x}{\arcsin x}.$$

$$15.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}.$$

$$15.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2}.$$

$$15.9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\pi/2 - x) \operatorname{tg} x.$$

- 15.10. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(\pi/2 - x)^2}$. 15.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$. 15.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$.
- 15.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$. 15.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$. 15.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x - \sin x}{x^2}$.
- 15.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin x}{5x}$. 15.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$. 15.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$.
- 15.19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x}$. 15.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$. 15.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\operatorname{tg} 3x}$.
- 15.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$. 15.23. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$. 15.24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x}$.
- 15.25. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\pi - 2x}$. 15.26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$. 15.27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$.
- 15.28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \operatorname{tg} x}$. 15.29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}$. 15.30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.

16. Доказать, что функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости.

- 16.1. $f(x) = \sin x + \sin 5x$, $\varphi(x) = 2x$. 16.2. $f(x) = 2x/(3-x)$, $\varphi(x) = 2x - x^2$.
- 16.3. $f(x) = 3x/(1-x)$, $\varphi(x) = x/(4+x)$. 16.4. $f(x) = x^2/(7+x)$, $\varphi(x) = 3x^3 - x^2$.
- 16.5. $f(x) = 3x^2/(2+x)$, $\varphi(x) = 7x^2$. 16.6. $f(x) = \sin(x^2 + 5x)$, $\varphi(x) = x^3 - 25x$.
- 16.7. $f(x) = 2x^3$, $\varphi(x) = 5x^3/(4-x)$. 16.8. $f(x) = \cos x - \cos^3 x$, $\varphi(x) = 6x^2$.
- 16.9. $f(x) = x^2/(5+x)$, $\varphi(x) = 4x^2/(x-1)$. 16.10. $f(x) = \arcsin 2x$, $\varphi(x) = 8x$.
- 16.11. $f(x) = \sin 8x$, $\varphi(x) = \arcsin 5x$. 16.12. $f(x) = 1 - \cos 4x$, $\varphi(x) = x \sin 2x$.
- 16.13. $f(x) = \sin 3x + \sin x$, $\varphi(x) = 10x$. 16.14. $f(x) = \sqrt{9-x} - 3$, $\varphi(x) = 2x$.
- 16.15. $f(x) = \cos 7x - \cos x$, $\varphi(x) = 2x^2$. 16.16. $f(x) = \cos 3x - \cos 5x$, $\varphi(x) = x^2$.
- 16.17. $f(x) = \operatorname{tg} 2x$, $\varphi(x) = \arcsin x$. 16.18. $f(x) = 1 - \cos 2x$, $\varphi(x) = 8x^2$.

16.19. $f(x)=1-\cos x, \varphi(x)=3x^2$.

16.20. $f(x)=3\sin^2 4x, \varphi(x)=x^2-x^4$.

16.21. $f(x)=\operatorname{arctg}^2 3x, \varphi(x)=4x^2$.

16.22. $f(x)=\operatorname{tg}(x^2+2x), \varphi(x)=x^2+2x$.

16.23. $f(x)=\sin 3x-\sin x, \varphi(x)=5x$.

16.24. $f(x)=\operatorname{arcsin}(x^2-x), \varphi(x)=x^3-x$.

16.25. $f(x)=\cos 3x-\cos x, \varphi(x)=7x^2$.

16.26. $f(x)=\sin 7x+\sin x, \varphi(x)=4x$.

16.27. $f(x)=x^2-\cos 2x, \varphi(x)=6x^2$.

16.28. $f(x)=\sqrt{4+x}-2, \varphi(x)=3x$.

16.29. $f(x)=\sqrt{1+x}-1, \varphi(x)=2x$.

16.30. $f(x)=\sin(x^2-2x), \varphi(x)=x^4-8x$.

17. Найти предел функции.

17.1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 8x}{\operatorname{tg} 4x}$.

17.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x}-1}{\sin 2x}$.

17.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\ln(1+2x)}$.

17.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$.

17.5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sin(x+2)}{x^3+8}$.

17.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x}-1}{\operatorname{tg} 2x}$.

17.7. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\operatorname{tg}(x+5)}{x^2-25}$.

17.8. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3-64}{\operatorname{tg}(x-4)}$.

17.9. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^3-27}$.

17.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$.

17.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x^3)}{2x^3}$.

17.12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 8x}{2x^2}$.

17.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{4x^2}$.

17.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 5x}{\operatorname{tg} 3x}$.

17.15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\operatorname{tg} 2x}$.

17.16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 4x}{\operatorname{tg} 5x}$.

17.17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{x^3+27x}$.

17.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{2x^2-3x}$.

17.19. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(x+2)}{x^2-4}$.

17.20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 3x}{2x}$.

17.21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{arctg} 2x}$.

17.22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin} 2x}{\operatorname{tg} 4x}$.

17.23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$.

17.24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{\operatorname{tg} 3x}$.

$$17.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}. \quad 17.26. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x^2 - 5x + 6}. \quad 17.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{2x^2}.$$

$$17.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{\operatorname{tg} 2x}. \quad 17.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}. \quad 17.30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\ln(1+2x)}.$$

18. Найти предел функции.

$$18.1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2+1))}. \quad 18.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-3x)}{\sqrt{8x+4}-2}. \quad 18.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}.$$

$$18.4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}. \quad 18.5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}. \quad 18.6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}.$$

$$18.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}. \quad 18.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(\pi(x+1))}{\ln(1+2x)}. \quad 18.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$$

$$18.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}. \quad 18.11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sin(\pi(x+2))}. \quad 18.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1+4x)}.$$

$$18.13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(x-3\pi)}. \quad 18.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}. \quad 18.15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-7x)}{\sin(\pi(x+7))}.$$

$$18.16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\sin 3(x+\pi)}. \quad 18.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x+\pi)}{e^{x^2} - 1}. \quad 18.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x+5\pi/2) \operatorname{tg} x}{\arcsin 2x^2}.$$

$$18.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(x-\pi)}{(e^{3x} - 1)^2}. \quad 18.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}. \quad 18.21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos(\pi(x+1)/2)}.$$

$$18.22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e-x)-1}. \quad 18.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x+1/2))}. \quad 18.24. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3 \operatorname{arctg} x}.$$

$$18.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{2 - \sqrt{2x^2+4}}. \quad 18.26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2+x}-2}. \quad 18.27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}.$$

$$18.28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4\pi x} - 1}{\sqrt[3]{8+24x-2}}$$

$$18.29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x+10))}$$

$$18.30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x+\pi))}{e^{3x-1}}$$

19. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$).

19.1.

$$f(x) = -4x^2 + 9, x_0 = 4.$$

19.4.

$$f(x) = -2x^2 + 7, x_0 = 6.$$

19.7.

$$f(x) = 3x^2 + 5, x_0 = 8.$$

19.10.

$$f(x) = 5x^2 + 3, x_0 = 8.$$

19.13.

$$f(x) = 4x^2 - 1, x_0 = 6.$$

19.16.

$$f(x) = -2x^2 - 4, x_0 = 3.$$

19.19.

$$f(x) = -4x^2 - 6, x_0 = 1.$$

19.22.

$$f(x) = -4x^2 - 8, x_0 = 2.$$

19.25.

$$f(x) = -2x^2 + 9, x_0 = 4.$$

19.28.

$$f(x) = 3x^2 + 7, x_0 = 6.$$

19.2.

$$f(x) = 2x^2 - 3, x_0 = 4.$$

19.5.

$$f(x) = -3x^2 - 5, x_0 = 2.$$

19.8.

$$f(x) = -5x^2 - 7, x_0 = 1.$$

19.11.

$$f(x) = -3x^2 - 9, x_0 = 3.$$

19.14.

$$f(x) = 2x^2 + 8, x_0 = 5.$$

19.17.

$$f(x) = 4x^2 + 6, x_0 = 7.$$

19.20.

$$f(x) = 4x^2 - 2, x_0 = 5.$$

19.23.

$$f(x) = 2x^2 - 4, x_0 = 3.$$

19.26.

$$f(x) = -3x^2 - 6, x_0 = 1.$$

19.29.

$$f(x) = -5x^2 - 8, x_0 = 2.$$

19.3.

$$f(x) = -5x^2 - 9, x_0 = 3.$$

19.6.

$$f(x) = -3x^2 + 8, x_0 = 5.$$

19.9.

$$f(x) = 2x^2 + 6, x_0 = 7.$$

19.12.

$$f(x) = 4x^2 + 4, x_0 = 9.$$

19.15.

$$f(x) = 5x^2 + 1, x_0 = 7.$$

19.18.

$$f(x) = 3x^2 - 2, x_0 = 5.$$

19.21.

$$f(x) = 5x^2 - 1, x_0 = 6.$$

19.24.

$$f(x) = 3x^2 - 3, x_0 = 4.$$

19.27.

$$f(x) = -2x^2 - 5, x_0 = 2.$$

19.30.

$$f(x) = -4x^2 - 7, x_0 = 1.$$

20. Исследовать функцию на непрерывность в указанных точках.

$$20.1. f(x) = (x-4)/(x+3); x_1 = -3, x_2 = -2. \quad 20.2. f(x) = 2x/(x^2-1); x_1 = 1, x_2 = 2.$$

$$20.3. f(x) = (x+5)/(x-3); x_1 = 3, x_2 = 4. \quad 20.4. f(x) = 2^{3/(x+2)} + 1; x_1 = -2, x_2 = -1.$$

$$20.5. f(x) = 3^{4/(1-x)} + 1; x_1 = 1, x_2 = 2. \quad 20.6. f(x) = 4^{3/(x-2)} + 2; x_1 = 2, x_2 = 3.$$

- 20.7. $f(x)=4x/(x+5); x_1=-5, x_2=-4.$ 20.8. $f(x)=3^{2/(x+1)}-2; x_1=-1, x_2=0.$
- 20.9. $f(x)=6^{2/(4-x)}; x_1=3, x_2=4.$ 20.10. $f(x)=5^{3/(x+4)}+1; x_1=-5, x_2=-4.$
- 20.11. $f(x)=(x+1)/(x-2); x_1=2, x_2=3.$ 20.12. $f(x)=(x-4)/(x+2); x_1=-2, x_2=-1.$
- 20.13. $f(x)=7^{1/(5-x)}+1; x_1=4, x_2=5.$ 20.14. $f(x)=2^{1/(x-3)}+1; x_1=3, x_2=4.$
- 20.15. $f(x)=(x-3)/(x+4); x_1=-5, x_2=-4.$ 20.16. $f(x)=5^{1/(x-3)}-1; x_1=3, x_2=4.$
- 20.17. $f(x)=(x+5)/(x-2); x_1=3, x_2=2.$ 20.18. $f(x)=(x+7)/(x-2); x_1=2, x_2=3.$
- 20.19. $f(x)=5^{1/(x-3)}; x_1=3, x_2=4.$ 20.20. $f(x)=(x-5)/(x+3); x_1=-2, x_2=-3.$
- 20.21. $f(x)=4^{2/(x-1)}; x_1=1, x_2=2.$ 20.22. $f(x)=4^{1/(3-x)}+2; x_1=2, x_2=3.$
- 20.23. $f(x)=2^{5/(1-x)}-1; x_1=0, x_2=1.$ 20.24. $f(x)=9^{1/(2-x)}; x_1=0, x_2=2.$
- 20.25. $f(x)=8^{4/(x-2)}-1; x_1=2, x_2=3.$ 20.26. $f(x)=2^{1/(x-5)}+1; x_1=4, x_2=5.$
- 20.27. $f(x)=5^{4/(3-x)}+1; x_1=2, x_2=3.$ 20.28. $f(x)=5^{1/(x-4)}-2; x_1=3, x_2=4.$
- 20.29. $f(x)=3x/(x-4); x_1=4, x_2=5.$ 20.30. $f(x)=6^{1/(x-3)}+3; x_1=3, x_2=4.$

21. Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

$$21.1. f(x) = \begin{cases} -x+2, & x \leq -2, \\ x^3, & -2 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1. \end{cases}$$

$$21.2. f(x) = \begin{cases} x^3, & x < -1, \\ x-1, & -1 \leq x \leq 3, \\ -x+5, & x > 3. \end{cases}$$

$$21.3. f(x) = \begin{cases} 3x+4, & x \leq -1, \\ x^2-2, & -1 < x < 2, \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$21.4. f(x) = \begin{cases} x, & x < -2, \\ -x+1, & -2 \leq x \leq 1, \\ x^2-1, & x > 1. \end{cases}$$

$$21.5. f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ (x-2)^2, & 1 < x < 3, \\ -x+6, & x \geq 3. \end{cases}$$

$$21.6. f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ -x^2+4, & 0 < x < 2, \\ x-2, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$21.7. f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 1, \\ x^2+2, & 1 \leq x \leq 2, \\ -2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.9. f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1, \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1, \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$21.11. f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ (x+1)^2, & 0 < x \leq 2, \\ -x+4, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.13. f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2+1, & -1 < x \leq 1, \\ -x+3, & x > 1. \end{cases}$$

$$21.15. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x < 2, \\ x-3, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$21.17. f(x) = \begin{cases} -2(x+1), & x \leq -1, \\ (x+1)^3, & -1 < x < 0, \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$21.19. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ x+1, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.21. f(x) = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x+2, & x > 3. \end{cases}$$

$$21.8. f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ x^2-1, & -1 < x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.10. f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 1-x, & x > \pi. \end{cases}$$

$$21.12. f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1. \end{cases}$$

$$21.14. f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^3, & 0 < x \leq 2, \\ x+4, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.16. f(x) = \begin{cases} x-1, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$21.18. f(x) = \begin{cases} x+1, & x < 0, \\ x^2-1, & 0 \leq x < 1, \\ -x, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$21.20. f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x < 2, \\ x+1, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$21.22. f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 2, \\ x^2-2, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.23. f(x) = \begin{cases} x-3, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3+x, & x > 4. \end{cases}$$

$$21.24. f(x) = \begin{cases} x-1, & x < 0, \\ \sin x, & 0 \leq x < \pi, \\ 3, & x \geq \pi. \end{cases}$$

$$21.25. f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, & x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq 2, \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.26. f(x) = \begin{cases} -x+1, & x < -1, \\ x^2+1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 2x, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.27. f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 2+x, & x > 1. \end{cases}$$

$$21.28. f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ 2^x, & 0 < x \leq 2, \\ x+3, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.29. f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

$$21.30. f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 < x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases}$$

4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Найти производную.

$$1.1. y = \frac{7}{(x-1)^3} + \sqrt{8x-3+x^2}.$$

$$1.2. y = \sqrt{(x-3)^7} + \frac{9}{7x^2-5x-8}.$$

$$1.3. y = \sqrt[5]{3x^2+4x-5} + \frac{4}{(x-4)^4}.$$

$$1.4. y = \sqrt[3]{(x-8)^4} + \frac{2}{1+3x-4x^2}.$$

$$1.5. y = \sqrt[3]{5x^4-2x-1} + \frac{8}{(x-5)^2}.$$

$$1.6. y = \frac{3}{4x-3x^2+1} - \sqrt{(x+1)^5}.$$

$$1.7. y = \frac{3}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{5x-7x^2-3}.$$

$$1.8. y = \frac{3}{x-4} + \sqrt[6]{(2x^2-3x+1)^5}.$$

$$1.9. y = \sqrt[4]{(x-1)^5} + \frac{4}{7x^2-3x+2}.$$

$$1.10. y = \frac{4}{(x-7)^3} + \sqrt[3]{(3x^2-x+1)^4}.$$

$$1.11. y = \sqrt[5]{(x-2)^6} - \frac{3}{7x^3-x^2-4}.$$

$$1.12. y = \sqrt{(x-7)^7} + \frac{10}{(3x^2-5x+1)}.$$

$$1.13. y = \frac{3}{(x+4)^2} - \sqrt[3]{4+3x-x^4}.$$

$$1.15. y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2+3x-7}.$$

$$1.17. y = \frac{3}{(x-3)^4} + \sqrt{1+5x-2x^2}.$$

$$1.19. y = \sqrt[3]{5+4x-x^2} - \frac{5}{(x+1)^3}.$$

$$1.21. y = \sqrt[4]{5x^2-4x+1} - \frac{7}{(x-5)^2}.$$

$$1.23. y = \sqrt[5]{3-7x+x^2} + \frac{4}{(x-7)^5}.$$

$$1.25. y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2+4x-1)^2}.$$

$$1.27. y = \sqrt[5]{7x^2-3x+5} - \frac{5}{(x-1)^3}.$$

$$1.29. y = \sqrt[4]{3x^2-x+5} - \frac{3}{(x-5)^4}.$$

$$1.14. y = \frac{7}{(x+2)^5} - \sqrt{8-5x+2x^2}.$$

$$1.16. y = \sqrt[3]{(x-1)^5} + \frac{5}{2x^2-4x+7}.$$

$$1.18. y = \sqrt{3x^4-2x^3+x} - \frac{4}{(x+2)^3}.$$

$$1.20. y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2+3x-5}.$$

$$1.22. y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2-3x+7}.$$

$$1.24. y = \frac{3}{(x-4)^7} - \sqrt{5x^2-4x+3}.$$

$$1.26. y = \sqrt[3]{4x^2-3x-4} - \frac{2}{(x-3)^5}.$$

$$1.28. y = \sqrt[3]{3x^4+2x-5} + \frac{4}{(x-2)^5}.$$

$$1.30. y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{3}{2x^3-3x+1}.$$

2. Найти производную.

$$2.1. y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \operatorname{arcsin} x^5.$$

$$2.3. y = e^{-\sin x} \operatorname{tg} 7x^6.$$

$$2.5. y = \cos^5 x \cdot \operatorname{arccos} 4x.$$

$$2.7. y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arctg} 3x^5.$$

$$2.9. y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2.$$

$$2.11. y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \operatorname{arccos} x^4.$$

$$2.13. y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \operatorname{arccos} 2x^3.$$

$$2.15. y = \sin^5 3x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$2.2. y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{tg}(4x+1)^3.$$

$$2.4. y = \operatorname{arcsin}^3 2x \cdot \operatorname{ctg} 7x^4.$$

$$2.6. y = \operatorname{arccos}^2 4x \cdot \ln(x+3).$$

$$2.8. y = \operatorname{arctg}^3 4x \cdot 3^{\sin x}.$$

$$2.10. y = 4^{-x} \cdot \ln^5(x+2).$$

$$2.12. y = 5^{x^2} \cdot \operatorname{arccos} 2x^5.$$

$$2.14. y = \cos^3 4x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$2.16. y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \operatorname{arccos} 2x^3.$$

2.17. $y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5$.

2.19. $y = \operatorname{tg}^4 x \cdot \arcsin 4x^5$.

2.21. $y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \arccos 3x^2$.

2.23. $y = \ln^5 x \cdot \operatorname{arctg} 7x^4$.

2.25. $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arcctg} 5x^3$.

2.27. $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin 7x^4$.

2.29. $y = \sin^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$.

2.18. $y = e^{\cos x} \operatorname{ctg} 8x^3$.

2.20. $y = \sin^3 7x \cdot \operatorname{arcctg} 5x^2$.

2.22. $y = \cos^5 \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$.

2.24. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \arcsin \sqrt{x}$.

2.26. $y = \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \operatorname{arcctg} 3x^5$.

2.28. $y = 2^{\operatorname{tg} x} \operatorname{arctg}^5 3x$.

2.30. $y = \cos^4 3x \cdot \arcsin 3x^2$.

3. Найти производную.

3.1. $y = \log_3(x+1) \cdot \operatorname{arctg}^5 7x$.

3.3. $y = \ln(x+9) \cdot \operatorname{arcctg}^3 2x$.

3.5. $y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^2 3x$.

3.7. $y = 4^{-\sin x} \operatorname{arctg} 3x$.

3.9. $y = 2^{\cos x} \operatorname{arctg}^3 x$.

3.11. $y = \lg(x+3) \cdot \arcsin^2 5x$.

3.13. $y = \log_2(x+3) \arccos^2 x$.

3.15. $y = 2^{-x} \operatorname{arctg}^3 4x$.

3.17. $y = \ln(x-4) \cdot \operatorname{arcctg}^4 3x$.

3.19. $y = \lg(x+3) \cdot \operatorname{arcctg}^2 5x$.

3.21. $y = \log_5(x+1) \cdot \operatorname{arctg}^2 x^3$.

3.23. $y = \operatorname{arcctg}^2 5x \cdot \ln(x-4)$.

3.25. $y = \operatorname{arctg}^3 2x \cdot \ln(x+5)$.

3.2. $y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 7x^2$.

3.4. $y = 5^{-x^2} \arcsin 3x^3$.

3.6. $y = \operatorname{arctg}^5 x \cdot \log_2(x-3)$.

3.8. $y = \log_3(x+5) \cdot \arccos 3x$.

3.10. $y = e^{-x} \cdot \arcsin^2 5x$.

3.12. $y = \log_4(x+1) \cdot \arcsin^4 x$.

3.14. $y = (x-4)^5 \cdot \operatorname{arcctg} 3x^2$.

3.16. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$.

3.18. $y = e^{-\cos x} \operatorname{arctg} 7x^5$.

3.20. $y = (x+1) \arccos 3x^4$.

3.22. $y = 2^{\sin x} \operatorname{arctg} x^4$.

3.24. $y = 3^{-x^3} \operatorname{arctg} 2x^5$.

3.26. $y = 3^{\cos x} \arcsin^2 3x$.

$$3.27. y = \arccos^4 x \cdot \ln(x^2 + x - 1).$$

$$3.29. y = \sqrt{\arccos 2x} \cdot 3^{-x}.$$

$$3.28. y = \ln(x+10) \cdot \arccos^2 4x.$$

$$3.30. y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^5 x.$$

4. Найти производную.

$$4.1. y = \frac{\operatorname{ctg}^3(2x-3)}{\log_3(x+2)}.$$

$$4.3. y = \frac{\ln^2(x+1)}{\cos 3x^4}.$$

$$4.5. y = \frac{\log_3(4x-2)}{\operatorname{ctg} 2x}.$$

$$4.7. y = \frac{\lg(x+2)}{\sin 2x^5}.$$

$$4.9. y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\lg(3x+5)}.$$

$$4.11. y = \frac{\cos^2 x}{\lg(x^2 - 2x + 1)}.$$

$$4.13. y = \frac{\ln^3 x}{\operatorname{ctg}(x-3)}.$$

$$4.15. y = \frac{\log_3(x+4)}{\cos^5 x}.$$

$$4.17. y = \frac{\ln(5x-3)}{4 \operatorname{tg} 3x^4}.$$

$$4.19. y = \frac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}.$$

$$4.21. y = \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{\lg(5x+1)}.$$

$$4.23. y = \frac{\ln(7x-3)}{3 \operatorname{tg}^2 4x}.$$

$$4.25. y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{\ln(7x-2)}.$$

$$4.2. y = \frac{\lg^3 x}{\sin 5x^2}.$$

$$4.4. y = \frac{\log_2(7x-5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}.$$

$$4.6. y = \frac{\ln^3(x-5)}{\operatorname{tg}(1/x)}.$$

$$4.8. y = \frac{\operatorname{tg}^3 7x}{\ln(3x+2)}.$$

$$4.10. y = \frac{\operatorname{tg}(3x-5)}{\ln^2(x+3)}.$$

$$4.12. y = \frac{\log_2(3x+7)}{\operatorname{tg} 3x}.$$

$$4.14. y = \frac{\operatorname{tg}^4 5x}{\ln(x+7)}.$$

$$4.16. y = \frac{\operatorname{tg}^4 3x}{\lg(x^2 - x + 4)}.$$

$$4.18. y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg} 7x^3}.$$

$$4.20. y = \frac{\ln(7x+2)}{5 \cos 42x}.$$

$$4.22. y = \frac{\cos^2 3x}{\lg(3x-4)}.$$

$$4.24. y = \frac{\log_3(4x+5)}{2 \operatorname{ctg} \sqrt{x}}.$$

$$4.26. y = \frac{\lg(11x+3)}{\cos^2 5x}.$$

$$4.27. y = \frac{\sin^3(5x+1)}{\lg(3x-2)}.$$

$$4.29. y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}.$$

$$4.28. y = \frac{\operatorname{tg}^2(x-2)}{\lg(x+3)}.$$

$$4.30. y = \frac{\cos^4(7x-1)}{\lg(x+5)}.$$

5. Найти производную.

$$5.1. y = \frac{3 \arcsin(2x-7)}{(x+2)^4}.$$

$$5.3. y = \frac{5 \ln(5x+7)}{(x-7)^2}.$$

$$5.5. y = \frac{7 \log_4(2x-5)}{(x-1)^5}.$$

$$5.7. y = \frac{4 \lg(3x+7)}{(x+1)^7}.$$

$$5.9. y = \frac{6 \log_3(2x+9)}{(x+4)^2}.$$

$$5.11. y = \frac{7 \log_5(x^2+x)}{(x+3)^3}.$$

$$5.13. y = \frac{2 \ln(3x-10)}{(x+5)^7}.$$

$$5.15. y = \frac{2 \log_3(4x-7)}{(x+3)^4}.$$

$$5.17. y = \frac{\lg(x^2+2x)}{(x+8)^4}.$$

$$5.19. y = \frac{4 \log_2(3x-5)}{(x-2)^2}.$$

$$5.21. y = \frac{4 \lg(3x+7)}{(x-5)^3}.$$

$$5.23. y = \frac{8 \operatorname{arctg}(2x+3)}{(x+1)^3}.$$

$$5.2. y = \frac{3 \log_2(5x-4)}{(x-3)^5}.$$

$$5.4. y = \frac{\log_7(2x^2+5)}{(x-4)^2}.$$

$$5.6. y = \frac{8 \lg(4x+5)}{(x-1)^5}.$$

$$5.8. y = \frac{3 \log_4(2x+9)}{(x-7)^2}.$$

$$5.10. y = \frac{3 \ln(x^2+5)}{(x-7)^3}.$$

$$5.12. y = \frac{2 \ln(2x^2+3)}{(x-7)^4}.$$

$$5.14. y = \frac{7 \operatorname{arctg}(4x+1)}{(x-4)^2}.$$

$$5.16. y = \frac{2 \lg(4x+5)}{(x+6)^4}.$$

$$5.18. y = \frac{4 \log_3(3x+1)}{(x+1)^2}.$$

$$5.20. y = \frac{\ln(7x+2)}{(x-6)^4}.$$

$$5.22. y = \frac{5 \log_2(x^2+1)}{(x-3)^4}.$$

$$5.24. y = \frac{9 \operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1)^2}.$$

$$5.25. y = \frac{6 \arcsin(x+5)}{(x-2)^5}.$$

$$5.27. y = \frac{2 \operatorname{arctg}(3x+2)}{(x-3)^2}.$$

$$5.29. y = \frac{\arcsin(3x+8)}{(x-7)^3}.$$

$$5.26. y = \frac{7 \operatorname{arccos}(4x-1)}{(x+2)^4}.$$

$$5.28. y = \frac{3 \operatorname{arcctg}(2x-5)}{(x+1)^4}.$$

$$5.30. y = \frac{4 \operatorname{arccos} 3x}{(x+2)^5}.$$

6. Найти производную.

$$6.1. y = \sqrt[6]{\frac{x-9}{x+9}} \operatorname{tg}(3x^2 - 4x + 1).$$

$$6.3. y = \sqrt[7]{\frac{x-4}{x+4}} \operatorname{ctg}(2x+5).$$

$$6.5. y = \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}} \sin(4x^2 - 7x + 2).$$

$$6.7. y = \sqrt[9]{\frac{x-3}{x+3}} \cos(x^2 - 3x + 2).$$

$$6.9. y = \sqrt{\frac{3x-2}{3x+2}} \operatorname{tg}(2x^2 - 9).$$

$$6.11. y = \sqrt{\frac{2x+3}{2x-3}} \operatorname{ctg}(3x^2 + 5).$$

$$6.13. y = \sqrt[4]{\frac{x+5}{x-5}} \sin(3x^2 - x + 4).$$

$$6.15. y = \sqrt[5]{\frac{x-6}{x+6}} \cos(7x+2).$$

$$6.17. y = \sqrt[9]{\frac{x-7}{x+7}} \arcsin(2x+3).$$

$$6.19. y = \sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}} \operatorname{arccos}(3x-5).$$

$$6.21. y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}} \log_2(x-3x^2).$$

$$6.23. y = \sqrt[3]{\frac{2x-5}{2x+3}} \operatorname{lg}(4x+7).$$

$$6.2. y = \sqrt[8]{\frac{x-4}{x+4}} \operatorname{arctg}(5x+1).$$

$$6.4. y = \sqrt[9]{\frac{x-1}{x+1}} \operatorname{arcctg}(7x+2).$$

$$6.6. y = \sqrt{\frac{7x-4}{7x+4}} \arcsin(1-x^2).$$

$$6.8. y = \sqrt[3]{\frac{8x-3}{8x+3}} \operatorname{arccos}(x^2 - 5).$$

$$6.10. y = \sqrt[4]{\frac{2x-5}{2x+5}} \operatorname{arctg}(3x+2).$$

$$6.12. y = \sqrt[5]{\frac{3x-4}{3x+4}} \operatorname{arcctg}(2x+5).$$

$$6.14. y = \sqrt[6]{\frac{x^2-1}{x^2+1}} \arcsin 2x.$$

$$6.16. y = \sqrt[7]{\frac{x^2+3}{x^2-3}} \operatorname{arccos} 4x.$$

$$6.18. y = \sqrt[4]{\frac{5x+1}{5x-1}} \ln(3x-x^2).$$

$$6.20. y = \sqrt[9]{\frac{x+3}{x-3}} \log_5(2x-3).$$

$$6.22. y = \sqrt[3]{\frac{6x+5}{6x-5}} \operatorname{lg}(4x+7).$$

$$6.24. y = \sqrt[3]{\frac{4x-1}{4x+1}} \ln(2x^3 - 3).$$

$$6.25. y = \sqrt[4]{\frac{x+3}{x-3}} \ln(5x^2 - 2x + 1).$$

$$6.27. y = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x-1}} \log_3(x^2 + x + 4).$$

$$6.29. y = \sqrt[6]{\frac{7x-4}{7x+4}} \log_5(3x^2 + 2x).$$

$$6.26. y = \sqrt[4]{\frac{x+6}{x-6}} \sin(3x^2 + 1).$$

$$6.28. y = \sqrt[5]{\frac{x-7}{x+7}} \cos(2x^3 + x).$$

$$6.30. y = \sqrt[7]{\frac{2x-3}{2x+1}} \lg(7x - 10).$$

7. Найти производную.

$$7.1. y = x^{e^{\operatorname{ctgx}}}.$$

$$7.3. y = x^{2^x} \cdot 5x.$$

$$7.5. y = (\operatorname{tgx})^{(\ln \operatorname{tgx})/4}.$$

$$7.7. y = (x^8 + 1)^{\operatorname{thx}}.$$

$$7.9. y = (\cos 2x)^{(\ln \cos 2x)/4}.$$

$$7.11. (x \sin x)^8 \ln(x \sin x).$$

$$7.13. y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tgx}}.$$

$$7.15. y = (x^2 - 1)^{\operatorname{shx}}.$$

$$7.17. y = (\sin x)^{5x/2}.$$

$$7.19. y = 19^{x^{19}} x^{19}.$$

$$7.21. y = (\sin \sqrt{x})^{e^{1/x}}.$$

$$7.23. y = x^{e^{\cos x}}.$$

$$7.25. y = x^{e^{\sin x}}.$$

$$7.27. y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}.$$

$$7.29. y = x^{29^x} \cdot 29^x.$$

$$7.2. y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}.$$

$$7.4. y = (\operatorname{arcsin} x)^{e^x}.$$

$$7.6. y = x^{\operatorname{arcsin} x}.$$

$$7.8. y = x^{e^{\operatorname{tgx}}}.$$

$$7.10. y = (\cos 5x)^{e^x}.$$

$$7.12. y = (x - 5)^{\operatorname{chx}}.$$

$$7.14. y = x^{\sin x^3}.$$

$$7.16. y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctgx}}.$$

$$7.18. y = (x^2 + 1)^{\cos x}.$$

$$7.20. y = x^{3^x} \cdot 2^x.$$

$$7.22. (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln \operatorname{arctg} x}.$$

$$7.24. y = (\sin x)^{5e^x}.$$

$$7.26. y = (\ln x)^{3^x}.$$

$$7.28. y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}.$$

$$7.30. y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}.$$

8. Найти производную.

$$8.1. y = (\ln(x+7))^{\operatorname{ctg} 2x}.$$

$$8.2. y = (\operatorname{ctg}(7x+4))^{\sqrt{x+3}}.$$

$$8.3. y = \left(th \sqrt{x+1} \right)^{arctg 2x}.$$

$$8.5. y = (\cos(x+5))^{arcsin 3x}.$$

$$8.7. y = (\sin 4x)^{arctg(1/x)}.$$

$$8.9. y = \left(ctg 2x^3 \right)^{\sin \sqrt{x}}.$$

$$8.11. y = (\arccos x)^{\sqrt{\cos x}}.$$

$$8.13. y = (sh 5x)^{arctg(x+2)}.$$

$$8.15. y = \left(cth \sqrt{x} \right)^{\sin(x+3)}.$$

$$8.17. y = (\cos(x+2))^{\ln x}.$$

$$8.19. y = (th 5x)^{arcsin(x+1)}.$$

$$8.21. y = (\cos 5x)^{arctg \sqrt{x}}.$$

$$8.23. y = (\ln(x+3))^{\sin \sqrt{x}}.$$

$$8.25. y = (sh 3x)^{arctg(x+2)}$$

$$8.27. y = (\arcsin 5x)^{tg \sqrt{x}}.$$

$$8.29. y = (arctg 2x)^{\sin x}.$$

$$8.4. y = \left(cth \frac{1}{x} \right)^{arcsin 7x}.$$

$$8.6. y = (\sqrt{x+5})^{arccos 3x}.$$

$$8.8. y = \left(tg 3x^4 \right)^{\sqrt{x+3}}.$$

$$8.10. y = \left(tg 7x^5 \right)^{\sqrt{x+2}}.$$

$$8.12. y = (ctg 7x)^{sh(x+3)}.$$

$$8.14. y = (arctg x)^{th(3x+1)}.$$

$$8.16. y = (sh 3x)^{arccctg 2x}.$$

$$8.18. y = (cth 3x)^{arcsin x}.$$

$$8.20. y = (\sin 3x)^{arccos x}.$$

$$8.22. y = (sh(x+2))^{arcsin 2x}.$$

$$8.24. y = \left(\sqrt{3x+2} \right)^{arccctg 3x}.$$

$$8.26. y = (\log_2(x+4))^{ctg 7x}.$$

$$8.28. y = (ch 3x)^{ctg(1/x)}.$$

$$8.30. y = (\arccos 5x)^{\ln x}.$$

9. Найти производную.

$$9.1. y = \frac{\sqrt[4]{x-8}(x+2)^6}{(x-1)^5}.$$

$$9.3. y = \frac{\sqrt[7]{(x-2)^4}}{(x+1)^2(x-6)^5}.$$

$$9.5. y = \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+3)^7(x-4)^2}.$$

$$9.2. y = \frac{\sqrt[5]{x+1}(x-3)^7}{(x+8)^3}.$$

$$9.4. y = \frac{\sqrt[5]{(x+1)^2}}{(x-3)^4(x-4)^3}.$$

$$9.6. y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^4}}{(x-5)(x+1)^7}.$$

$$9.7. y = \frac{(x+4)^3(x-2)^4}{\sqrt[3]{(x-22)^5}}$$

$$9.9. y = \frac{(x-1)^4(x-7)^2}{\sqrt[3]{(x+2)^5}}$$

$$9.11. y = \frac{\sqrt[3]{x-3}(x+7)^5}{(x-4)^2}$$

$$9.13. y = \frac{\sqrt[5]{(x-2)^3(x-1)}}{(x+3)^4}$$

$$9.15. y = \frac{\sqrt[6]{(x-1)^5}}{(x+2)^4(x-5)^7}$$

$$9.17. y = \frac{\sqrt{(x+2)^3(x-1)^4}}{(x+2)^7}$$

$$9.19. y = \frac{\sqrt{(x+7)^3(x-3)^4}}{(x+2)^5}$$

$$9.21. y = \frac{(x-2)^3\sqrt{(x+1)^5}}{(x-4)^2}$$

$$9.23. y = \frac{(x+2)^7(x-3)^3}{\sqrt{(x+1)^5}}$$

$$9.25. y = \frac{(x-3)^2\sqrt{x+4}}{(x+2)^7}$$

$$9.27. y = \frac{(x+1)^8(x-3)^2}{\sqrt{(x+2)^5}}$$

$$9.29. y = \frac{\sqrt[5]{(x+4)^3}}{(x-1)^2(x+3)^5}$$

$$9.8. y = \frac{(x-1)^6(x+2)^3}{\sqrt[5]{(x+3)^2}}$$

$$9.10. y = \frac{(x+7)^2(x-3)^5}{\sqrt{x^2+3x-1}}$$

$$9.12. y = \frac{\sqrt{x+10}(x-8)^3}{(x-1)^5}$$

$$9.14. y = \frac{\sqrt[4]{(x+1)^3(x-2)^5}}{(x-3)^2}$$

$$9.16. y = \frac{\sqrt[5]{(x+2)^3}}{(x-1)^4(x-3)^5}$$

$$9.18. y = \frac{\sqrt[3]{(x-2)^5(x+3)^2}}{(x-7)^3}$$

$$9.20. y = \frac{(x-3)^5(x+2)^3}{\sqrt{(x-1)^3}}$$

$$9.22. y = \frac{(x+3)^5\sqrt{(x-2)^2}}{(x+1)^7}$$

$$9.24. y = \frac{(x-1)^4(x+2)^5}{\sqrt[3]{(x-4)^2}}$$

$$9.26. y = \frac{(x-7)^{10}\sqrt{3x-1}}{(x+3)^5}$$

$$9.28. y = \frac{(x+2)(x-7)^4}{\sqrt[3]{(x-1)^4}}$$

$$9.30. y = \frac{\sqrt[3]{(x-1)^7}}{(x+1)^5(x-5)^3}$$

10. Найти производную.

10.1.

$$y = \sqrt{x^2 + 1} - \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} + 1}.$$

10.3.

$$y = \ln^3 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x^2 - 1} \right) \operatorname{arctg} x.$$

10.5.

$$y = x \ln(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}) + \frac{1}{2} (\arcsin x - x).$$

10.7.

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

10.9.

$$y = 3 \arcsin \frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2 + 4x - 5}.$$

10.11.

$$y = \sqrt{(3-x)(2+x)} + 5 \arcsin \sqrt{(x+2)/5}.$$

10.13.

$$y = x(\arcsin x)^2 + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x - 2x.$$

10.15.

$$y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + \arcsin x.$$

10.17.

$$y = x^3 \arccos x - \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

10.19.

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x^2 + 2}}{x}.$$

10.21.

$$y = (x/4)(10-x^2)\sqrt{4-x^2} + 6 \arcsin(x/2).$$

10.2.

$$y = \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

10.4.

$$y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2 + 24x + 12},$$

$$3x+4 > 0.$$

10.6.

$$y = x(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

10.8.

$$y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$$

10.10.

$$y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+3}{\sqrt{17}}.$$

10.12.

$$y = \sqrt{(4+x)(1+x)} + 3 \ln(\sqrt{4+x} + \sqrt{1+x}).$$

10.14.

$$y = \ln \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{x} + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}}.$$

10.16.

$$y = \frac{1}{12} \ln \frac{x^4 - x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2x^2 - 1}.$$

10.18.

$$y = 4 \arcsin \frac{4}{2x+3} + \sqrt{4x^3 + 12x - 7},$$

$$2x+3 > 0.$$

10.20.

$$y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2 + 6x - 3},$$

$$3x+1 > 0.$$

10.22.

$$y = 2 + 3x\sqrt{x-1} + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}.$$

10.23.

$$y = \arcsin \frac{1}{2x+3} + \sqrt{x^2 + 3x + 2},$$

$$2x+3 > 0.$$

10.25.

$$y = x \arcsin \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

10.27.

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}.$$

10.29.

$$y = x^3 \arcsin x + \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

10.24.

$$y = \frac{1}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + \ln(\sqrt{x+1}+1).$$

10.26.

$$y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

10.28.

$$y = x(2x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

10.30.

$$y = 4 \ln \frac{x}{1 + \sqrt{1-4x^2}} - \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2}.$$

11. Найти производную n-го порядка.

11.1. $y = \ln(3x-5).$

11.3. $y = \ln \frac{1}{4-x}.$

11.5. $y = xe^{6x}.$

11.7. $y = \frac{1+x}{\sqrt{x}}.$

11.9. $y = \ln(5x-1).$

11.11. $y = 1/x.$

11.13. $y = \cos x.$

11.15. $y = 1/(x+5).$

11.17. $y = \ln(3+x).$

11.19. $y = xe^{3x}.$

11.21. $y = \ln(5+x^2).$

11.23. $y = 1/(x-7).$

11.25. $y = e^{-5x}.$

11.27. $y = 1/(x-6).$

11.29. $y = 7^x.$

11.2. $y = \cos 3x.$

11.4. $y = \frac{x}{x+5}.$

11.6. $y = \sqrt{x+7}.$

11.8. $y = \frac{4}{x+3}.$

11.10. $y = \frac{1}{1+x}.$

11.12. $y = \ln x.$

11.14. $y = 2^x.$

11.16. $y = \sin x.$

11.18. $y = e^{-2x}.$

11.20. $y = \sqrt{x}.$

11.22. $y = \ln(x-3).$

11.24. $y = e^{4x}.$

11.26. $y = 5^x.$

11.28. $y = \ln(4+x).$

11.30. $y = 10^x.$

12. Найти производную указанного порядка.

12.1. $y = (x^2 + 3)\ln(x - 3), y^{IV} = ?$.

12.2. $y = \frac{\ln(2x + 5)}{2x + 5}, y^{III} = ?$.

12.3. $y = (1/x)\sin 2x, y^{III} = ?$.

12.4. $y = (\ln x)/x^5, y^{III} = ?$.

12.5. $y = (3x - 7)3^{-x}, y^{IV} = ?$.

12.6. $y = (x^2 + 3x + 1)e^{3x+2}, y^V = ?$.

12.7. $y = e^{x/2} \sin 2x, y^{IV} = ?$.

12.8. $y = \frac{\ln(x - 2)}{x - 2}, y^V = ?$.

12.9. $y = x\ln(1 - 3x), y^{IV} = ?$.

12.10. $y = (5x - 1)\ln^2 x, y^{III} = ?$.

12.11. $y = (5x - 8)2^{-x}, y^{IV} = ?$.

12.12. $y = (x^3 + 2)e^{4x+3}, y^{IV} = ?$.

12.13. $y = e^{-x}(\cos 2x - 3\sin 2x), y^{IV} = ?$.

12.14. $y = (2x^2 - 7)\ln(x - 1), y^V = ?$.

12.15. $y = (3 - x^2)\ln^2 x, y^{III} = ?$.

12.16. $y = x \cos x^2, y^{III} = ?$.

12.17. $y = \frac{\ln(x - 1)}{\sqrt{x - 1}}, y^{III} = ?$.

12.18. $y = \frac{\log_2 x}{x^3}, y^{III} = ?$.

12.19. $y = (4x^3 + 5)e^{2x+1}, y^V = ?$.

12.20. $y = x^2 \sin(5x - 3), y^{III} = ?$.

12.21. $y = (\ln x)/x^2, y^{IV} = ?$.

12.22. $y = (2x + 3)\ln^2 x, y^{III} = ?$.

12.23. $y = (1 + x^2)\operatorname{arctg} x, y^{III} = ?$.

12.24. $y = (\ln x)/x^3, y^{IV} = ?$.

12.25. $y = (4x + 3)2^{-x}, y^V = ?$.

12.26. $y = e^{1-2x} \cdot \sin(2 + 3x), y^{IV} = ?$.

12.27. $y = \frac{\ln(3 + x)}{3 + x}, y^{III} = ?$.

12.28. $y = (2x^3 + 1)\cos x, y^V = ?$.

12.29. $y = (x + 7)\ln(x + 4), y^V = ?$.

12.30. $y = (1 - x - x^2)e^{(x-1)/2}, y^{IV} = ?$.

13. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$.

13.1. $\operatorname{tg} y = 4y - 5x$.

13.2. $y = 7x - \operatorname{ctg} y$.

13.3. $xy - 6 = \cos y$.

13.4. $3y = 7 + xy^3$.

13.5. $y^2 = x + \ln(y/x)$.

13.6. $xy^2 - y^3 = 4x - 5$.

13.7. $x^2y^2 + x^3 = 5y$.

13.8. $x^4 - x^2y^2 + y = 4$.

13.9. $\sin y = xy^2 + 5$.

13.10. $x^3 + y^3 = 5x$.

13.11. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7}$.

13.12. $y^2 = (x - y)/(x + y)$.

13.13. $\sin^2(3x + y^2) = 5$.

13.14. $\operatorname{ctg}^2(x + y) = 5x$.

13.15. $y^2 = 8x$.

13.16. $x^2/5 + y^2/7 = 1$.

13.17. $x + \operatorname{arctgy} = y.$

13.19. $y^2 = 25x - 4.$

13.21. $y^2 - x = \cos y.$

13.23. $\operatorname{tgy} = 3x + 5y.$

13.25. $y = e^y + 4x.$

13.27. $y^2 + x^2 = \sin y.$

13.29. $4 \sin^2(x + y) = x.$

13.18. $x^2 / 5 + y^2 / 3 = 1.$

13.20. $\operatorname{arcctgy} = 4x + 5y.$

13.22. $3x + \sin y = 5y.$

13.24. $xy = \operatorname{ctgy}.$

13.26. $\ln y - y/x = 7.$

13.28. $e^y = 4x - 7y.$

13.30. $\sin y = 7x + 3y.$

14. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$.

14.1.
$$\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1}, \\ y = (t+1)/\sqrt{t^2 - 1}. \end{cases}$$

14.2.
$$\begin{cases} x = 2t/(1+t^3), \\ y = t^2/(1+t^2). \end{cases}$$

14.3.
$$\begin{cases} x = te^t, \\ y = t/e^t. \end{cases}$$

14.4.
$$\begin{cases} x = (\ln t)/t, \\ y = t \ln t. \end{cases}$$

14.5.
$$\begin{cases} x = 4t + 2t^2, \\ y = 5t^3 - 3t^2. \end{cases}$$

14.6.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arcsin} t, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

14.7.
$$\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

14.8.
$$\begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

14.9.
$$\begin{cases} x = 2 \cos^2 t, \\ y = 3 \sin^2 t. \end{cases}$$

14.10.
$$\begin{cases} x = 5 \cos^2 t, \\ y = 3 \sin^2 t. \end{cases}$$

14.11.
$$\begin{cases} x = 5 \cos t, \\ y = 4 \sin t. \end{cases}$$

14.12.
$$\begin{cases} x = 1/(t+2), \\ y = (t/(t+2))^2. \end{cases}$$

14.13.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arcsin} t, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

14.14.
$$\begin{cases} y = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln(1+t^2). \end{cases}$$

14.15.
$$\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[5]{t}. \end{cases}$$

14.16.
$$\begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t), \\ y = 3(\cos t + t \sin t). \end{cases}$$

14.17.
$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t). \end{cases}$$

14.18.
$$\begin{cases} x = (2t+3) \cos t, \\ y = 3t^2. \end{cases}$$

14.19.
$$\begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = e^{-3t}. \end{cases}$$

14.20.
$$\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

14.21.
$$\begin{cases} x = 6 \cos^3 t, \\ y = 2 \sin^3 t. \end{cases}$$

14.22.
$$\begin{cases} x = \operatorname{arccos} t, \\ y = \sqrt{1-t^2}. \end{cases}$$

14.23.
$$\begin{cases} x = (\ln t)/t, \\ y = t^2 \ln t. \end{cases}$$

14.24.
$$\begin{cases} x = e^{-2t}, \\ y = e^{4t}. \end{cases}$$

14.25.
$$\begin{cases} x = 5 \sin^3 t, \\ y = 3 \cos^3 t. \end{cases}$$

14.26.
$$\begin{cases} x = 1/(t+1), \\ y = (t/(t+1))^2. \end{cases}$$

14.27.
$$\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ x = t + \ln t. \end{cases}$$

$$14.28. \begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2}, \\ y = \sqrt{t-1}. \end{cases}$$

$$14.29. \begin{cases} x = e^{-3t}, \\ y = e^{8t}. \end{cases}$$

$$14.30. \begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5. \end{cases}$$

15. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$.

$$15.1. \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = t/\sqrt{t-1}. \end{cases}$$

$$15.2. \begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$$

$$15.3. \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = 1/t. \end{cases}$$

$$15.4. \begin{cases} x = \cos t / (1 + 2 \cos t), \\ y = \sin t / (1 + 2 \cos t). \end{cases}$$

$$15.5. \begin{cases} x = \sqrt{t^3 - 1}, \\ y = \ln t. \end{cases}$$

$$15.6. \begin{cases} x = \operatorname{sh}^2 t, \\ y = 1 / \operatorname{ch}^2 t. \end{cases}$$

$$15.7. \begin{cases} x = \operatorname{sh}^2 t, \\ y = t \operatorname{th}^2 t. \end{cases}$$

$$15.8. \begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = 1/t. \end{cases}$$

$$15.9. \begin{cases} x = 1/t, \\ y = 1/(1+t^2). \end{cases}$$

$$15.10. \begin{cases} x = \cos^2 t, \\ y = \operatorname{tg}^2 t. \end{cases}$$

$$15.11. \begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = \ln(t-2). \end{cases}$$

$$15.12. \begin{cases} y = \sin t, \\ x = \operatorname{sect}. \end{cases}$$

$$15.13. \begin{cases} y = \sin t, \\ x = \ln \cos t. \end{cases}$$

$$15.14. \begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 + \cos t. \end{cases}$$

$$15.15. \begin{cases} x = \cos 2t, \\ y = 2 \sec^2 t. \end{cases}$$

$$15.16. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$

$$15.17. \begin{cases} x = \cos t, \\ y = \ln \sin t. \end{cases}$$

$$15.18. \begin{cases} x = e^t \cos t, \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$$

$$15.19. \begin{cases} x = \cos t + t \sin t, \\ y = \sin t - t \cos t. \end{cases}$$

$$15.20. \begin{cases} x = e^t, \\ y = \operatorname{arcsin} t. \end{cases}$$

$$15.21. \begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 2 - \cos t. \end{cases}$$

$$15.22. \begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin^4 x(t/2). \end{cases}$$

$$15.23. \begin{cases} x = \operatorname{ch} t, \\ y = \sqrt[3]{\operatorname{sh}^2 t}. \end{cases}$$

$$15.24. \begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = 1/\sqrt{1-t}. \end{cases}$$

$$15.25. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = t^2 / 2. \end{cases}$$

$$15.26. \begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 4(2 + \cos). \end{cases}$$

$$15.27. \begin{cases} x = \operatorname{tg} t, \\ y = 1/\sin 2t. \end{cases}$$

$$15.28. \begin{cases} x = \sin t - t \cos t, \\ y = \cos t + \sin t. \end{cases}$$

$$15.29. \begin{cases} x = 1/t^2, \\ y = 1/(t^2 + 1). \end{cases}$$

$$15.30. \begin{cases} x = \sin t + \cos t, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$$

16. Найти предел, используя правило Лопиталья.

$$16.1. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right).$$

$$16.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}.$$

- 16.3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}$.
- 16.5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$.
- 16.7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$.
- 16.9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$.
- 16.11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi / x}{\operatorname{ctg}(\pi x / 2)}$.
- 16.13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}$.
- 16.15. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x$.
- 16.17. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin(3/x)$.
- 16.19. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - x}{x - 1}$.
- 16.21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2(\pi x / 6)}{1 - x^2}$.
- 16.23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+5)}{\sqrt[4]{x+3}}$.
- 16.25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$.
- 16.27. $\lim_{x \rightarrow a} \operatorname{arcsin} \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a)$.
- 16.29. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$.
- 16.4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}$.
- 16.6. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}$.
- 16.8. $\lim_{x \rightarrow \infty} (a^{1/x} - 1)x$.
- 16.10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 - \sin x^2}$.
- 16.12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{1/x^2} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$.
- 16.14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$.
- 16.16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin(\pi x / 2)}$.
- 16.18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} x - 1}{1 - \cos x}$.
- 16.20. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 / \cos^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}$.
- 16.22. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$.
- 16.24. $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg}(\pi x / 2)$.
- 16.26. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x+1}}{\sqrt{2+x} + x}$.
- 16.28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin(\pi x / 2)}$.
- 16.30. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} 5x}$.

17. Найти предел, используя правило Лопиталя.

$$17.1. \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right).$$

$$17.3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}.$$

$$17.5. \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}.$$

$$17.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{c^x - 1}.$$

$$17.9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg}((\pi/2) \cdot x)}.$$

$$17.11. \lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{x^n - a^n}.$$

$$17.13. \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x).$$

$$17.15. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \operatorname{ctg} x.$$

$$17.17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^2 2x}.$$

$$17.19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}.$$

$$17.21. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}.$$

$$17.23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\operatorname{tg}^2 2x}.$$

$$17.25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi/x}{\operatorname{ctg}(5x/2)}.$$

$$17.27. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} 4x.$$

$$17.29. \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \sin b/x).$$

$$17.2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin x}.$$

$$17.4. \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg}(x/2).$$

$$17.6. \lim_{x \rightarrow \pi/(2a)} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}.$$

$$17.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}.$$

$$17.10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}.$$

$$17.12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos ax}{1 - \cos bx}.$$

$$17.14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x}.$$

$$17.16. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right).$$

$$17.18. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - b^x}{x \sqrt{1-x^2}}.$$

$$17.20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{a\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin bx}}.$$

$$17.22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}}{x^6}.$$

$$17.24. \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \sin(a/x).$$

$$17.26. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right).$$

$$17.28. \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1).$$

$$17.30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right).$$

18. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

- 18.1. $y=1/\sqrt{x}, x=4,16.$ 18.2. $y=x^{11}, x=1,021.$ 18.3. $y=\sqrt{1+x+\sin x},$
 $x=0,01.$
- 18.4. $y=\sqrt{4x-3}, x=1,78.$ 18.5. $y=x^{21}, x=0,998.$ 18.6. $y=\sqrt[4]{2x-\sin(\pi x/2)},$
 $x=1,02.$
- 18.7. $y=x^5, x=2,997.$ 18.8. $y=x^6, x=2,01.$ 18.9. $y=1/\sqrt{2x+1},$
 $x=1,58.$
- 18.10. $y=x^4, x=3,998.$ 18.11. $y=x^7, x=1,996.$ 18.12. $y=\sqrt[3]{x^2+2x+5},$
 $x=0,97.$
- 18.13. $y=\sqrt[3]{3x+\cos x},$
 $x=0,01.$ 18.14. $y=\sqrt{4x-1},$
 $x=2,56.$ 18.15. $y=\sqrt{x^2+x+3},$
 $x=1,97.$
- 18.16. $y=\sqrt{x^2+5}, x=1,97.$ 18.17. $y=\sqrt[3]{x}, x=8,36.$ 18.18. $y=\sqrt[3]{x}, x=1,21.$
- 18.19. $y=\sqrt[3]{x^3+7x}, x=1,012.$ 18.20. $y=x^7, x=2,002.$ 18.21. $y=\sqrt[3]{x^2}, x=1,03.$
- 18.22. $y=\sqrt[3]{x}, x=27,54.$ 18.23. $y=\sqrt{x^3}, x=0,98.$ 18.24. $y=\sqrt[3]{x}, x=8,24.$
- 18.25. $y=\arcsin x, x=0,08.$ 18.26. $y=\sqrt[5]{x^2}, x=1,03.$ 18.27. $y=\sqrt[3]{x}, x=7,64.$
- 18.28. $y=\sqrt[3]{x}, x=26,46.$ 18.29. $y=\left(x+\sqrt{5-x^2}\right)/2,$
 $x=0,98.$ 18.30. $y=1/\sqrt{2x^2+x+1},$
 $x=1,016.$

19. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

- 19.1. $\log_2 1,9.$ 19.2. $\operatorname{tg} 59^0.$ 19.3. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}, 2.$
- 19.4. $\sin 93^0.$ 19.5. $\operatorname{ctg} 29^0.$ 19.6. $\lg 1,5.$
- 19.7. $\lg 101.$ 19.8. $\sin 29^0.$ 19.9. $\sin 31^0.$
- 19.10. $e^{0,25}.$ 19.11. $\lg 0,9.$ 19.12. $\sqrt{15}.$
- 19.13. $\operatorname{arctg} 0,95.$ 19.14. $e^{0,2}.$ 19.15. $\arcsin 0,6.$
- 19.16. $\arcsin 0,54.$ 19.17. $\cos 59^0.$ 19.18. $\lg 11.$
- 19.19. $\ln \operatorname{tg} 46^0.$ 19.20. $\operatorname{arctg} \sqrt{1,02}.$ 19.21. $e^{2,01}.$
- 19.22. $\operatorname{arctg} 1,01$ 19.23. $\ln(e^2+0,2).$ 19.24. $\operatorname{arctg} \sqrt{0,97}.$
- 19.25. $\ln \operatorname{tg} 47^0 15'.$ 19.26. $\lg 9,5.$ 19.27. $\operatorname{arctg} 1,03.$
- 19.28. $2^{2,1}.$ 19.29. $4^{1,2}.$ 19.30. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}, 1.$

20. Провести полное исследование функции и построить ее график.**20.1.**

$$y = 16x^2(x-1)^2.$$

20.4.

$$y = 2 - 12x^2 - 8x^3.$$

20.7.

$$y = 2x^3 + 9x^2 + 12x.$$

20.10.

$$y = (2x-1)^2(2x-3)^2.$$

20.13.

$$y = x(12 - x^2)/8.$$

20.16.

$$y = x^3 + x^2 - 2.$$

20.19.

$$y = -(x^2 - 4)^2 / 16.$$

20.22.

$$y = (6x^2 - x^3 - 16)/8.$$

20.25.

$$y = 16x^3 - 12x^2 - 4.$$

20.28.

$$y = -(x+1)^2(x-3)^2 / 16.$$

20.2.

$$y = x^2(x-2)^2.$$

20.5.

$$y = 2 - 3x^2 - x^3.$$

20.8.

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 4.$$

20.11.

$$y = (x-1)^2(x-3)^2.$$

20.14.

$$y = 6x - 8x^3.$$

20.17.

$$y = 3x - x^3.$$

20.20.

$$y = (x^3 - 9x^2) / (4 + 6x - 9).$$

20.23.

$$y = (x+1)^2(x-1)^2.$$

20.26.

$$y = 3x^2 - 2 - x^3.$$

20.29.

$$y = x^3 + 3x^2.$$

20.3.

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 5.$$

20.6.

$$y = (2x+1)^2(2x-1)^2.$$

20.9.

$$y = 12x^2 - 8x^3 - 2.$$

20.12.

$$y = x^3 - x^2.$$

20.15.

$$y = x^2(x-4)^2 / 16.$$

20.18.

$$y = (16 - 6x^2 - x^3) / 8.$$

20.21.

$$y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9.$$

20.24.

$$y = -(x-2)^2(x-6)^2 / 16.$$

20.27.

$$y = (11 + 9x - 3x^2 - x^3) / 8.$$

20.30.

$$y = 16x^3 + 2x^2 - 5.$$

21. Провести полное исследование функции и построить её график.**21.1.**

$$y = (1 + 1/x)^2.$$

21.4.

$$y = (9 + 6x - 3x^2) / (x^2 - 2x + 13)$$

21.7.

$$y = ((x-1)/(x+1))^2.$$

21.10.

$$y = 4x / (x+1)^2.$$

21.2.

$$y = 4 / (3 + 2x - x^2).$$

21.5.

$$y = 1 / (x^4 - 1).$$

21.8.

$$y = (x^3 - 32) / x^2.$$

21.11.

$$y = (3x - 2) / x^3.$$

21.3.

$$y = (x^2 + 2x - 7) / (x^2 + 2x - 3)$$

21.6.

$$y = -(x/(x+2))^2.$$

21.9.

$$y = 4(x+1)^2 / (x^2 + 2x + 4).$$

21.12.

$$y = (x^2 - 6x + 9) / (x-1)^2.$$

$$\begin{array}{ll}
21.13. y=(1-2x^3)/x^2. & 21.14. (x^3-27x+54)/x^3. \quad 21.15. y=(x^3-4)/x^2. \\
21.16. y=(12-3x^2)/(x^2+12). & 21.17. y=(x^2-x+1)/(x-1). \quad 21.18. y=2/(x^2+2x). \\
21.19. y=-8x/(x^2+4). & 21.20. y=4x^2/(3+x^2). \quad 21.21. y=12x/(9+x^2). \\
21.22. y=(3x^4+1)/x^3. & 21.23. y=(x^2-3x+3)/(x-1). \quad 21.24. y=(4-x^3)/x^2. \\
21.25. y=8(x-1)/(x+1)^2. & 21.26. y=(x^2-4x+1)/(x-4). \quad 21.27. y=(2x^3+1)/x^2. \\
21.28. y=4/(x^2+2x-3). & 21.29. y=(x-1)^2/x^2. \quad 21.30. y=x^2/(x-1)^2.
\end{array}$$

22. Провести полное исследование функции и построить её график.

$$\begin{array}{lll}
22.1. & 22.2. & 22.3. \\
y=(2x^2-6)/(x-2). & y=(x^2-6x+4)/(3x-2). & y=(x^3-2x^2-3x+2)/(1-x^2). \\
22.4. & 22.5. & 22.6. \\
y=(x^3-5x)/(5-3x^2). & y=(4x^3-3x)/(4x^2-1). & y=(x^3+x^2-3x-1)/(2x^2-2). \\
22.7. & 22.8. & 22.9. \\
y=(2-x^2)/\sqrt{9x^2-4}. & y=(x^2+16)/\sqrt{9x^2-8}. & y=(3x^2-10)/\sqrt{4x^2-1}. \\
22.10. & 22.11. & 22.12. \\
y=(3x^2-7)/(2x+1). & y=(2x^2-1)/\sqrt{x^2-2}. & y=(2x^3+2x^2-9x-3)/(2x^2-3). \\
22.13. & 22.14. & 22.15. \\
y=(2x^2-9)\sqrt{x^2-1}. & y=(x^2-11)/(4x-3). & y=(-x^2-4x+13)/(4x+3). \\
22.16. & 22.17. & 22.18. \\
y=(x^2+2x-1)/(2x+1). & y=(x^2+1)/\sqrt{4x^2-3}. & y=(9-10x^2)/\sqrt{4x^2-1}. \\
22.19. & 22.20. & 22.21. \\
y=(x^2+6x+9)/(x+4). & y=(4x^2+9)/(4x+8). & y=(21-x^2)/(7x+9). \\
22.22. & 22.23. & 22.24. \\
y=(x^2-2x+2)/(x+3). & y=(x^2-3)/\sqrt{3x^2-2}. & y=(2x^3-3x^2-2x+1)/(1-3x^2). \\
22.25. & 22.26. & 22.27. \\
y=(3x^2-10)/(3-2x). & y=(17-x^2)/(4x-5). & y=(2x^3+2x^2-3x-1)/(2-4x^2).
\end{array}$$

22.28.

$$y = (-8 - x^2) / \sqrt{x^2 - 4}.$$

22.29.

$$y = (x^3 - 4x) / (3x^2 - 4).$$

22.30.

$$y = (x^3 + 3x^2 - 2x - 2) / (2 - 3x^2).$$

23. Провести полное исследование функции и построить её график.

23.1. $y = x^2 e^{1/x}.$

23.2. $y = x + \ln(x^2 - 4).$

23.3. $y = x^2 / (x + 2)^2.$

23.4. $y = (x + 2)e^{1-x}.$

23.5. $y = x \ln^2 x.$

23.6. $y = \frac{\ln x}{x}.$

23.7. $y = \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2.$

23.8. $y = x^2 e^{-x^2/2}.$

23.9. $y = \frac{x^3}{9-x^3}.$

23.10. $y = (x+1)e^{2x}.$

23.11. $y = \frac{2+x}{(x+1)^2}.$

23.12. $y = 4x / (4+x^2).$

23.13. $y = x^4 / (x^3 - 1).$

23.14. $y = xe^x.$

23.15. $y = \ln(x^2 - 2x + 6).$

23.16. $y = \ln(1 - 1/x^2).$

23.17. $y = e^{2x-x^2}.$

23.18. $y = x^3 e^{x+1}.$

23.19. $y = x - \ln(1 + x^2).$

23.20. $y = \frac{2(x+1)^2}{x-2}.$

23.21. $y = 1 - \ln^3 x.$

23.22. $y = (x-1)e^{4x+2}$

23.23. $y = \left(4e^{x^2} - 1\right) / e^{x^2}.$

23.24. $y = \frac{2x^2 + 2 + 4x}{2-x}.$

23.25. $y = -x \ln^2 x.$

23.26. $y = xe^{1/x}.$

23.27. $y = x^2 - 2 \ln x.$

23.28. $y = e^{1/(2-x)}.$

23.29. $y = \frac{(1-x)^3}{(x-2)^2}.$

23.30. $y = \ln(4 - x^2).$

24. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

24.1. $y = x \ln x, [1/e^2; 1].$

24.2. $y = (x+2)e^{1-x}, [-2; 2].$

24.3. $y = x^3 e^{x+1} + 1, [-4; 0].$

24.4. $y = \ln(x^2 - 2x + 4), [-1; 3/2].$

24.5. $y = x^2 - 2x + 2 / (x-1), [-1; 3].$

24.6. $y = x^3 / (x^2 - x + 1), [-1; 1].$

24.7. $y = (x+1)\sqrt[3]{x^2}, [-4/5; 3].$

24.8. $y = ((x+1)/x)^3, [1; 2].$

24.9. $y = e^{6x-x^2}, [-3; 3].$

24.10. $y = \sqrt{x-x^3}, [-2; 2].$

24.11. $y = (\ln x) / x, [1; 4].$

24.12. $y = 4 - e^{-x^2}, [0; 1].$

24.13. $y = 3x^4 - 16x^3 + 2, [-3; 1].$

24.14. $y = (x^3 + 4) / x^2, [1; 2].$

24.15. $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, [-1; 2].$

24.16. $y = xe^x, [-2; 0].$

24.17. $y = (3-x)e^{-x}, [0;5]$.

24.19. $y = \sqrt{3}/2 + \cos x, [0; \pi/2]$.

24.21. $y = 108x - 4x^4, [-1;4]$.

24.23. $y = x^4/4 - 6x^3 + 7, [16;20]$.

24.25. $y = \ln(x^2 - 2x + 2), [0;3]$.

24.27. $y = 3x/(x^2 + 1), [0;5]$.

24.29. $y = (2x-1)/(x-1)^2, [-1/2;0]$.

24.18. $y = (x-2)e^x, [-2;1]$.

24.20. $y = (x-1)e^{-x}, [0;3]$.

24.22. $y = x/(9-x^2), [-2;2]$.

24.24. $y = (1 + \ln x)/x, [1/e;e]$.

24.26. $y = e^{4x-x^2}, [1;3]$.

24.28. $y = (x^5 - 8)/x^4, [-3;-1]$.

24.30. $y = \frac{e^{2x} + 1}{e^x}, [-1;2]$.

5. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ.

1. Найти неопределенный интеграл.

1.1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2 - 2x^5} + 3}{x} dx.$

1.3. $\int \frac{\sqrt{x^3 - 3x^4} + 2}{x} dx.$

1.5. $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx.$

1.7. $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx.$

1.9. $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx.$

1.11. $\int \left(\sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx.$

1.13. $\int \left(\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx.$

1.15. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} - \frac{2}{x^3} + 1 \right) dx.$

1.2. $\int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx.$

1.4. $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx.$

1.6. $\int \left(2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx.$

1.8. $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx.$

1.10. $\int \left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx.$

1.12. $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx.$

1.14. $\int \frac{\sqrt[7]{x^6} - 2x^2 + 3}{x} dx.$

1.16. $\int \left(\frac{2x^2}{\sqrt{x}} - \frac{5}{x} + 6 \right) dx.$

$$1.17. \int \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x} - \frac{7}{x^3} + 5 \right) dx.$$

$$1.19. \int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx.$$

$$1.21. \int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

$$1.23. \int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.25. \int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.27. \int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx.$$

$$1.29. \int \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 1 \right) dx.$$

$$1.18. \int \left(\frac{5x^2}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} + 2 \right) dx.$$

$$1.20. \int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx.$$

$$1.22. \int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx.$$

$$1.24. \int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx.$$

$$1.26. \int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt[4]{x}}{x} + 3 \right) dx.$$

$$1.28. \int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx.$$

$$1.30. \int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx.$$

2. Найти неопределенный интеграл.

$$2.1. \int \sqrt[5]{3 - 2x} dx.$$

$$2.3. \int \sqrt[3]{1 + 3x} dx.$$

$$2.5. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{3 + x}}.$$

$$2.7. \int \sqrt[3]{5 - 2x} dx.$$

$$2.9. \int \sqrt[5]{(6 - 5x)^2} dx.$$

$$2.11. \int \sqrt[3]{4 - 2x} dx.$$

$$2.13. \int \sqrt[5]{3 + 2x} dx.$$

$$2.15. \int \sqrt[3]{(2 - x)^2} dx.$$

$$2.2. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2 - 5x}}.$$

$$2.4. \int \sqrt[4]{1 + 3x} dx.$$

$$2.6. \int \frac{dx}{\sqrt{(3 - x)^5}}.$$

$$2.8. \int \frac{dx}{(2 + x)^3}.$$

$$2.10. \int \sqrt{5 - 4x} dx.$$

$$2.12. \int \sqrt[4]{2 - 5x} dx.$$

$$2.14. \int \sqrt{3 - 4x} dx.$$

$$2.16. \int \sqrt[4]{(3 + 5x)^3} dx.$$

2.17. $\int \sqrt[3]{1+x} dx.$

2.19. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}.$

2.21. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}.$

2.23. $\int (1+4x)^5 dx.$

2.25. $\int \sqrt{1+3x} dx.$

2.27. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5+3x}}.$

2.29. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)^2}}.$

2.18. $\int \sqrt{3+x} dx.$

2.20. $\int \sqrt[3]{(1+x)^2} dx.$

2.22. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}}.$

2.24. $\int (1-4x)^7 dx.$

2.26. $\int (1-3x)^4 dx.$

2.28. $\int \sqrt{5-4x} dx.$

2.30. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}.$

3. Найти неопределенный интеграл.

3.1. $\int \frac{xdx}{2x^2-7}.$

3.2. $\int \frac{9xdx}{\sqrt{1-9x^2}}.$

3.3. $\int \frac{5xdx}{5x^2-3}.$

3.4. $\int \frac{5xdx}{\sqrt{7x^2-1}}.$

3.5. $\int \frac{3xdx}{\sqrt{9x^2+5}}.$

3.6. $\int \frac{3xdx}{9x^2+2}.$

3.7. $\int \frac{xdx}{3x^2-2}.$

3.8. $\int \frac{7xdx}{7x^2+1}.$

3.9. $\int \frac{2xdx}{5x^2-3}.$

3.10. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-3x^2}}.$

3.11. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{5-4x^2}}.$

3.12. $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}.$

3.13. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{8x^2-9}}.$

3.14. $\int \frac{4xdx}{\sqrt{3-4x^2}}.$

3.15. $\int \frac{4xdx}{4x^2+3}.$

3.16. $\int \frac{\sqrt{3}xdx}{\sqrt{3x^2-2}}.$

3.17. $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-8x^2}}.$

3.18. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{3x^2-2}}.$

3.19. $\int \frac{xdx}{2x^2-7}.$

3.20. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{7-2x^2}}.$

3.21. $\int \frac{xdx}{3x^2+8}.$

3.22. $\int \frac{2xdx}{\sqrt{2x^2+5}}.$

3.23. $\int \frac{2xdx}{3x^2-7}.$

3.24. $\int \frac{xdx}{\sqrt{7-3x^2}}.$

3.25. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{3-5x^2}}.$

3.26. $\int \frac{x dx}{2x^2+9}.$

3.27. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2+8}}.$

3.28. $\int \frac{x dx}{3x^2-6}.$

3.29. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2+8}}.$

3.30. $\int \frac{x dx}{5x^2+1}.$

4. Найти неопределенный интеграл.

4.1. $\int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$

4.2. $\int \frac{dx}{(x+1)^3 \sqrt[3]{\ln(x+1)}}.$

4.3. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(x+3)}}{x+3} dx.$

4.4. $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^2(x+1)}}{x+1} dx.$

4.5. $\int \frac{\sqrt{\ln^5(x+1)}}{x+1} dx.$

4.6. $\int \frac{dx}{(x+3)^3 \sqrt[3]{\ln^4(x+3)}}.$

4.7. $\int \frac{dx}{(x+1)^5 \sqrt[5]{\ln(x+1)}}.$

4.8. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(x+1)}}{x+1} dx.$

4.9. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(x+6)}}{x+6} dx.$

4.10. $\int \frac{dx}{(x+2) \sqrt{\ln(x+2)}}.$

4.11. $\int \frac{\sqrt{\ln^7(x+1)}}{x+1} dx.$

4.12. $\int \frac{\ln^6(x+9)}{x+9} dx.$

4.13. $\int \frac{dx}{(2x+1)^3 \sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}.$

4.14. $\int \frac{\ln^3(x-5)}{x-5} dx.$

4.15. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{1-x} dx.$

4.16. $\int \frac{dx}{(1-x)^3 \sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}.$

4.17. $\int \frac{\ln^5(x-7)}{x-7} dx.$

4.18. $\int \frac{dx}{(1-x) \sqrt{\ln^3(1-x)}}.$

4.19. $\int \frac{\ln^3(1-x)}{x-1} dx.$

4.20. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^4(x-5)}}{x-5} dx.$

4.21. $\int \frac{\sqrt{\ln(2x-1)}}{2x-1} dx.$

4.22. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln(3x+1)}}{3x+1} dx.$

4.23. $\int \frac{\ln^5(x-8)}{x-8} dx.$

4.24. $\int \frac{dx}{(x+1) \ln^2(x+1)}.$

$$4.25. \int \frac{\ln^4(3x+1)}{3x+1} dx.$$

$$4.27. \int \frac{dx}{(x-3)\ln^4(x-3)}.$$

$$4.29. \int \frac{\ln(3x+5)}{3x+5} dx.$$

$$4.26. \int \frac{dx}{(x-4)\ln^5(x-4)}.$$

$$4.28. \int \frac{dx}{(x+5)\ln^3(x+5)}.$$

$$4.30. \int \frac{\sqrt[3]{\ln(x+4)}}{x+4} dx.$$

5. Найти неопределенный интеграл.

$$5.1. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^4 x}.$$

$$5.3. \int \frac{\arcsin^5 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.5. \int \frac{\operatorname{arctg}^4 5x}{1+25x^2} dx.$$

$$5.7. \int \frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.9. \int \frac{\arccos 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx.$$

$$5.11. \int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx.$$

$$5.13. \int \frac{\arcsin^6 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$5.15. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx.$$

$$5.17. \int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^5 x}.$$

$$5.19. \int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.2. \int \frac{\arccos^7 x dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$5.4. \int \frac{\operatorname{arctg}^7 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$5.6. \int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.8. \int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2} \arcsin 5x}.$$

$$5.10. \int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^7 x}.$$

$$5.12. \int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.14. \int \frac{\operatorname{arctg}^4 8x}{1+64x^2} dx.$$

$$5.16. \int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\operatorname{arctg} x}}.$$

$$5.18. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.20. \int \frac{\sqrt{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx.$$

$$5.21. \int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx.$$

$$5.23. \int \frac{\arcsin^2 5x}{\sqrt{1-25x^2}} dx.$$

$$5.25. \int \frac{dx}{(1+x^2) \operatorname{arctg}^3 x}.$$

$$5.27. \int \frac{\sqrt[3]{\arccos^2 x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$5.29. \int \frac{\sqrt[5]{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.22. \int \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$5.24. \int \frac{\arccos^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

$$5.26. \int \frac{\operatorname{arcctg}^8 3x}{1+9x^2} dx.$$

$$5.28. \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg}^2 x}}{1+x^2} dx.$$

$$5.30. \int \frac{\arccos^3 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx.$$

6. Найти неопределенный интеграл.

$$6.1. \int \frac{2x-1}{\sqrt{5-3x^2}} dx.$$

$$6.2. \int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx.$$

$$6.3. \int \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$6.4. \int \frac{3x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$6.5. \int \frac{x-3}{4x^2+1} dx.$$

$$6.6. \int \frac{3x+4}{5-2x^2} dx.$$

$$6.10. \int \frac{x+4}{7x^2+3} dx.$$

$$6.11. \int \frac{2x+5}{\sqrt{5x^2+1}} dx.$$

$$6.12. \int \frac{x-5}{8-4x^2} dx.$$

$$6.13. \int \frac{x-5}{\sqrt{4-9x^2}} dx.$$

$$6.14. \int \frac{2x-4}{x^2+16} dx.$$

$$6.15. \int \frac{3x+2}{\sqrt{2x^2-1}} dx.$$

$$6.16. \int \frac{1-2x}{5x^2-1} dx.$$

$$6.17. \int \frac{x-1}{5-2x^2} dx.$$

$$6.18. \int \frac{x-1}{7x^2+4} dx.$$

$$6.19. \int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+4}} dx.$$

$$6.20. \int \frac{2x+3}{5x^2+2} dx.$$

$$6.21. \int \frac{2x+1}{5x^2+1} dx.$$

$$6.25. \int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}} dx.$$

$$6.26. \int \frac{5x-2}{x^2+9} dx.$$

$$6.27. \int \frac{x+5}{3x^2+1} dx.$$

$$6.28. \int \frac{3x-2}{3x^2+1} dx.$$

$$6.29. \int \frac{1-2x}{\sqrt{3x^2+2}} dx.$$

$$6.30. \int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+9}} dx.$$

7. Найти неопределенный интеграл.

- | | | |
|------------------------------|--|--|
| 7.1. $\int x^2 e^{3x} dx.$ | 7.2. $\int x \sin(x+4) dx.$ | 7.3. $\int x \operatorname{arctg} x dx.$ |
| 7.4. $\int x \cos(x-2) dx.$ | 7.5. $\int (x+3) e^{-x} dx.$ | 7.6. $\int x \cos(x+4) dx.$ |
| 7.7. $\int x e^{x+2} dx.$ | 7.8. $\int (x^2 - 3) e^x dx.$ | 7.9. $\int x \cos(x+3) dx.$ |
| 7.10. $\int \arcsin 2x dx.$ | 7.11. $\int x \cos(x+7) dx.$ | 7.12. $\int x e^{-7x} dx.$ |
| 7.13. $\int x \cos(x-4) dx.$ | 7.14. $\int x e^{x+3} dx.$ | 7.15. $\int x \sin(x+7) dx.$ |
| 7.16. $\int x \cos(x+9) dx.$ | 7.17. $\int \operatorname{arctg} 2x dx.$ | 7.18. $\int \ln(x-5) dx.$ |
| 7.19. $\int \arccos x dx.$ | 7.20. $\int (x+1) e^{-4x} dx.$ | 7.21. $\int x^2 e^{-x} dx.$ |
| 7.22. $\int x e^{-4x} dx.$ | 7.23. $\int \operatorname{arctg} 3x dx.$ | 7.24. $\int x^2 e^{-2x} dx.$ |
| 7.25. $\int x e^{-5x} dx.$ | 7.26. $\int \operatorname{arctg} 4x dx.$ | 7.27. $\int x \cos 8x dx.$ |
| 7.28. $\int x \cos(2-x) dx.$ | 7.29. $\int (x+1) e^{-x} dx.$ | 7.30. $\int \arcsin 5x dx.$ |

8. Найти неопределенный интеграл.

- | | | |
|---|------------------------------|--------------------------------------|
| 8.1. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx.$ | 8.2. $\int x \sin(x-5) dx.$ | 8.3. $\int \ln(x+12) dx.$ |
| 8.4. $\int \arcsin \frac{x}{5} dx.$ | 8.5. $\int x e^{-6x} dx.$ | 8.6. $\int \ln(2x-1) dx.$ |
| 8.7. $\int \ln(2x+3) dx.$ | 8.8. $\int \arcsin 5x dx.$ | 8.9. $\int \arccos \frac{x}{5} dx.$ |
| 8.10. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{4} dx.$ | 8.11. $\int x \cos(x+6) dx.$ | 8.12. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx.$ |
| 8.13. $\int x \operatorname{arctg} 6x dx.$ | 8.14. $\int \ln(x+8) dx.$ | 8.15. $\int \arccos \frac{x}{3} dx.$ |

8.16. $\int x \cos 6x dx.$

8.17. $\int x \cos(x-7) dx.$

8.18. $\int \operatorname{arctg} 2x dx.$

8.19. $\int \arccos 2x dx.$

8.20. $\int (x-4)e^x dx.$

8.21. $\int \arcsin 3x dx.$

8.22. $\int x \sin(x-2) dx.$

8.23. $\int \operatorname{arctg} 7x dx.$

8.24. $\int \operatorname{arctg} 8x dx.$

8.25. $\int x \sin(x+3) dx.$

8.26. $\int \ln(x-7) dx.$

8.27. $\int \arcsin 8x dx.$

8.28. $\int \arccos 7x dx.$

8.29. $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx.$

8.30. $\int x \cos(x+4) dx.$

9. Найти неопределенный интеграл.

9.1.

$\int (5x+6) \cos 2x dx.$

9.2.

$\int \ln(4x^2 + 1) dx.$

9.3.

$\int (3x-2) \cos 5x dx.$

9.4.

$\int (x\sqrt{2}-3) \cos 2x dx.$

9.5.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{6x-1} dx.$

9.6.

$\int (4x+7) \cos 3x dx.$

9.7.

$\int (2x-5) \cos 4x dx.$

9.8.

$\int e^{-3x} (2-9x) dx.$

9.9.

$\int (8-3x) \cos 5x dx.$

9.10.

$\int (x+5) \sin 3x dx.$

9.11.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x-1} dx.$

9.12.

$\int (2-3x) \sin 2x dx.$

9.13.

$\int (3+4x) \sin 5x dx.$

9.14.

$\int (\sqrt{2}-x) \sin 3x dx.$

9.15.

$\int e^{-3x} (4-3x) dx.$

9.16.

$\int x \sin^2 dx.$

9.17.

$\int \frac{x}{\sin^2 x} dx.$

9.18.

$\int (3x+4)e^{3x} dx.$

9.19.

$\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x-1} dx.$

9.20.

$\int (2-4x) \sin 2x dx.$

9.21.

$\int (4-16x) \sin 4x dx.$

$$9.22. \int (4x-2)\cos 2x dx.$$

$$9.23. \int e^{-2x}(4x-3)dx.$$

$$9.24. \int e^{2x}(1-6x)dx.$$

$$9.25. \int e^{3x}(5x-2)dx.$$

$$9.26. \int \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} dx.$$

$$9.27. \int (7x-10)\sin 4x dx.$$

$$9.28. \int \ln(x^2+4)dx.$$

$$9.29. \int \operatorname{arctg} \sqrt{5x-1} dx.$$

$$9.30. \int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

10. Найти неопределенный интеграл.

$$10.1. \int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx.$$

$$10.2. \int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

$$10.3. \int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx.$$

$$10.4. \int \frac{3x^5 - 12x^3 - 7}{x^2 + 2x} dx.$$

$$10.5. \int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx.$$

$$10.6. \int \frac{-x^5 + 25x^3 + 1}{x^2 + 5x} dx.$$

$$10.7. \int \frac{2x^4 - 5x^2 - 8x - 8}{x(x-2)(x+2)} dx.$$

$$10.8. \int \frac{x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 9}{x(x-1)(x+3)} dx.$$

$$10.9. \int \frac{3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx.$$

$$10.10. \int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

$$10.11. \int \frac{x^5 - x^4 - 6x^3 + 13x + 6}{x(x-3)(x+2)} dx.$$

$$10.12. \int \frac{2x^4 + 2x^3 - 41x^2 + 20}{x(x-4)(x+5)} dx.$$

$$10.13. \int \frac{2x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 9}{x(x-1)(x+3)} dx.$$

$$10.14. \int \frac{3x^3 - x^2 + 12x - 2}{x(x-2)(x+1)} dx.$$

$$10.15. \int \frac{2x^3 - 40x - 8}{x(x-2)(x+4)} dx.$$

$$10.16. \int \frac{2x^3 - x^2 - 7x - 12}{x(x-3)(x+1)} dx.$$

$$10.17. \int \frac{3x^3 + 1}{x^2 - 1} dx.$$

$$10.18. \int \frac{x^3 - 17}{x^2 - 4x + 3} dx.$$

$$10.19. \int \frac{2x^3 - 1}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$10.20. \int \frac{2x^3 - 1}{x^2 + x - 6} dx.$$

$$10.21. \int \frac{3x^3 + 25}{x^2 + 3x + 2} dx.$$

$$10.23. \int \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x-1)(x-2)(x+2)} dx.$$

$$10.25. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-2)(x-3)} dx.$$

$$10.27. \int \frac{4x^3 + x^2 + 2}{x(x-2)(x-1)} dx.$$

$$10.29. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-4)(x-2)} dx.$$

$$10.22. \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx.$$

$$10.24. \int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx.$$

$$10.26. \int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{x(x-4)(x-3)} dx.$$

$$10.28. \int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} dx.$$

$$10.30. \int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$$

11. Найти неопределенный интеграл.

$$11.1. \int \frac{2x^3 + x + 1}{(x+1)x^3} dx.$$

$$11.4. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

$$11.7. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 5x + 4}{(x-2)(x+1)^3} dx.$$

$$11.10. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 6}{(x-2)(x+)^3} dx.$$

$$11.13. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 12}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

$$11.16. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 15x + 2}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

$$11.19. \int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x}{(x+2)(x-1)^3} dx.$$

$$11.2. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 7}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

$$11.5. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 10x - 10}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

$$11.8. \int \frac{3x^3 + 9x^2 + 10x + 2}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

$$11.11. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 4}{(x+2)(x+1)^3} dx.$$

$$11.14. \int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x}{(x-2)(x+1)^3} dx.$$

$$11.17. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 4x + 24}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

$$11.20. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 18x - 4}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

$$11.3. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 10}{(x+2)(x-1)^3} dx.$$

$$11.6. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 8}{x(x-2)^3} dx.$$

$$11.9. \int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 6}{(x+1)(x-2)^3} dx.$$

$$11.12. \int \frac{x^3 + x + 2}{(x+2)x^3} dx.$$

$$11.15. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 8}{x(x+2)^3} dx.$$

$$11.18. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 14x + 8}{x(x+2)^3} dx.$$

$$11.21. \int \frac{x^3 + 6x^2 + 11x + 7}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

11.22.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.25.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 1}{(x-1)(x+1)^3} dx.$$

11.28.

$$\int \frac{2x^3 + 6x^2 + 7x + 2}{x(x+1)^3} dx.$$

11.23.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 14x - 4}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.26.

$$\int \frac{2x^3 - 6x^2 + 7x - 4}{(x-2)(x-1)^3} dx.$$

11.29.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 - 10x + 52}{(x-2)(x+2)^3} dx.$$

11.24.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 9}{(x+1)(x+2)^3} dx.$$

11.27.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 13x - 6}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

11.30.

$$\int \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 10}{(x+2)(x-2)^3} dx.$$

12. Найти неопределенный интеграл.

12.1.

$$\int \frac{2x^3 + 11x^2 + 16x + 10}{(x+2)^2(x^2 + 2x + 3)} dx.$$

12.4.

$$\int \frac{x^3 + 9x^2 + 21x + 21}{(x+3)^2(x^2 + 3)} dx.$$

12.7.

$$\int \frac{2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.10.

$$\int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.13.

$$\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x + 9}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx.$$

12.16.

$$\int \frac{3x^3 + 4x^2 + 6x}{(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2)} dx.$$

12.19.

$$\int \frac{x^3 + x^2 + 1}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.22.

$$\int \frac{2x^3 + 2x + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.2.

$$\int \frac{4x^3 + 24x^2 + 20x - 28}{(x+3)^2(x^2 + 2x + 2)} dx.$$

12.5.

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.8.

$$\int \frac{2x^3 + 4x^2 + 2x + 2}{(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2)} dx.$$

12.11.

$$\int \frac{4x^2 + 3x + 4}{(x^2 + 1)(x^2 + x + 1)} dx.$$

12.14.

$$\int \frac{2x^2 - x + 1}{(x^2 - x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.17.

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{(x^2 + 1)(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.20.

$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.23.

$$\int \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

12.3.

$$\int \frac{x^3 + 5x^2 + 12x + 4}{(x+2)^2(x^2 + 4)} dx.$$

12.6.

$$\int \frac{-3x^3 + 13x^2 - 13x + 1}{(x-2)^2(x^2 - x + 1)} dx.$$

12.9.

$$\int \frac{3x^3 + x + 46}{(x-1)^2(x^2 + 9)} dx.$$

12.12.

$$\int \frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)} dx.$$

12.15.

$$\int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x - 1}{(x^2 + x + 1)(x+2)^2} dx.$$

12.18.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 9x + 6}{(x+1)^2(x^2 + 2x + 2)} dx.$$

12.21.

$$\int \frac{3x^3 + 6x^2 + 5x - 1}{(x+1)^2(x^2 + 2)} dx.$$

12.24.

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 8x + 8}{(x+2)^2(x^2 + 4)} dx.$$

12.25.

$$\int \frac{x+4}{(x^2+x+2)(x^2+2)} dx.$$

12.28.

$$\int \frac{3x^3+7x^2+12x+6}{(x^2+x+3)(x^2+x+3)} dx$$

12.26.

$$\int \frac{2x^3+3x^2+3x+2}{(x^2+x+1)(x^2+1)} dx.$$

12.29.

$$\int \frac{x^3+4x^2+3x+2}{(x+1)^2(x^2+1)} dx.$$

12.27.

$$\int \frac{2x^3-4x^2-16x-12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)} dx.$$

12.30.

$$\int \frac{x^3+2x^2+10x}{(x+1)^2(x^2-x+1)} dx.$$

13. Найти неопределенный интеграл.

13.1.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.4.

$$\int \frac{(1-\sin x) dx}{\cos x(1+\cos x)}.$$

13.7.

$$\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.10.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

$$13.13. \int \frac{\sin x dx}{(1+\sin x)^2}.$$

13.16.

$$\int \frac{\sin x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.19.

$$\int \frac{\sin^2 x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.22.

$$\int \frac{dx}{\sin x(1+\sin x)}.$$

13.2.

$$\int \frac{\sin x dx}{1+\cos x + \sin x}.$$

13.5.

$$\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x + \sin x}.$$

13.8.

$$\int \frac{\cos x dx}{1+\cos x - \sin x}.$$

13.11.

$$\int \frac{1+\sin x}{(1-\sin x)^2} dx.$$

13.14.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1+\cos x)(1-\sin x)}.$$

$$13.17. \int \frac{dx}{\sin^2 x(1+\cos x)}.$$

13.20.

$$\int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx.$$

13.23.

$$\int \frac{dx}{\sin x(1-\sin x)}.$$

13.3.

$$\int \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.6.

$$\int \frac{dx}{(1+\cos x + \sin x)^2}.$$

13.9.

$$\int \frac{dx}{\cos x(1+\cos x)}.$$

13.12.

$$\int \frac{\cos^2 x dx}{(1+\cos x - \sin x)^2}.$$

13.15.

$$\int \frac{\cos x dx}{2+\cos x}.$$

13.18.

$$\int \frac{\cos x dx}{(1-\cos x)^3}.$$

13.21.

$$\int \frac{dx}{\cos x(1-\cos x)}.$$

13.24.

$$\int \frac{dx}{(1+\sin x - \cos x)^2}.$$

13.25.

$$\int \frac{\sin x dx}{2 + \sin x}$$

13.28.

$$\int \frac{\sin x dx}{5 + 3 \sin x}$$

13.26.

$$\int \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}$$

13.29.

$$\int \frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x} dx.$$

13.27.

$$\int \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x + \sin x} dx.$$

13.30.

$$\int \frac{(1 + \cos x) dx}{1 + \cos x + \sin x}$$

14. Найти неопределенный интеграл.

$$14.1. \int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}$$

$$14.4. \int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^4} dx.$$

$$14.7. \int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$$

$$14.10. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$$

$$14.13. \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx.$$

$$14.16. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(x^2-1)^3}}$$

$$14.19. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-1}}$$

$$14.22. \int x^3 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$14.25. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4} dx.$$

$$14.28. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^4} dx.$$

$$14.2. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2-1}}$$

$$14.5. \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^4} dx.$$

$$14.8. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9+x^2}}$$

$$14.11. \int x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$14.14. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} dx.$$

$$14.17. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^2} dx.$$

$$14.20. \int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx.$$

$$14.23. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx.$$

$$14.26. \int \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2} dx.$$

$$14.29. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x^2} dx.$$

$$14.3. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^4} dx.$$

$$14.6. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$$

$$14.9. \int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4} dx.$$

$$14.12. \int \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{x^6} dx.$$

$$14.15. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^5}}$$

$$14.18. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx.$$

$$14.21. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}$$

$$14.24. \int x^3 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$14.27. \int \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$14.30. \int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx.$$

15. Найти неопределенный интеграл.

15.1. $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-1}} dx.$

15.2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-2}}.$

15.3. $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x+2}} dx.$

15.4. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-7}}.$

15.5. $\int \frac{x-1}{x\sqrt{x-2}} dx.$

15.6. $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+4}}.$

15.7. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-4}}.$

15.8. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+6}}.$

15.9. $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x-3} dx.$

15.10. $\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx.$

15.11. $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x-6}}.$

15.12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3}}.$

15.13. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+2}}.$

15.14. $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x-8}}.$

15.15. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x+3)}.$

15.16. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}.$

15.17. $\int \frac{dx}{2+\sqrt{x+3}}.$

15.18. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+10}.$

15.19. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x-1}.$

15.20. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+3}}.$

15.21. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(x-1)}.$

15.22. $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x+5}}.$

15.23. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-3}}.$

15.24. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-2}}.$

15.25. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x-1}}.$

15.26. $\int \frac{xdx}{2+\sqrt{x+4}}.$

15.27. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-2}}.$

15.28. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-7}}.$

15.29. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x+1}}.$

15.30. $\int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx.$

16. Найти неопределенный интеграл.

16.1. $\int \frac{\sqrt{x-1}}{(\sqrt[3]{x+1})\sqrt{x}} dx.$

16.2. $\int \frac{\sqrt{x-1}-2\sqrt[3]{x-1}}{2\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}} dx.$

16.3. $\int \frac{\sqrt{2x+1}+\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt{2x+1}} dx.$

16.4. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x-4\sqrt[3]{x^2}}.$

16.5. $\int \frac{\sqrt[6]{x-1} dx}{\sqrt[3]{x-1}+\sqrt{x-1}}.$

16.6. $\int \frac{\sqrt{3x+1}+2}{\sqrt{3x+1}+2\sqrt[3]{3x+1}} dx.$

16.7. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt[4]{x}}.$

16.8. $\int \frac{\sqrt{x+3} dx}{\sqrt[3]{x+3}+\sqrt[6]{x+3}}.$

16.9. $\int \frac{(\sqrt[3]{x+1})(\sqrt{x+1})}{\sqrt[6]{x^5}} dx.$

16.10.

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[4]{x}}.$$

16.13.

$$\int \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} dx.$$

16.14.

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{x - \sqrt[3]{x^2}}.$$

16.19.

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 - \sqrt[3]{x}}.$$

16.22.

$$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x}} dx.$$

16.25.

$$\int \frac{\sqrt{x} dx}{3x - \sqrt[3]{x^2}}.$$

16.28.

$$\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx.$$

16.11.

$$\int \frac{\sqrt[6]{x+3} dx}{\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{x+3}}.$$

16.14.

$$\int \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[6]{x})} dx.$$

16.17.

$$\int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

16.20.

$$\int \frac{\sqrt{x-1} dx}{\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[6]{x-1}}.$$

16.23.

$$\int \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x-1}} dx.$$

16.26.

$$\int \frac{\sqrt{x+3} dx}{1 + \sqrt[3]{x+3}}.$$

16.29.

$$\int \frac{x + \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx.$$

16.12.

$$\int \frac{\sqrt[6]{3x+1} + 1}{\sqrt{3x+1} - \sqrt[3]{3x+1}} dx.$$

16.15.

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}.$$

16.18.

$$\int \frac{1 - \sqrt{x+1}}{(1 + \sqrt[3]{x+1})\sqrt{x+1}} dx.$$

16.21.

$$\int \frac{\sqrt{x+1} - 1}{(\sqrt[3]{x+1} + 1)\sqrt{x+1}} dx.$$

16.24.

$$\int \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{\sqrt[3]{3x+1} + \sqrt{3x+1}} dx.$$

16.27.

$$\int \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}} dx.$$

16.30.

$$\int \frac{x+1 + \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[6]{x+1}}{(x+1)(1 + \sqrt[3]{x+1})} dx$$

17. Вычислить определенный интеграл.

$$17.1. \int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}.$$

$$17.2. \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+3)^{3/2}}.$$

$$17.3. \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx.$$

$$17.4. \int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx.$$

$$17.5. \int_1^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx.$$

$$17.6. \int_{-3}^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$17.7. \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}.$$

$$17.8. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$17.9. \int_{1/2}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^6} dx$$

$$17.10. \int_0^{\sqrt{2,5}} \frac{dx}{(\sqrt{5-x^2})^3}.$$

$$17.13. \int_0^{1/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}.$$

$$17.16. \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2-3}}.$$

$$17.19. \int_0^{1/2} x^2 \sqrt{x-x^2} dx.$$

$$17.22. \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx.$$

$$17.25. \int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx.$$

$$17.28. \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx.$$

$$17.11. \int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2-9}}.$$

$$17.14. \int_{1/\sqrt{3}}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}.$$

$$17.17. \int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \sqrt{1-x^2} dx.$$

$$17.20. \int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^5 \sqrt{x^2-1}}.$$

$$17.23. \int_0^3 x^4 \sqrt{9-x^2} dx.$$

$$17.26. \int_0^3 \frac{x^3 dx}{\sqrt{9+x^2}}.$$

$$17.29. \int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx.$$

$$17.12. \int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx.$$

$$17.15. \int_{\sqrt{3}/3}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}.$$

$$17.18. \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx.$$

$$17.21. \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3+1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx.$$

$$17.24. \int_2^4 \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^4} dx.$$

$$17.27. \int_0^{\sqrt{7/3}} x^3 \sqrt{7+x^2} dx.$$

$$17.30. \int_{4\sqrt{2/3}}^{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{x^2-8}}{x^4} dx.$$

18. Вычислить определенный интеграл.

$$18.1. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + 1}.$$

$$18.4. \int_{\pi/3}^{\pi/4} \operatorname{tg}^4 \varphi d\varphi.$$

$$18.7. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\sqrt{\sin x}} dx.$$

$$18.2. \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx.$$

$$18.5. \int_0^{\pi/6} \frac{dx}{\cos x}.$$

$$18.8. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$18.3. \int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx.$$

$$18.6. \int_0^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx.$$

$$18.9. \int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{1+\operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx.$$

$$\begin{array}{lll}
18.10. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}. & 18.11. \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x dx. & 18.12. \int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{\cos^3 x} dx. \\
18.13. \int_0^{\pi/4} \sin^3 2x dx. & 18.14. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{(1-\cos x)^3} dx. & 18.15. \int_0^{\pi/8} \sin x \sin 3x dx. \\
18.16. \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}. & 18.17. \int_0^{\pi/4} 2 \cos x \sin 3x dx. & 18.18. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2} dx. \\
18.19. \int_0^{\pi/2} \cos^5 x dx. & 18.20. \int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{3} dx. & 18.21. \int_0^{\pi/4} \sin 3x \cos 5x dx. \\
18.22. \int_0^{\pi} \cos^2 x \sin^4 x dx. & 18.23. \int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx. & 18.24. \int_0^{\pi/32} (32 \cos^2 4x - 16) dx. \\
18.25. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^3 x}. & 18.26. \int_0^{\pi/3} \cos^3 x \sin 2x dx. & 18.27. \int_{\pi/4}^{\pi} \sin x \sin 2x \sin 3x dx. \\
18.28. \int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx. & 18.29. \int_0^{\pi} \cos^4 x \sin^2 x dx. & 18.30. \int_0^{\pi/2} \cos x \cos 3x \cos 5x dx.
\end{array}$$

19. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$\begin{array}{lll}
19.1. \int_0^{\infty} \frac{(x+2)dx}{\sqrt[3]{(x^2+4x+1)^4}}. & 19.2. \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{\pi(x^2+4x+5)}. & 19.3. \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx. \\
19.4. \int_0^{\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx. & 19.5. \int_{-1}^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4x+5}. & 19.6. \int_1^{\infty} \frac{4dx}{x(1+\ln^2 x)}. \\
19.7. \int_1^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{16x^4-1}}. & 19.8. \int_{-1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\pi(1+4x^2)} dx. & 19.9. \int_0^{\infty} x \sin x dx.
\end{array}$$

$$19.10. \int_{-\infty}^0 \frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)}}.$$

$$19.11. \int_{1/2}^{\infty} \frac{16dx}{\pi(4x^2+4x+5)}.$$

$$19.12. \int_{-\infty}^0 \frac{7dx}{(x^2-4x)\ln 5}.$$

$$19.13. \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^3}}.$$

$$19.14. \int_0^{\infty} \frac{xdx}{4x^2+4x+5}.$$

$$19.15. \int_{1/3}^{\infty} \frac{\pi dx}{(1+9x^2)\arctg^2 3x}.$$

$$19.16. \int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt[4]{(16+x^2)^5}}.$$

$$19.17. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}.$$

$$19.18. \int_2^{\infty} \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{\pi \arctg \frac{x}{2}}}.$$

$$19.19. \int_4^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^2-4x+1}}.$$

$$19.20. \int_{e^2}^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x-1)^2}.$$

$$19.21. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(x^2+2x)\ln 3}.$$

$$19.22. \int_1^{\infty} \frac{16xdx}{16x^4-1}.$$

$$19.23. \int_1^{\infty} \frac{dx}{(6x^2-5x+1)\ln \frac{3}{4}}.$$

$$19.24. \int_0^{\infty} e^{-3x} x dx.$$

$$19.25. \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{\sqrt{16x^4+1}}.$$

$$19.26. \int_1^{\infty} \frac{dx}{9x^2-9x+2}.$$

$$19.27. \int_{-\infty}^0 \left(\frac{x^2}{x^3-1} - \frac{x}{1+x^2} \right) dx.$$

$$19.28. \int_0^{\infty} \frac{xdx}{16x^4+1}.$$

$$19.29. \int_3^{\infty} \frac{dx}{x^2-3x+2}.$$

$$19.30. \int_0^{\infty} \frac{dx}{2x^2-2x+1}.$$

20. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$20.1. \int_0^3 \frac{\sqrt[3]{9x} dx}{\sqrt[3]{9-x^2}}.$$

$$20.2. \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt[5]{4x-x^2-4}}.$$

$$20.3. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^5}}.$$

$$20.4. \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt[3]{1-x^5}}.$$

$$20.5. \int_1^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{31(x^3-1)}}.$$

$$20.6. \int_{1/3}^1 \frac{\ln(3x-1)}{3x-1} dx.$$

$$20.7. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{2-4x}}.$$

$$20.8. \int_{3/2}^1 \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2-2}}.$$

$$20.9. \int_{1/4}^1 \frac{dx}{20x^2-9x+1}.$$

$$\begin{array}{lll}
20.10. \int_2^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-2x}}. & 20.11. \int_0^4 \frac{10x dx}{\sqrt[4]{(16-x^2)^3}}. & 20.12. \int_{1/2}^1 \frac{\ln 2 dx}{(1-x)\ln^2(1-x)}. \\
20.13. \int_0^{\pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg}x}}{\cos 2x} dx. & 20.14. \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-4x}}. & 20.15. \int_0^{2/3} \frac{\sqrt[3]{\ln(2-3x)}}{2-3x} dx. \\
20.16. \int_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi}\arcsin x}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx. & 20.17. \int_0^{1/2} \frac{dx}{(2x-1)^2}. & 20.18. \int_0^1 \frac{x dx}{1-x^4}. \\
20.19. \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+9}}. & 20.20. \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\sqrt[7]{\cos^2 x}}. & 20.21. \int_0^{\pi/6} \frac{\cos 3x}{\sqrt[6]{(1-\sin 3x)^5}} dx. \\
20.22. \int_0^{1/3} \frac{e^{3+\frac{1}{x}}}{x^2} dx. & 20.23. \int_{-3/4}^0 \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}. & 20.24. \int_0^1 \frac{2x dx}{\sqrt{1-x^4}}. \\
20.25. \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{64-x^6}}. & 20.26. \int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{(x^2-1)^3} \ln 2}. & 20.27. \int_{-1/3}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{1+3x}}. \\
20.28. \int_0^{\pi/2} \frac{3\sin^3 x dx}{\sqrt{\cos x}}. & 20.29. \int_0^{1/3} \frac{dx}{9x^2-9x+2}. & 20.30. \int_{3/4}^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{3-4x}}.
\end{array}$$

21. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в прямоугольной системе координат.

21.1.

$$\begin{aligned}
y &= 2x - x^2 + 3, \\
y &= x^2 - 4x + 3.
\end{aligned}$$

21.2.

$$\begin{aligned}
y &= \frac{e^{1/x}}{x^2}, y=0, \\
x &= 2, x=1.
\end{aligned}$$

21.3.

$$\begin{aligned}
y &= (x+1)^2, \\
y^2 &= x+1.
\end{aligned}$$

21.4.

$$\begin{aligned}
x &= \arccos y, x=0, \\
y &= 0.
\end{aligned}$$

21.5.

$$\begin{aligned}
x &= \sqrt{4-y^2}, x=0, \\
y &= 0, y=1.
\end{aligned}$$

21.6.

$$\begin{aligned}
y &= x\sqrt{36-x^2}, y=0, \\
(0 \leq x \leq 6).
\end{aligned}$$

21.7.

$$y = x^2 \sqrt{8 - x^2}, y = 0, \\ (0 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$$

21.10.

$$y = x\sqrt{4 - x^2}, y = 0, \\ (0 \leq x \leq 2).$$

21.13.

$$y = 1/(1 + \cos x), y = 0, \\ x = \pi/2, x = -\pi/2.$$

$$\mathbf{21.16.} \quad y = x\sqrt{9 - x^2}, y = 0. \\ (0 \leq x \leq 3).$$

21.19.

$$y = \sin x \cos^2 x, y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.22.

$$y = x^2 \sqrt{4 - x^2}, y = 0, \\ (0 \leq x \leq 2).$$

21.25.

$$y = \sqrt{e^x - 1}, y = 0, \\ x = \ln 2.$$

21.28.

$$y = \arccos x, y = 0, \\ x = 0.$$

21.8.

$$y = x^2 \cos x, y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.11.

$$y = \cos^5 x \sin 2x, y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.14.

$$x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y.$$

21.17.

$$y = (x - 2)^3, y = 4x - 8.$$

21.20.

$$y = 4 - x^2, \\ y = x^2 - 2x.$$

21.23.

$$y = \sqrt{4 - x^2}, y = 0, \\ x = 0, x = 1.$$

21.26.

$$y = \cos x \sin^2 x, y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

21.29.

$$y = \frac{1}{x\sqrt{1 + \ln x}}, \\ y = 0, x = 1, x = e^3.$$

21.9.

$$y = \operatorname{arctg} x, y = 0, \\ x = \sqrt{3}.$$

21.12.

$$x = \sqrt{e^y - 1}, x = 0, \\ y = \ln 2.$$

21.15.

$$y = x/(1 + \sqrt{x}), y = 0, \\ x = 1.$$

21.18.

$$y = x^2 \sqrt{16 - x^2}, y = 0 \\ (0 \leq x \leq 4).$$

21.21.

$$y = (x - 1)^2, \\ y^2 = x - 1.$$

21.24.

$$x = (y - 2)^3, \\ x = 4y - 8.$$

21.27.

$$y = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}, y = 0, \\ x = 1.$$

21.30.

$$x = \frac{1}{y\sqrt{1 + \ln y}}, x = 0, \\ y = 1, y = e^3.$$

22. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными параметрически.

$$\mathbf{22.1.} \quad \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t, \\ y = 3\sqrt{2} \sin t, \\ y = 3 \quad (y \geq 3). \end{cases}$$

$$\mathbf{22.2.} \quad \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 1 \quad (x \geq 1). \end{cases}$$

$$\mathbf{22.3.} \quad \begin{cases} x = 8\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = \sqrt{2} \sin^3 t, \\ x = 4 \quad (x \geq 4). \end{cases}$$

22.4.

$$\begin{cases} x=32\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \end{cases} \\ x=4 \quad (x \geq 4).$$

22.7.

$$\begin{cases} x=6(t-\sin t), \\ y=6(1-\cos t), \end{cases} \\ y=6 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 6)$$

22.10.

$$\begin{cases} x=6\cos t, \\ y=4\sin t, \end{cases} \\ y=2\sqrt{3} \quad (y \geq 2\sqrt{3}).$$

22.13.

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t, \\ y=4\sqrt{2}\sin t, \end{cases} \\ y=4 \quad (y \geq 4).$$

22.16.

$$\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=8\sin^3 t, \end{cases} \\ x=1 \quad (x \geq 1).$$

22.19.

$$\begin{cases} x=8(t-\sin t), \\ y=8(1-\cos t), \end{cases} \\ y=12 \quad (0 < x < 16\pi, y \geq 12).$$

22.22.

$$\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=8\sin t, \end{cases} \\ y=4\sqrt{3} \quad (y \geq 4\sqrt{3}).$$

22.5.

$$\begin{cases} x=t-\sin t, \\ y=1-\cos t, \end{cases} \\ y=1 \quad (0 < x < 2\pi, y \geq 1).$$

22.8.

$$\begin{cases} x=9\cos t, \\ y=4\sin t, \end{cases} \\ y=2 \quad (y \geq 2).$$

22.11.

$$\begin{cases} x=24\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \end{cases} \\ x=9\sqrt{3} \quad (x \geq 9\sqrt{3}).$$

22.14.

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases} \\ y=2 \quad (0 < x < 4\pi, y \geq 2).$$

22.17.

$$\begin{cases} x=2\sqrt{2}\cos t, \\ y=5\sqrt{2}\sin t, \end{cases} \\ y=5 \quad (y \geq 5).$$

22.20.

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t, \\ y=2\sqrt{2}\sin t, \end{cases} \\ y=2 \quad (y \geq 2).$$

22.23.

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \end{cases} \\ x=2 \quad (x \geq 2).$$

22.6.

$$\begin{cases} x=6(t-\sin t), \\ y=6(1-\cos t), \end{cases} \\ y=9 \quad (0 < x < 12\pi, y \geq 9).$$

22.9.

$$\begin{cases} x=3\cos t, \\ y=8\sin t, \end{cases} \\ y=4 \quad (y \geq 4).$$

22.12.

$$\begin{cases} x=8\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \end{cases} \\ x=3\sqrt{3} \quad (x \geq 3\sqrt{3}).$$

22.15.

$$\begin{cases} x=10(t-\sin t), \\ y=10(1-\cos t), \end{cases} \\ y=15 \quad (0 < x < 20\pi, y \geq 15).$$

22.18.

$$\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t, \end{cases} \\ x=2 \quad (x \geq 2)$$

22.21.

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t), \\ y=4(1-\cos t), \end{cases} \\ y=4 \quad (0 < x < 8\pi, y \geq 4).$$

22.24.

$$\begin{cases} x=2\cos t, \\ y=6\sin t, \end{cases} \\ y=3 \quad (y \geq 3).$$

22.25.

$$\begin{cases} x=4\sqrt{2}\cos^3 t, \\ y=2\sqrt{2}\sin^3 t, \end{cases}$$

$$x=2 \quad (x \geq 2).$$

22.28.

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t), \\ y=4(1-\cos t), \end{cases}$$

$$y=6 \quad (0 < x < 8\pi, y \geq 6).$$

22.26.

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases}$$

$$y=3 \quad (0 < x < 4\pi, y \geq 3)$$

22.29.

$$\begin{cases} x=6\cos t, \\ y=2\sin t, \end{cases}$$

$$y=\sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3}).$$

22.27.

$$\begin{cases} x=16\cos^3 t, \\ y=\sin^3 t, \end{cases}$$

$$x=6\sqrt{3} \quad (y \geq 6\sqrt{3}).$$

22.30.

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(1-\cos t), \end{cases}$$

$$y=3 \quad (0 < x < 6\pi, y \geq 3).$$

23. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными в полярных координатах.

23.1.

$$r=6\cos 3\varphi, r=3 \quad (r \geq 3).$$

23.4.

$$\begin{aligned} r &= \cos \varphi, \\ r &= \sin \varphi \\ (0 \leq \varphi &\leq \pi/2). \end{aligned}$$

23.7. $r = \cos \varphi, r = 2 \cos \varphi.$

23.10.

$$r=1+\sqrt{2}\cos \varphi.$$

23.13. $r=(5/2)\sin \varphi,$
 $r=(3/2)\sin \varphi.$

23.16.

$$r=4\cos 4\varphi.$$

23.19. $r=2\cos \varphi, r=3\cos \varphi.$ 23.22. $r=2\sin 4\varphi.$ 23.25. $r=\cos \varphi - \sin \varphi.$

23.2.

$$r=1/2+\sin \varphi.$$

23.5.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{2}\cos(\varphi-\pi/4), \\ r &= \sqrt{2}\sin(\varphi-\pi/4) \\ (\pi/4 \leq \varphi &\leq 3\pi/4). \end{aligned}$$

23.8.

$$r=\sin \varphi, r=2\sin \varphi.$$

23.11.

$$r=1/2+\cos \varphi.$$

23.14.

$$r=4\cos 3\varphi, r=2 \quad (r \geq 2).$$

23.17.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{3}\cos \varphi, r = \sin \varphi, \\ (0 \leq \varphi &\leq \pi/2). \end{aligned}$$

23.20. $r=2\cos \varphi, r=2\sqrt{3}\sin \varphi$
 $(0 \leq \varphi \leq \pi/2).$ 23.23. $r=6\sin 3\varphi, r=3 \quad (r \geq 3).$ 23.26. $r=\cos \varphi,$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{2}\cos(\varphi-\pi/4) \\ (-\pi/4 \leq \varphi &\leq \pi/2). \end{aligned}$$

23.3.

$$r=\cos 2\varphi.$$

23.6.

$$r=4\sin 3\varphi, r=2 \quad (r \geq 2)$$

23.9.

$$r=\sin 3\varphi.$$

23.12.

$$r=\cos 3\varphi.$$

23.15.

$$r=\sin 6\varphi.$$

23.18.

$$r=\cos \varphi + \sin \varphi.$$

23.21.

$$r=2\cos 6\varphi.$$

23.24.

$$r=3\sin \varphi, r=5\sin \varphi$$

23.27.

$$\begin{aligned} r &= 6\sin \varphi, \\ r &= 4\sin \varphi. \end{aligned}$$

23.28.

$$r=2\sin\varphi, r=4\sin\varphi.$$

23.29.

$$r=1+\sqrt{2}\sin\varphi.$$

23.30.

$$r=\sin\varphi,$$

$$r=\sqrt{2}\cos(\varphi-\pi/4)$$

$$(0\leq\varphi\leq 3\pi/4).$$

24. Вычислить длину дуги кривой, заданной в прямоугольной системе координат.

24.1.

$$y=\sqrt{1-x^2}+\arccos x, 0\leq x\leq 8/9.$$

24.3.

$$y=2+chx, 0\leq x\leq 1.$$

24.5.

$$y=e^x+13, \ln\sqrt{15}\leq x\leq \ln\sqrt{24}.$$

$$24.7. y=-\arccos\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2}, 0\leq x\leq 1/4.$$

$$24.9. y=-\arccos x+\sqrt{1-x^2},$$

$$0\leq x\leq 9/16.$$

$$24.11. y=\ln\sin x, \pi/3\leq x\leq \pi/2.$$

$$24.13. y=chx+3, 0\leq x\leq 1.$$

$$24.15. y=1+\arcsin x-\sqrt{1-x^2},$$

$$0\leq x\leq 3/4.$$

$$24.17. y=\ln\cos x+2, 0\leq x\leq \pi/6.$$

$$24.19. y=-\ln\cos x, 0\leq x\leq \pi/6.$$

$$24.21. y=2+\arcsin\sqrt{x}+\sqrt{x-x^2},$$

$$1/4\leq x\leq 1.$$

$$24.23. y=\ln x, \sqrt{3}\leq x\leq \sqrt{15}.$$

$$24.25. y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x, 0\leq x\leq 7/9.$$

$$24.27. y=e^x+e, \ln\sqrt{3}\leq x\leq \ln\sqrt{15}.$$

$$24.29. y=e^x+26, \ln\sqrt{8}\leq x\leq \ln\sqrt{24}.$$

$$24.2. y=2-e^x, \ln\sqrt{3}\leq x\leq \ln\sqrt{8}.$$

$$24.4. y=\arcsin x-\sqrt{1-x^2}, 0\leq x\leq \frac{15}{16}.$$

$$24.6. y=1-\ln\sin x, \pi/3\leq x\leq \pi/2.$$

$$24.8. y=\sqrt{x-x^2}-\arccos\sqrt{x}+5, 1/9\leq x\leq 1.$$

$$24.10. y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}+3, 0\leq x\leq 2.$$

$$24.12. y=\arccos\sqrt{x}-\sqrt{x-x^2}+4,$$

$$0\leq x\leq 1/2.$$

$$24.14. y=(e^{2x}+e^{-2x}+3)/4, 0\leq x\leq 2.$$

$$24.16. y=(1-e^x-e^{-x})/2, 0\leq x\leq 3.$$

$$26.18. y=\ln(x^2-1), 2\leq x\leq 3.$$

$$24.20. y=\ln(1-x^2), 0\leq x\leq 1/4.$$

$$24.22. y=1-\ln\cos x, 0\leq x\leq \pi/6.$$

$$24.24. y=\frac{x^2}{4}-\frac{\ln x}{2}, 1\leq x\leq 2.$$

$$24.26. y=\ln\frac{5}{2x}, \sqrt{3}\leq x\leq \sqrt{8}.$$

$$24.28. y=e^x+6, \ln\sqrt{8}\leq x\leq \ln\sqrt{15}.$$

$$24.30. y=\ln 7-\ln x, \sqrt{3}\leq x\leq \sqrt{8}.$$

25. Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрически.

25.1.

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \\ \pi/2 \leq t \leq \pi.$$

25.4.

$$\begin{cases} x=3,5(2\cos t-\cos 2t), \\ y=3,5(2\sin t-\sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/2.$$

25.7.

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/2.$$

25.10.

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi.$$

25.13.

$$\begin{cases} x=2(\cos t+t\sin t), \\ y=2(\sin t-t\cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/2.$$

25.16.

$$\begin{cases} x=2\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/4.$$

25.19.

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi.$$

25.2.

$$\begin{cases} x=2(2\cos t-\cos 2t), \\ y=2(2\sin t-\sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/3.$$

25.5.

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/2.$$

25.8.

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 3\pi/2.$$

25.11.

$$\begin{cases} x=4(2\cos t-\cos 2t), \\ y=4(2\sin t-\sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi.$$

25.14.

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \\ \pi/6 \leq t \leq \pi/4.$$

25.17.

$$\begin{cases} x=3(\cos t+t\sin t), \\ y=3(\sin t-t\cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/3.$$

25.20.

$$\begin{cases} x=6\cos^3 t, \\ y=6\sin^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/3.$$

25.3.

$$\begin{cases} x=4(t-\sin t), \\ y=4(1-\cos t), \end{cases} \\ \pi/2 \leq t \leq 2\pi/3.$$

25.6.

$$\begin{cases} x=8(\cos t+t\sin t), \\ y=8(\sin t-t\cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi/4.$$

25.9.

$$\begin{cases} x=4\cos^3 t, \\ y=4\sin^3 t, \end{cases} \\ \pi/6 \leq t \leq \pi/4.$$

25.12.

$$\begin{cases} x=2(t-\sin t), \\ y=2(1-\cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi/2.$$

25.15.

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 3\pi.$$

25.18.

$$\begin{cases} x=3(2\cos t-\cos 2t), \\ y=3(2\sin t-\sin 2t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2\pi.$$

25.21.

$$\begin{cases} x=(t^2-2)\sin t+2t\cos t, \\ y=(2-t^2)\cos t+2t\sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi.$$

25.22.

$$\begin{cases} x=4(\cos t+t \sin t), \\ y=4(\sin t-t \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq 2.$$

25.25.

$$\begin{cases} x=10 \cos ^3 t, \\ y=10 \sin ^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi / 2.$$

25.28.

$$\begin{cases} x=3(t-\sin t), \\ y=3(1-\cos t), \end{cases} \\ \pi \leq t \leq 2 \pi.$$

25.23.

$$\begin{cases} x=2,5(t-\sin t), \\ y=2,5(1-\cos t), \end{cases} \\ \pi / 2 \leq t \leq \pi.$$

25.26.

$$\begin{cases} x=6(\cos t+t \sin t), \\ y=6(\sin t-t \cos t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi.$$

25.29.

$$\begin{cases} x=8 \cos ^3 t, \\ y=8 \sin ^3 t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi / 6.$$

25.24.

$$\begin{cases} x=e^t(\cos t+\sin t), \\ y=e^t(\cos t-\sin t), \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi.$$

25.27.

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2} \cos t-\frac{1}{4} \cos 2 t, \\ y=\frac{1}{2} \sin t-\frac{1}{4} \sin 2 t, \end{cases} \\ \pi / 2 \leq t \leq 2 \pi / 3.$$

25.30.

$$\begin{cases} x=\left(t^2-2\right) \sin t+2 t \cos t, \\ y=\left(2-t^2\right) \cos t+2 t \sin t, \end{cases} \\ 0 \leq t \leq \pi / 3.$$

26. Вычислить длину дуги кривой, заданной в полярных координатах.

26.1. $\rho=1-\sin \varphi, -\pi / 2 \leq \varphi \leq -\pi / 6.$

26.3. $\rho=3(1+\sin \varphi), -\pi / 6 \leq \varphi \leq 0.$

26.5. $\rho=5(1-\cos \varphi), -\pi / 3 \leq \varphi \leq 0.$

26.7. $\rho=7(1-\sin \varphi), -\pi / 6 \leq \varphi \leq \pi / 6.$

26.9. $\rho=2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 3 / 4.$

26.11. $\rho=2 e^{5 \varphi / 3}, -\pi / 2 \leq \varphi \leq \pi / 2.$

26.13. $\rho=5 e^{5 \varphi / 12}, -\pi / 2 \leq \varphi \leq \pi / 2.$

26.15. $\rho=3 e^{3 \varphi / 4}, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.17. $\rho=\sqrt{2} e^{\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.19. $\rho=12 e^{12 \varphi / 5}, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.21. $\rho=2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 5 / 12.$

26.23. $\rho=4 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 3 / 4.$

26.25. $\rho=5 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 12 / 5.$

26.27. $\rho=8 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi / 4.$

26.29. $\rho=2 \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi / 6.$

26.2. $\rho=2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 12 / 5.$

26.4. $\rho=3 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 4 / 3.$

26.6. $\rho=2 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi / 6.$

26.8. $\rho=6 \cos \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.10. $\rho=8 \sin \varphi, 0 \leq \varphi \leq \pi / 4.$

26.12. $\rho=3 e^{3 \varphi / 4}, -\pi / 2 \leq \varphi \leq \pi / 2.$

26.14. $\rho=\sqrt{2} e^{\varphi}, -\pi / 2 \leq \varphi \leq \pi / 2.$

26.16. $\rho=6 e^{12 \varphi / 5}, -\pi / 2 \leq \varphi \leq \pi / 2.$

26.18. $\rho=4 e^{4 \varphi / 3}, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.20. $\rho=5 e^{5 \varphi / 12}, 0 \leq \varphi \leq \pi / 3.$

26.22. $\rho=2(1-\cos \varphi), -\pi \leq \varphi \leq -\pi / 2.$

26.24. $\rho=4(1-\sin \varphi), 0 \leq \varphi \leq \pi / 6.$

26.26. $\rho=6(1+\sin \varphi), -\pi / 2 \leq \varphi \leq 0.$

26.28. $\rho=8(1-\cos \varphi), -2 \pi / 3 \leq \varphi \leq 0.$

26.30. $\rho=2 \varphi, 0 \leq \varphi \leq 4 / 3.$

27. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Φ вокруг указанной оси.

- 27.1. $\Phi : y = \sin x, y = 0 (0 \leq x \leq \pi), Ox.$ 27.2. $\Phi : y = 2x - x^2, y = 0, Ox.$
 27.3. $\Phi : y^2 = 4x, x^2 = 4y, Ox.$ 27.4. $\Phi : \rho = 2(1 + \cos \varphi),$ полярная ось.
 27.5. $\Phi : x = 2 \cos t, y = 5 \sin t, Oy.$ 27.6. $\Phi : x = 7 \cos^3 t, y = 7 \sin^3 t, Oy.$
 27.7. $\Phi : y = x^2, 8x = y^2, Oy.$ 27.8. $\Phi : x^2 / 16 + y^2 / 1 = 1, Ox.$
 27.9. $\Phi : y = e^x, x = 0, y = 0, x = 1, Ox.$ 27.10. $\Phi : x^3 = (y - 1)^2, x = 0, y = 0, Ox.$
 27.11. $\Phi : y^2 = 4x / 3, x = 3, Ox.$ 27.12. $\Phi : xy = 4, 2x + y - 6 = 0, Ox.$
 27.13. $\Phi : x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t, Oy.$ 27.14. $\Phi : x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, Ox.$
 27.15. $\Phi : y = 2 - x^2, y = x^2, Ox.$ 27.16. $\Phi : 2y = x^2, 2x + 2y - 3 = 0, Ox.$
 27.17. $\Phi : y = -x^2 + 8, y = x^2, Ox.$ 27.18. $\Phi : y = x - x^2, y = 0, Ox.$
 27.19. $\Phi : y^2 = (x + 4)^3, x = 0, Ox.$ 27.20. $\Phi : y = 2 - x^2 / 2, x + y = 2, Oy.$
 27.21. $\Phi : y = x^3, x = 0, y = 8, Oy.$ 27.22. $\Phi : y^2 = 4 - x, x = 0, Oy.$
 27.23. $\Phi : y^2 = x, x^2 = y, Ox.$ 27.24. $\Phi : \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2}, x = 0, y = 0, Ox.$
 27.25. $\Phi : y^2 = (x - 1)^3, x = 2, Ox.$ 27.26. $\Phi : x^2 / 9 + y^2 / 4 = 1, Oy.$
 27.27. $\Phi : x = \sqrt{1 - y^2}, y = \sqrt{\frac{3}{2}}x, y = 0, Ox.$ 27.28. $\Phi : y^3 = x^2, y = 1, Ox.$
 27.29. $\Phi : x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t,$
 $(0 \leq t \leq \pi / 2), Oy.$ 27.30. $\Phi : x = 6(t - \sin t), y = 6(1 - \cos t), Ox.$

28. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси.

- 28.1. $L : 3y = x^3 (0 \leq x \leq 1), Ox.$
 28.2. $L : \rho^2 = 4 \cos 2\varphi,$ полярная ось.
 28.3. $L : \rho = 6 \sin \varphi,$ полярная ось.
 28.4. $L : x = t - \sin t, y = 1 - \cos t (0 \leq t \leq 2\pi), Ox.$
 28.5. $L : x = \cos t, y = 3 + \sin t, Ox.$
 28.6. $L : 3x = y^3 (0 \leq y \leq 2), Oy.$
 28.7. $L : y = x^3 / 3 (-1 \leq x \leq 1), Ox.$
 28.8. $L : x = \cos t, y = 1 + \sin t, Ox.$
 28.9. $L : x^2 = 4 + y,$ отсекаемая прямой $y = 2, Oy.$

- 28.10. $L: \rho = 2 \sin \varphi$, полярная ось.
- 28.11. $L: \rho = \frac{2}{3} \cos \varphi$, полярная ось.
- 28.12. $L: x = 3 \cos^3 t, y = 3 \sin^3 t, Ox$.
- 28.13. $L: x = 2 \cos t, y = 3 + 2 \sin t, Ox$.
- 28.14. $L: \rho^2 = 9 \cos 2\varphi$, полярная ось.
- 28.15. $L: y = x^3$ между прямыми $x = \pm 2/3, Ox$.
- 28.16. $L: x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, Ox$.
- 28.17. $L: \rho = \sqrt{\cos 2\varphi}$, полярная ось.
- 28.18. $L: y^2 = 4 + x$, отсекаемая прямой $x = 2, Ox$.
- 28.19. $L: x = 2 \cos^3 t, y = 2 \sin^3 t, Ox$.
- 28.20. $L: x = \cos t, y = 2 + \sin t, Ox$.
- 28.21. $L: \rho = 4 \sin \varphi$, полярная ось.
- 28.22. $L: y^2 = 2x$, отсекаемая прямой $2x = 3, Ox$.
- 28.23. $L: 3y = x^2 (0 \leq x \leq 2), Ox$.
- 28.24. $L: y = \sqrt{x}$, отсеченная прямой $y = x, Ox$.
- 28.25. $L: y = x^3 / 3 (-1/2 \leq x \leq 1/2), Ox$.
- 28.26. $L: \rho = 2 \cos \varphi$, полярная ось.
- 28.27. $L: x = 10(t - \sin t), y = 10(1 - \cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox$.
- 28.28. $L: x = 3(t - \sin t), y = 3(1 - \cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox$.
- 28.29. $L: y = x^2 / 2$, отсеченная прямой $y = 3/2, Oy$.
- 28.30. $L: x = 2(t - \sin t), y = 2(1 - \cos t) (0 \leq t \leq 2\pi), Ox$.

6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

- | | |
|--|---|
| 1.1. $y' = e^{x^2} x(1 + y^2)$. | 1.2. $\sin x \cdot y' = y \cos x + 2 \cos x$. |
| 1.3. $3y^{2-x^2} = yy' / x$. | 1.4. $\operatorname{ctg} x \cos^2 y dx + \sin^2 x \operatorname{tg} y dy = 0$. |
| 1.5. $(1 + e^{3y}) x dx = e^{3y} dy$. | 1.6. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$. |
| 1.7. $y' = e^{2x} / \ln y$. | 1.8. $e^{x+3y} dy = x dx$. |
| 1.9. $3x^{2+y} dy + x dx = 0$. | 1.10. $y' \sin x = y \ln y$. |

1.11. $e^x \sin y dx + \operatorname{tg} y dy = 0$.

1.13. $(1 + e^x) y dy - e^y dx = 0$.

1.15. $y' \sqrt{1 - x^2} - \cos^2 y = 0$.

1.17. $e^x \operatorname{tg} y dx = (1 - e^x) \sec^2 y dy$.

1.19. $y' + \sin(x + y) = \sin(x - y)$.

1.21. $(1 + e^x) yy' = e^x$.

1.23. $\sin x \operatorname{tg} y dx - dy / \sin x = 0$.

1.25. $1 + (1 + y')e^y = 0$.

1.27. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$.

1.29. $(e^{-x^2} dy) / x + dx / \cos^2 y = 0$.

1.12. $y' = (2x - 1) \operatorname{ctg} y$.

1.14. $\sec^2 x \operatorname{tg} y dy + \sec^2 y \operatorname{tg} x dx = 0$.

1.16. $\cos y dx = 2\sqrt{1 + x^2} dy + \cos y \sqrt{1 + x^2} dy$.

1.18. $(\sin(2x + y) - \sin(2x - y)) dx = dy / \sin y$.

1.20. $(y^2 + 3) dx - (e^x / x) y dy = 0$.

1.22. $(\cos(x - 2y) + \cos(x + 2y)) y' = \sec x$.

1.24. $3e^x \sin y dx + (1 - e^x) \cos y dy = 0$.

1.26. $\cos^3 y \cdot y' - \cos(2x + y) = \cos(2x - y)$.

1.28. $y' = (2y + 1) \operatorname{tg} x$.

1.30. $(\sin(x + y) + \sin(x - y)) dx + dy / \cos y = 0$.

2. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

2.1. $y' \sqrt{1 + y^2} = x^2 / y$.

2.3. $y - xy' = 2(1 + x^2 y')$.

2.5. $y - xy' = 1 - x^2 y'$.

2.7. $\sqrt{1 - y^2} dx + y \sqrt{1 - x^2} dy = 0$.

2.9. $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - 1$.

2.11. $(xy - x)^2 dy + y(1 - x) dx = 0$.

2.13. $2xyy' = 1 - x^2$.

2.15. $(x^2 - 1)y' - xy = 0$.

2.17. $(y^2 x + y^2) dy + x dx = 0$.

2.19. $xy' - y = y^2$.

2.21. $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$.

2.23. $y' - xy^2 = 2xy$.

2.25. $2x^2 yy' + y^2 = 2$.

2.27. $(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2$.

2.29. $y' / 7^{y-x} = 3$.

2.2. $y' = (1 + y^2) / (1 + x^2)$.

2.4. $(x + 4) dy - xy dx = 0$.

2.6. $y' + y + y^2 = 0$.

2.8. $y^2 \ln x dx - (y - 1) x dy = 0$.

2.10. $(1 + x^3) y^3 dx - (y^2 - 1) x^3 dy = 0$.

2.12. $(1 + x^2) y' + y \sqrt{1 + x^2} = xy$.

2.14. $y' = 2xy + x$.

2.16. $y - xy' = 3(1 + x^2 y')$.

2.18. $(xy^3 + x) dx + (x^2 y^2 - y^2) dy = 0$.

2.20. $(1 + y^2) dx - (y + yx^2) dy = 0$.

2.22. $y' + 2y - y^2 = 0$.

2.24. $(x^2 + x) y dx + (y^2 + 1) dy = 0$.

2.26. $(x + xy^2) dy + y dx - y^2 dx = 0$.

2.28. $(y + 1) y' = y / (\sqrt{1 - x^2}) + xy$.

2.30. $xyy' = (1 - x^2) / (1 - y^2)$.

3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения.

3.1. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2).$

3.3. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy.$

3.5. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$

3.7. $y = x \left(y' - \sqrt[3]{e^y} \right).$

3.9. $y' = y/x - 1.$

3.11. $y'x + x + y = 0.$

3.13. $y - xy' = x \sec(y/x).$

3.15. $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0.$

3.17. $(x + 2y)dx - xdy = 0.$

3.19. $(x - y)dx + (x + y)dy = 0.$

3.21. $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0.$

3.23. $y^2 + x^2 y' = xyy'.$

3.25. $xy' - y = x \operatorname{tg}(y/x).$

3.27. $xy' = y - xe^{y/x}.$

3.29. $xy' - y = (x + y) \ln((x + y)/x).$

3.2. $(2\sqrt{xy} - y)dx + xdy = 0.$

3.4. $xy' + y(\ln(y/x) - 1) = 0.$

3.6. $(x^2 + y^2)dx + 2xydy = 0.$

3.8. $(y^2 - 2xy)dx - x^2 dy = 0.$

3.10. $x^2 y' = y(x + y).$

3.12. $y' = x/y + y/x.$

3.14. $(x + 2y)dx + xdy = 0.$

3.16. $(2x - y)dx + (x + y)dy = 0.$

3.18. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx.$

3.20. $(x - y)ydx - x^2 dy = 0.$

3.22. $xy + y^2 = (2x^2 + xy)y'.$

3.24. $ydx + (2\sqrt{xy} - x)dy = 0.$

3.26. $(x^2 - 2xy)y' = xy - y^2.$

3.28. $xy' = y \cos \ln(y/x).$

3.30. $(4x^2 + 3xy + y^2)dx + (4y^2 + 3xy + x^2)dy = 0.$

4. Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения.

4.1. $(xy' - 1) \ln x = 2y, y(e) = 0.$

4.3. $x(y' - y) = e^x, y(1) = 0.$

4.5. $y = x(y' - x \cos x), y(\pi/2) = 0.$

4.7. $(x + y^2) = ydx, y(0) = 1.$

4.9. $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1, y(0) = \pi/2.$

4.11. $y' = y/(3x - y^2), y(0) = 1.$

4.2. $xy' + y = \sin x, y(\pi/2) = 2/\pi.$

4.4. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x, y(\sqrt{2}) = 1.$

4.6. $(1 - x^2)y' + xy = 1, y(0) = 1.$

4.8. $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \operatorname{ctg} x, y(0) = 0.$

4.10. $xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0.$

4.12. $y' = 2x(x^2 + y), y(0) = 0.$

4.13.

$$(1-2xy)y' = y(y-1), y(0)=1.$$

4.15.

$$(x^2+1)y'+4xy=3, y(0)=0.$$

4.17.

$$y'+y \operatorname{tg} x = \sec x, y(0)=0.$$

4.19.

$$(1-x)(y'+y) = e^{-x}, y(0)=0.$$

4.21.

$$(xy'-2y)+x^2=0, y(0)=0.$$

4.23.

$$(x+1)y'+y=x^3+x^2, y(0)=0.$$

4.25.

$$(2e^y-x)y'=1, y(0)=0.$$

4.27.

$$xy'+(x+1)y=3x^2e^{-x}, y(1)=0.$$

4.29.

$$xy'+y=\ln x+1, y(1)=0.$$

4.14.

$$y'-y=e^x, y(0)=1.$$

4.16.

$$xy'+y+xe^{-x^2}=0, y(1)=1/2e.$$

4.18.

$$\cos y dx = (x+2\cos y)\sin y dy, y(0)=\pi/4.$$

4.20.

$$x^2y'=2xy+3, y(1)=-1.$$

4.22.

$$y'+2xy=xe^{-x^2}, y(0)=0.$$

4.24.

$$y'-3x^2y-x^2e^{x^3}=0, y(0)=0.$$

4.26.

$$x^2y'+xy+1=0, y(1)=0.$$

4.28.

$$xy'+x=4y^3+3y^2, y(2)=1.$$

4.30.

$$(2x+y)dy = ydx + 4\ln y dy, y(0)=1.$$

5. Найти решение задачи Коши.

5.1.

$$y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, y(0)=1.$$

5.3.

$$y' - 2y/(x+1) = (x+1)^3, y(0)=1/2.$$

5.5.

$$y' - 4xy = -4x^3, y(0) = -\frac{1}{2}.$$

5.7.

$$y'+y=x, y(0)=1.$$

5.9.

$$y' - y/x = -2/x^2, y(1)=1.$$

5.11.

$$y' + \frac{2}{x}y = x^3, y(1) = -5/6.$$

5.2.

$$y' + xy = -x^3, y(0)=3.$$

5.4.

$$y' + 2xy = xe^{-x^2} \sin x, y(0)=1$$

5.6.

$$y' - y \cos x = -\sin 2x, y(0)=3$$

5.8.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, y(1)=1.$$

5.10.

$$y' - y \cos x = \sin 2x, y(0)=-1.$$

5.12.

$$y' - y/x = x^2, y(1)=0.$$

5.13.

$$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, y(1) = 3.$$

5.15.

$$y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, y(1) = 1.$$

5.17.

$$y' - \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}, y(0) = \frac{2}{3}.$$

5.19.

$$y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, y(\pi/4) = 1/2.$$

5.21.

$$y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1), y(0) = 1.$$

5.23.

$$y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = \frac{1}{\pi}.$$

$$\mathbf{5.25.} \quad y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}, y(0) = \frac{2}{3}.$$

$$\mathbf{5.27.} \quad y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x}e^x, y(1) = e.$$

$$\mathbf{5.29.} \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, y(1) = 4.$$

5.14.

$$y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0.$$

5.16.

$$y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = 3/2.$$

5.18.

$$y' - \frac{y}{x} = x \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

5.20.

$$y' + \frac{y}{2x} = x^2, y(1) = 1.$$

5.22.

$$y' - \frac{2x-5}{x^2}y = 5, y(2) = 4.$$

5.24.

$$y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}, y(1) = 1.$$

$$\mathbf{5.26.} \quad y' + \frac{y}{x} = 3x, y(1) = 1.$$

$$\mathbf{5.28.} \quad y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1, y(1) = 1.$$

$$\mathbf{5.30.} \quad y' + 2xy = -2x^3, y(1) = e^{-1}.$$

6. Найти решение задачи Коши.

6.1.

$$3(xy' + y) = xy^2, y(1) = 3.$$

6.3.

$$y' - y = 2xy^2, y(0) = 1/2.$$

6.5.

$$2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, y(1) = 1/2\sqrt{2}.$$

6.7.

$$y' + 2xy = 2x^3 y^3, y(0) = \sqrt{2}.$$

6.9.

$$xy' + y = y^2 \ln x, y(1) = 1.$$

6.2.

$$y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x} y^2, y(0) = 1.$$

6.4.

$$xy' - y = -y^2(\ln x + 2) \ln x, y(1) = 1.$$

6.6.

$$2(y' + xy) = (1+x)e^{-x} y^2, y(0) = 2.$$

6.8.

$$3(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 3.$$

6.10.

$$2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x(1 + \sin x), y(0) = 1.$$

6.11.

$$y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x} (1 - x^3), y(0) = -1.$$

6.13.

$$3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}, y(0) = -1.$$

6.15.

$$2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = 1/\sqrt{2}.$$

6.17.

$$3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, y(1) = 1.$$

6.19.

$$2y' + 3y \cos x = e^{2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}, y(0) = 1.$$

6.21.

$$y' - y \operatorname{tg} x = -(2/3)y^4 \sin x, y(0) = 1.$$

6.23.

$$xy' + y = xy^2, y(1) = 1.$$

6.25.

$$y' + xy = (1 + x)e^{-x} y^2, y(0) = 1.$$

6.27.

$$xy' + y = 2y^2 \ln x, y(1) = 1/2.$$

6.29.

$$2(xy' + y) = xy^2, y(1) = 2.$$

6.12.

$$y' - y = xy^2, y(0) = 1.$$

6.14.

$$2(xy' + y) = y^2 \ln x, y(1) = 2.$$

6.16.

$$y' + y = xy^2, y(0) = 1.$$

6.18.

$$y' + 2y \operatorname{cthx} = y^2 \operatorname{ch} x, y(1) = 1/\operatorname{sh} 1.$$

6.20.

$$2(y' + xy) = (x - 1)e^x y^2, y(0) = 2.$$

6.22.

$$2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x)e^{2x} y^{-1}, y(0) = 2$$

6.24.

$$4y' + x^3 y = (x^3 + 8)e^{-2x} y^2, y(0) = 1.$$

6.26.

$$8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, y(1) = 1/\sqrt{2}.$$

6.28.

$$2(y' + y) = xy^2, y(0) = 2.$$

6.30.

$$y' + xy = (x - 1)e^x y^2, y(0) = 1.$$

7. Методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку М.

7.1. $y' = x^2 - y, M(1, 1/2).$

7.3. $y' = xy, M(0, 1).$

7.5. $2(y + y') = x + 3, M(1, 1/2).$

7.7. $xy' = 2y, M(1, 3).$

7.9. $y' = y - x^2, M(-3, 4).$

7.11. $y' = (y - 1)x, M(1, 3/2).$

7.13. $y' = 3 + y^2, M(1, 2).$

7.15. $y'(x^2 + 2) = y, M(2, 2).$

7.17. $y' = y - x, M(9/2, 1).$

7.19. $y' = xy, M(0, -1).$

7.21. $y' = x + 2y, M(3, 0).$

7.2. $y' = x^2 - y, M(2, 3/2).$

7.4. $yy' = -x, M(2, 3).$

7.6. $3yy' = x, M(1, 1).$

7.8. $y' = 3y^{2/3}, M(1, 3).$

7.10. $y' = x(y - 1), M(1, 1/2).$

7.12. $y' = y - x, M(2, 1).$

7.14. $y' = y - x, M(4, 2).$

7.16. $y' = x^2 - y, M(0, 1).$

7.18. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, M(-2, -1).$

7.20. $y' = x + 2y, M(1, 2).$

7.22. $yy' = -2x, M(0, 5).$

7.23. $3yy' = x, M(-3, -2).$

7.24. $y' = \frac{2x}{3y}, M(1, 1).$

7.25. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, M(-2, 1).$

7.26. $yy' + x = 0, M(-2, -3).$

7.27. $yy' = -\frac{x}{2}, M(4, 2).$

7.28. $xy' = 2y, M(2, 3).$

7.29. $y' = 2 + y^2, M(1, 2).$

7.30. $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, M(2, 1).$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

8.1. $xy'' = y'.$

8.2. $y'' x \ln x = y'.$

8.3. $x^2 y'' = y'^2.$

8.4. $y'' = y' + x.$

8.5. $xy'' - y' = x^2 e^x.$

8.6. $2xy'' \cdot y' = y'^2 - 4.$

8.7. $xy'' = y' + x^2.$

8.8. $x^2 y'' + xy' = 1.$

8.9. $y'' - \frac{y'}{x-1} = x(x-1).$

8.10. $xy'' = y' \ln(y'/x).$

8.11. $y'' x \ln x = 2y'.$

8.12. $y''' + y'' \operatorname{tg} x = \sec x.$

8.13. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1.$

8.14. $(1 - x^2)y'' - xy' = 2.$

8.15. $y'' + 4y' = 2x^2.$

8.16. $y'' = -x/y.$

8.17. $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2.$

8.18. $y'' + y' = \sin x.$

8.19. $xy'' + y' = \ln x.$

8.20. $(1 + x^2)y'' = 2xy'.$

8.21. $x(y'' + 1) + y' = 0.$

8.22. $x^3 y'' + x^2 y' = 1.$

8.23. $2xy' y'' = y'^2 + 1.$

8.24. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x.$

8.25. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$

8.26. $y'' + 2xy'^2 = 0.$

8.27. $y'' + 4y' = \cos 2x.$

8.28. $2xy' y'' = y'^2 - 1.$

8.29. $y''' x \ln x = y''.$

8.30. $xy'' - y' = 2x^2 e^x.$

9. Найти решение задачи Коши.

9.1.

$y^3 y'' = 4(y^4 - 1), y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}.$

9.2.

$y'' + 8 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 2.$

9.3.

$y'' + 50 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 5.$

9.4.

$y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6.$

9.5.

$y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2.$

9.6.

$y'' y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2.$

9.7.

$y'' y^3 + 4 = 0, y(0) = -1, y'(0) = -2.$

9.8.

$y'' = 18 \sin^3 y \cos y, y(1) = \pi/2, y'(1) = 3.$

9.9.

$y'' = 2 \sin^3 y \cos y = 0, y(1) = \pi/2, y'(1) = 1.$

9.10.

$4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = 1/\sqrt{2}.$

9.11.

$y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}.$

9.12.

$y'' = 50y^3, y(3) = 1, y'(3) = 5.$

9.13.

$$y'' = 2y^3, y(-1) = 1, y'(-1) = 1.$$

9.15.

$$y'' y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1.$$

9.17.

$$y'' = 128y^3, y(0) = 1, y'(0) = 8.$$

9.19.

$$y'' y^3 + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2.$$

9.21.

$$y'' + 2 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

9.23.

$$y'' = 32 \sin^3 y \cos y = 0, y(1) = \pi/2, y'(1) = 4.$$

9.25.

$$y'' = 98y^3, y(1) = 1, y'(1) = 7.$$

9.27.

$$y'' y^3 + 49 = 0, y(3) = -7, y'(3) = -1.$$

9.29.

$$4y^3 y'' = 16y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}/2, y'(0) = 1/\sqrt{2}.$$

9.14.

$$y'' y^3 + 25 = 0, y(2) = -5, y'(2) = -1.$$

9.16.

$$y'' + 18 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 3.$$

9.18.

$$y'' = 8 \sin^3 y \cos y, y(1) = \pi/2, y'(1) = 2.$$

9.20.

$$y'' = 32y^3, y(4) = 1, y'(4) = 4.$$

9.22.

$$y'' y^3 + 16 = 0, y(1) = 2, y'(1) = 2.$$

9.24.

$$y'' + 32 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 4.$$

9.26.

$$y'' = 50 \sin^3 y \cos y = 0, y(1) = \pi/2, y'(1) = 5.$$

9.28.

$$y'' = 18y^3, y(1) = 1, y'(1) = 3.$$

9.30.

$$y'' y^3 + 9 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 3.$$

10. Найти общее решение каждого из дифференциальных уравнений.

10.1. а) $4y'' - 8y' + 3y = 0$; б) $y'' - 3y' = 0$; в) $y'' - 2y' + 10y = 0$.

10.2. а) $y'' + 4y' + 20y = 0$; б) $y'' - 3y' - 10y = 0$; в) $y'' - 16y = 0$.

10.3. а) $9y'' + 6y' + y = 0$; б) $y'' - 4y' - 21y = 0$; в) $y'' + y = 0$.

10.4. а) $2y'' + 3y' + y = 0$; б) $y'' + 4y' + 8y = 0$; в) $y'' - 6y' + 9y = 0$.

10.5. а) $y'' - 10y' + 21y = 0$; б) $y'' - 2y' + 2y = 0$; в) $y'' + 4y' = 0$.

10.6. а) $y'' + 6y' = 0$; б) $y'' + 10y' + 29y = 0$; в) $y'' - 8y' + 7y = 0$.

10.7. а) $y'' + 25y = 0$; б) $y'' + 6y' + 9y = 0$; в) $y'' + 2y' + 2y = 0$.

10.8. а) $y'' - 3y' = 0$; б) $y'' - 7y' - 8y = 0$; в) $y'' + 4y' + 13y = 0$.

10.9. а) $y'' - 3y' - 4y = 0$; б) $y'' + 6y' + 13y = 0$; в) $y'' + 2y' = 0$.

10.10. а) $y'' + 25y' = 0$; б) $y'' - 10y' + 16y = 0$; в) $y'' - 8y' + 16y = 0$.

10.11. а) $y'' - 3y' - 18y = 0$; б) $y'' - 6y' = 0$; в) $y'' + 2y' + 5y = 0$.

10.12. а) $y'' - 6y' + 13y = 0$; б) $y'' - 2y' - 15y = 0$; в) $y'' - 8y' = 0$.

10.13. а) $y'' + 2y' + y = 0$; б) $y'' + 6y' + 25y = 0$; в) $y'' - 4y' = 0$.

10.14. а) $y'' + 10y' = 0$; б) $y'' - 6y' + 8y = 0$; в) $4y'' + 4y' + y = 0$.

10.15. а) $y'' + 5y = 0$; б) $9y'' - 6y' + y = 0$; в) $y'' + 6y' + 8y = 0$.

- 10.16. а) $y''+6y'+10y=0$; б) $y''-4y'+4y=0$; в) $y''-5y'+4y=0$.
 10.17. а) $y''-y=0$; б) $4y''+8y'-5y=0$; в) $y''-6y'+10y=0$.
 10.18. а) $y''+8y'+25y=0$; б) $y''+9y'=0$; в) $9y''+3y'-2y=0$.
 10.19. а) $6y''+7y'-3y=0$; б) $y''+16y=0$; в) $4y''-4y'+y=0$.
 10.20. а) $9y''-6y'+y=0$; б) $y''+12y'+37y=0$; в) $y''-2y'=0$.
 10.21. а) $y''+4y=0$; б) $y''-10y'+25y=0$; в) $y''+3y'+2y=0$.
 10.22. а) $y''-y'-2y=0$; б) $y''+9y=0$; в) $y''+4y'+4y=0$.
 10.23. а) $y''-4y'=0$; б) $y''-4y'+13y=0$; в) $y''-3y'+2y=0$.
 10.24. а) $y''-5y'+6y=0$; б) $y''+3y'=0$; в) $y''+2y'+5y=0$.
 10.25. а) $y''-2y'+10y=0$; б) $y''+y'-2y=0$; в) $y''-2y'=0$.
 10.26. а) $y''-4y=0$; б) $y''+2y'+17y=0$; в) $y''-y'-12y=0$.
 10.27. а) $y''+y'-6y=0$; б) $y''+9y'=0$; в) $y''-4y'+20y=0$.
 10.28. а) $y''-49y=0$; б) $y''-4y'+5y=0$; в) $y''+2y'-3y=0$.
 10.29. а) $y''+7y'=0$; б) $y''-5y'+4y=0$; в) $y''+16y=0$.
 10.30. а) $y''-6y'+8y=0$; б) $y''+4y'+5y=0$; в) $y''+5y'=0$.

11. Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 11.1. $y''+y=2\cos 5x+3\sin 5x$.
 11.2. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 6x$.
 11.3. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos x$.
 11.4. $y''+2y'+5y=-17\sin 2x$.
 11.5. $y''+2y'=6e^x(\sin x+\cos x)$.
 11.6. $y''-4y'+8y=e^x(3\sin x+5\cos x)$.
 11.7. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 5x$.
 11.8. $y''-4y'+4y=-e^{2x}\sin 4x$.
 11.9. $y''+2y'+5y=-\cos x$.
 11.10. $y''+y=2\cos 7x-3\sin 7x$.
 11.11. $y''+2y'=3e^x(\sin x+\cos x)$.
 11.12. $y''-4y'+8y=e^x(2\sin x-\cos x)$.
 11.13. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 8x$.
 11.14. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 4x$.
 11.15. $y''-4y'+4y=-e^{2x}\sin 6x$.
 11.16. $y''+2y'+5y=10\cos x$.
 11.17. $y''+y=2\cos 7x+3\sin 7x$.
 11.18. $y''+2y'=4e^x(\sin x+\cos x)$.
 11.19. $y''-4y'+8y=e^x(5\sin x-3\cos x)$.
 11.20. $y''+2y'=-2e^x(\sin x+\cos x)$.
 11.21. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 3x$.
 11.22. $y''+2y'+5y=-\sin 2x$.
 11.23. $y''+y=2\cos 3x-3\sin 3x$.
 11.24. $y''+2y'=e^x(\sin x+\cos x)$.
 11.25. $y''-4y'+8y=e^x(-3\sin x+4\cos x)$.
 11.26. $y''+6y'+13y=e^{-3x}\cos 4x$.
 11.27. $y''-4y'+4y=e^{2x}\sin 5x$.
 11.28. $y''+2y'+5y=-2\sin x$.
 11.29. $y''+y=2\cos 4x+3\sin 4x$.
 11.30. $y''+2y'=10e^x(\sin x+\cos x)$.

12. Найти решение задачи Коши.

12.1. $y'' - 12y' + 36y = 32\cos 2x + 24\sin 2x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 4.$

12.2. $y'' + y = x^3 - 4x^2 + 7x - 10, \quad y(0) = 2, y'(0) = 3.$

12.3. $y'' - y = (14 - 16x)e^{-x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = -1.$

12.4. $y'' + 8y' + 16y = 16x^2 - 16x + 66, \quad y(0) = 3, y'(0) = 0.$

12.5. $y'' + 10y' + 34y = -9e^{-5x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 6.$

12.6. $y'' - 6y' + 25y = (32x - 12)\sin x - 36x\cos 3x, \quad y(0) = 4, y'(0) = 0.$

12.7. $y'' + 25y = e^x(\cos 5x - 10\sin 5x), \quad y(0) = 3, y'(0) = -4.$

12.8. $y'' + 2y' + 5y = -8e^{-x}\sin 2x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 6.$

12.9. $y'' - 2y' + y = -12\cos 2x - 9\sin 2x, \quad y(0) = -2, y'(0) = 0.$

12.10. $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 39x + 65, \quad y(0) = -1, y'(0) = 1.$

12.11. $y'' + 2y' + 2y = 2x^2 + 8x + 6, \quad y(0) = -1, y'(0) = 1$

12.12. $y'' - 6y' + 25y = 9\sin 4x - 24\cos 4x, \quad y(0) = 2, y'(0) = -2.$

12.13. $y'' - 14y' + 53y = 53x^3 - 42x^2 + 59x - 14, \quad y(0) = 0, y'(0) = 7.$

12.14. $y'' + 6y = e^x(\cos 4x - 8\sin 4x), \quad y(0) = 0, y'(0) = 5.$

12.15. $y'' - 4y' + 20y = 16xe^{2x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 2.$

12.16. $y'' - 4y = 8e^{2x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = -8.$

12.17. $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$

12.18. $y'' + y' - 12y = (16x + 22)e^{4x}, \quad y(0) = 3, y'(0) = 5.$

12.19. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 + 6x - 12, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.20. $y'' + 8y' + 16y = 16x^3 + 24x^2 - 10x + 8, \quad y(0) = 1, y'(0) = 3.$

12.21. $y'' - 2y' + 37y = 36e^x \cos 6x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 6.$

12.22. $y'' - 8y' = 16 + 48x^2 - 128x^3, \quad y(0) = -1, y'(0) = 14.$

12.23. $y'' + 12y' + 36y = 72x^3 - 18, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$

12.24. $y'' + 3y' = (40x + 58)e^{2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.25. $y'' - 9y' + 18y = 26\cos x - 8\sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$

12.26. $y'' + 8y' = 18x + 60x^2 - 32x^3, \quad y(0) = 5, y'(0) = 2.$

12.27. $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7\cos x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 7.$

12.28. $y'' + 2y' = 6x^2 + 2x + 1, \quad y(0) = 2, y'(0) = 2.$

12.29. $y'' + 16y = 32e^{4x}, \quad y(0) = 2, y'(0) = 0.$

$$12.30. y''+5y'+6y = 52 \sin 2x, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = -2.$$

13. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$13.1. y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x}{\sin^2 x}.$$

$$13.3. y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \operatorname{ctgx}.$$

$$13.5. y'' - 2y' + 2y = e^x / \sin x.$$

$$13.7. y'' - 2y' + y = e^x / x^2.$$

$$13.9. y'' + y = \operatorname{tg} x.$$

$$13.11. y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x.$$

$$13.13. y'' + y = \operatorname{ctgx}.$$

$$13.15. y'' - 2y' + y = e^x / x.$$

$$13.17. y'' + 2y' + y = e^{-x} / x.$$

$$13.19. y'' + y = 1 / \cos x.$$

$$13.21. y'' + y = 1 / \sin x.$$

$$13.23. y'' + 4y = 1 / \sin 2x.$$

$$13.25. y'' + 4y = \operatorname{tg} 2x.$$

$$13.27. y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} / x^3.$$

$$13.29. y'' - 4y' + 4y = e^{2x} / x^3.$$

$$13.2. y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}.$$

$$13.4. y'' + y = -\operatorname{ctg}^2 x.$$

$$13.6. y'' - y' = e^{2x} \cdot \cos(e^x).$$

$$13.8. y'' - y' = e^{2x} \cdot \sin(e^x).$$

$$13.10. y'' + y = \operatorname{tg}^2 x.$$

$$13.12. y'' + y = 2 / \sin^2 x.$$

$$13.14. y'' + 2y' + 5y = \frac{e^{-x}}{\sin 2x}.$$

$$13.16. y'' + 9y = \frac{1}{\cos 3x}.$$

$$13.18. y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$

$$13.20. y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}.$$

$$13.22. y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}.$$

$$13.24. y'' + y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}.$$

$$13.26. y'' + 9y = \frac{1}{\sin 3x}.$$

$$13.28. y'' + 2y' + 2y = \frac{e^{-x}}{\cos x}.$$

$$13.30. y'' + 2y' + y = xe^x + \frac{1}{xe^x}.$$

14. Найти решение системы дифференциальных уравнений.

$$14.1. \begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = x + y. \end{cases}$$

$$14.2. \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y. \end{cases}$$

$$14.3. \begin{cases} x' = y, \\ y' = x. \end{cases}$$

$$14.4. \begin{cases} x' = 3x - 2y, \\ y' = 2x + 8y. \end{cases}$$

$$14.7. \begin{cases} x' = x + 4y, \\ y' = 2x + 3y. \end{cases}$$

$$14.10. \begin{cases} x' = 7x + 3y, \\ y' = x + 5y. \end{cases}$$

$$14.13. \begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y. \end{cases}$$

$$14.16. \begin{cases} x' = 2x + 8y, \\ y' = x + 4y. \end{cases}$$

$$14.19. \begin{cases} x' = 5x + 8y, \\ y' = 3x + 3y. \end{cases}$$

$$14.22. \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 8x + y. \end{cases}$$

$$14.25. \begin{cases} x' = x - 5y, \\ y' = -x - 3y. \end{cases}$$

$$14.28. \begin{cases} x' = -5x + 2y, \\ y' = x - 6y. \end{cases}$$

$$14.5. \begin{cases} x' = 2x + 3y, \\ y' = 5x + 4y. \end{cases}$$

$$14.8. \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 6y. \end{cases}$$

$$14.11. \begin{cases} x' = 5x + 4y, \\ y' = 4x + 5y. \end{cases}$$

$$14.14. \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 4x + 3y. \end{cases}$$

$$14.17. \begin{cases} x' = -2x - 3y, \\ y' = -x. \end{cases}$$

$$14.20. \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + 4y. \end{cases}$$

$$14.23. \begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = -3x + 2y. \end{cases}$$

$$14.26. \begin{cases} x' = 6x - y, \\ y' = 3x + 2y. \end{cases}$$

$$14.29. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -6x - 3y. \end{cases}$$

$$14.6. \begin{cases} x' = -x - 2y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$14.9. \begin{cases} x' = -2x, \\ y' = y. \end{cases}$$

$$14.12. \begin{cases} x' = 4x + 2y, \\ y' = 4x + 6y. \end{cases}$$

$$14.15. \begin{cases} x' = 8x - 3y, \\ y' = 2x + y. \end{cases}$$

$$14.18. \begin{cases} x' = 6x + 3y, \\ y' = -8x - 5y. \end{cases}$$

$$14.21. \begin{cases} x' = 4x - 8y, \\ y' = -8x + 4y. \end{cases}$$

$$14.24. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$14.27. \begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + y. \end{cases}$$

$$14.30. \begin{cases} x' = -x + 8y, \\ y' = -6x + y. \end{cases}$$

7. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Найти область определения функции.

$$1.1. z = \ln(y^2 - x^2).$$

$$1.3. z = \arccos(x + 2y).$$

$$1.5. z = \ln(9 - x^2 - y^2).$$

$$1.7. z = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - 5}.$$

$$1.9. z = \arccos(x + y).$$

$$1.11. z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

$$1.13. z = \sqrt{2x^2 - y^2}.$$

$$1.15. z = \sqrt{xy}/(x^2 + y^2).$$

$$1.17. z = \arcsin(x - y).$$

$$1.2. z = 5/(4 - x^2 - y^2).$$

$$1.4. z = \ln(2x - y).$$

$$1.6. z = \sqrt{1 - x - y}.$$

$$1.8. z = 1/(x^2 + y^2 - 6).$$

$$1.10. z = 3x + y/(2 - x + y).$$

$$1.12. z = \ln(x^2 + y^2 - 3).$$

$$1.14. z = 4xy/(x - 3y + 1).$$

$$1.16. z = \arcsin(x/y).$$

$$1.18. z = 7x^3 y/(x - 3y + 1).$$

1.19. $z = \ln(4 - x^2 - y^2)$.

1.21. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 5}$.

1.23. $z = x^3 y / (3 + x - y)$.

1.25. $z = \arcsin(2x - y)$.

1.27. $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$.

1.29. $z = 4x + y / (2x - 5y)$.

1.20. $z = e^{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$.

1.22. $z = 4xy / (x^2 - y^2)$.

1.24. $z = 3xy / (2x - 5y)$.

1.26. $z = \sqrt{y^2 - x^2}$.

1.28. $z = 2 / (6 - x^2 - y^2)$.

1.30. $z = \sqrt{3x - 2y} / (x^2 + y^2 + 4)$.

2. Найти частные производные 1-го порядка функции.

2.1. $z = \operatorname{arctg}(xy^2)$.

2.3. $z = \sin\sqrt{x - y^3}$.

2.5. $z = \operatorname{ctg}(3x - 2y)$.

2.7. $z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$.

2.9. $z = \operatorname{arctg}(x^2 / y^3)$.

2.11. $z = \operatorname{tg}\left(\frac{2x - y^2}{x}\right)$.

2.13. $z = e^{-\sqrt{x^2 + y^2}}$.

2.15. $z = \arccos(x - y^2)$.

2.17. $z = \cos\left(\frac{x - y}{x^2 + y^2}\right)$.

2.19. $z = e^{-(x^3 + y^3)}$.

2.21. $z = \arcsin\sqrt{xy}$.

2.23. $z = \cos(x^3 - 2xy)$.

2.25. $z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2)$.

2.27. $z = e^{-x^2 + y^2}$.

2.29. $z = \arccos(y/x)$.

2.2. $z = \cos\sqrt{x^2 + y^2}$.

2.4. $z = \operatorname{tg}(x^3 y^4)$.

2.6. $z = e^{2x^2 - y^5}$.

2.8. $z = \arcsin(2x^3 y)$.

2.10. $z = \cos\left(x - \sqrt{xy^3}\right)$.

2.12. $z = \sin((x + y)/(x - y))$.

2.14. $z = \operatorname{ctg}\sqrt{x/(x - y)}$.

2.16. $z = \ln(3x^2 - y^2)$.

2.18. $z = \operatorname{arctg}(x^3 / y)$.

2.20. $z = \sin\sqrt{y/(x + y)}$.

2.22. $z = \ln(y^2 - e^{-x})$.

2.24. $z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$.

2.26. $z = \sin\sqrt{y/x^3}$.

2.28. $z = \operatorname{ctg}\sqrt{xy^3}$.

2.30. $z = \ln(3x^2 - y^4)$.

3. Найти частные производные второго порядка функции.

3.1. $z = e^{\sqrt{x+y}}$.

3.3. $z = \arccos(x - 5y)$.

3.2. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.

3.4. $z = \cos(x^2 y^2 - 5)$.

3.5. $z = \cos(3x - y^3)$.

3.7. $z = \ln(5x^2 - 3y^4)$.

3.9. $z = \ln(3xy - 4)$.

3.11. $z = \arcsin(4x + y)$.

3.13. $z = \sin \sqrt{xy}$.

3.15. $z = \operatorname{arctg}(3x + 2y)$.

3.17. $z = \operatorname{arcctg}(x - 4y)$.

3.19. $z = \operatorname{tg}(xy^2)$.

3.21. $z = e^{x^2 - y^2}$.

3.23. $z = \operatorname{tg}(x/y)$.

3.25. $z = \sin(x^2 - y)$.

3.27. $z = \arcsin(x - y)$.

3.29. $z = \operatorname{arcctg}(x - 3y)$.

3.6. $z = \arcsin(x - 2y)$.

3.8. $z = \operatorname{arctg}(5x + 2y)$.

3.10. $z = \ln(4x^2 - 5y^3)$.

3.12. $z = e^{2x^2 + y^2}$.

3.14. $z = \operatorname{tg} \sqrt{xy}$.

3.16. $z = \sin \sqrt{x^3 y}$.

3.18. $z = \arccos(4x - y)$.

3.20. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.

3.22. $z = \operatorname{ctg}(x + y)$.

3.24. $z = \cos(xy^2)$.

3.26. $z = \operatorname{arctg}(x + y)$.

3.28. $z = \arccos(2x + y)$.

3.30. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.

4. Найти полный дифференциал функции.

4.1. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.

4.3. $z = xy^4 - 3x^2 y + 1$.

4.5. $z = 2x^2 y^2 + x^3 y - y^3$.

4.7. $z = \arcsin((x + y)/x)$.

4.9. $z = \operatorname{arcctg}(x - y)$.

4.11. $z = x^2 y \sin y - 3y$.

4.13. $z = \arcsin(xy) - 3xy^2$.

4.15. $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$.

4.17. $z = 5xy - 3x^3 y^4$.

4.19. $z = \operatorname{arcctg}(2x - y)$.

4.21. $z = 2x^3 y - 4xy^5$.

4.23. $z = \operatorname{arcctg} x + \sqrt{y}$.

4.25. $z = 5xy^4 + 2x^2 y^7$.

4.27. $z = \sqrt{x^2 + y^2} - 2xy$.

4.2. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.

4.4. $z = \arcsin(x + y)$.

4.6. $z = 7x^3 y - \sqrt{xy}$.

4.8. $z = e^{x+y-4}$.

4.10. $z = \operatorname{tg}((x + y)/(x - y))$.

4.12. $z = \sqrt{3x^2 - y^2} + x$.

4.14. $z = \arccos(x + y)$.

4.16. $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$.

4.18. $z = 7x - x^3 y^2 + y^4$.

4.20. $z = e^{y-x}$.

4.22. $z = \ln(x + xy - y^2)$.

4.24. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2} + 5$.

4.26. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.

4.28. $z = y^2 - 3xy - x^4$.

4.29. $z = \cos(3x + y) - x^2$.

4.30. $z = \ln(y^2 - x^2 + 3)$.

5. Найти производную сложной функции.

5.1.

$u = x^2 e^y, x = \cos t, y = \sin t$.

5.3.

$u = x^y, x = e^t, y = \ln t$.

5.5.

$u = x^2 e^{-yx}, x = \sin t, y = \sin^2 t$.

5.7.

$u = \sqrt{x^2 + y^2 + 3}, x = \ln t, y = t^3$.

5.9.

$u = e^{x-2y}, x = \sin t, y = t^3$.

5.11.

$u = y^x, x = \ln(t-1), y = e^{t/2}$.

5.13.

$u = e^{y-2x-1}, x = \cos t, y = \sin t$.

5.15.

$u = \arccos(2x/y), x = \sin t, y = \cos t$.

5.17.

$u = \ln(e^{2x} + e^y), x = t^2, y = t^4$.

5.19.

$u = x/y, x = e^t, y = 2 - e^{2t}$.

5.21.

$u = \sqrt{x + y^2 + 3}, x = \ln t, y = t^2$.

5.23.

$u = y^2/x, x = 1 - 2t, y = 1 + \arctg t$.

5.25.

$u = \sqrt{x^2 + y + 3}, x = \ln t, y = t^2$.

5.27.

$u = x/y - y/x, x = \sin 2t, y = \tg^2 t$.

5.29.

$u = y/x, x = e^t, y = 1 - e^{2t}$.

5.2.

$u = \ln(e^x + e^y), x = t^2, y = t^3$.

5.4.

$u = e^{y-2x}, x = \sin t, y = t^3$.

5.6.

$u = \ln(e^{-x} + e^y), x = t^2, y = t^3$.

5.8.

$u = \arctg(xy), y = t + 3, y = e^t$.

5.10.

$u = \ln(e^x + e^{-y}), x = t^2, y = t^3$.

5.12.

$u = e^{y-2x+2}, x = \sin t, y = \cos t$.

5.14.

$u = \arcsin(x/y), x = \sin t, y = \cos t$.

5.16.

$u = x^2/(y+1), x = 1 - 2t, y = \arctg t$.

5.18.

$u = \arctg(x+y), y = t^2 + 2, y = 4 - t^2$.

5.20.

$u = \ln(e^{-x} + e^{-2y}), x = t^2, y = (1/3)t^3$.

5.22.

$u = \arcsin(x^2/y), x = \sin t, y = \cos t$.

5.24.

$u = y/x - x/y, x = \sin t, y = \cos t$.

5.26.

$u = \arcsin(x/2y), x = \sin t, y = \cos t$.

5.28.

$u = \sqrt{x + y + 3}, x = \ln t, y = t^2$.

5.30.

$u = \arcsin(2x/y), x = \sin t, y = \cos t$.

6. Найти частные производные 1-го порядка функции $z(x,y)$, заданной неявно.

6.1. $e^z - xyz - x + 1 = 0.$

6.2. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - yz - 4x - 3y - z = 0.$

6.3. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xz = 2.$

6.4. $x^2 - 3y^2 + z^2 - 2xy + 6x - 2y - 8z + 20 = 0.$

6.5. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4.$

6.6. $x^2 - y^2 - z^2 + 2x + 6z - 4y + 12 = 0.$

6.7. $3x - 2y + z = xz + 5.$

6.8. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y - 15 = 0.$

6.9. $x + y + z + 2 = xyz.$

6.10. $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - z + 6 = 0.$

6.11. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2.$

6.12. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 17.$

6.13. $x^2 + y^2 + z^2 = y - z + 3.$

6.14. $x^2 - 2y^2 + z^2 - 4x + 2z + 2 = 0.$

6.15. $e^z + x + 2y + z = 4.$

6.16. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 2.$

6.17. $xy = z^2 - 1.$

6.18. $x \cos y + y \cos z + z \cos x = \pi / 2.$

6.19. $x^3 + 3xyz - z^3 = 27,$

6.20. $3x^2 y^2 + 2xyz^2 - 2x^3 z - 4y^3 z = 4.$

6.21. $z^3 + 3xyz + 3y = 7.$

6.22. $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = \frac{3}{2}.$

6.23. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x = 0.$

6.24. $x^2 + y^2 + z^2 - z - 4 = 0.$

6.25. $e^{z-1} = \cos x \cos y + 1.$

6.26. $\sqrt{x^2 + y^2} + z^2 - 3z = 3.$

6.27. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 59.$

6.28. $\ln z = x + 2y - z + \ln 3.$

6.29. $z^2 = xy - z + x^2 - 4.$

6.30. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 5.$

7. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности S в точке M_0 .

7.1. $S: z = y^2 - x^2 + 2xy - 3y, \quad M_0(1, -1, 1).$

7.2. $S: z = x^2 - y^2 - 2xy - x - 2y, \quad M_0(-1, 1, 1).$

7.3. $S: x^2 - 2y^2 + z^2 + xy - 4y = 13, \quad M_0(3, 1, 2).$

7.4. $S: 4y^2 - z^2 + 4xy - xz + 3z = 9, \quad M_0(1, -2, 1).$

7.5. $S: x^2 + y^2 - xz + yz - 3x = 11, \quad M_0(1, 4, -1).$

7.6. $S: x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xz = 8, \quad M_0(0, 2, 0).$

7.7. $S: x^2 - y^2 - 2z^2 - 2y = 0, \quad M_0(-1, -1, 1).$

7.8. $S: x^2 + y^2 - 3z^2 + xy = -2z, \quad M_0(1, 0, 1).$

7.9. $S: 2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0, \quad M_0(1, -1, 1).$

7.10. S: $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.11. S: $x^2 + y^2 - 4y^2 = -2xy$, $M_0(-2, 1, 2)$.

7.12. S: $x^2 + y^2 + z^2 - xy + 3z = 7$, $M_0(1, 2, 1)$.

7.13. S: $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 8$, $M_0(-1, 1, 2)$.

7.14. S: $2x^2 - y^2 + z^2 - 4z + y = 13$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.15. S: $x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 4z + 4 = 0$, $M_0(2, 1, -1)$.

7.16. S: $x^2 + z^2 - 5yz + 3y = 46$, $M_0(1, 2, -3)$.

7.17. S: $z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y + 2$, $M_0(2, 1, 0)$.

7.18. S: $2x^2 - y^2 + 2z^2 + xy + xz = 3$, $M_0(1, 2, 1)$.

7.19. S: $x^2 - y^2 + z^2 - x + 2y = 14$, $M_0(3, 1, 4)$.

7.20. S: $x^2 + y^2 - z^2 - xz + 4y = 4$, $M_0(1, 1, 2)$.

7.21. S: $x^2 - y^2 - z^2 + xz + 4x = -5$, $M_0(-2, 1, 0)$.

7.22. S: $x^2 + y^2 - z^2 + 6xy - z = 8$, $M_0(1, 1, 0)$.

7.23. S: $z = 2x^2 - 3y^2 + 4x - 2y + 10$, $M_0(-1, 1, 3)$.

7.24. S: $z = x^2 + y^2 - 4xy + 3x - 15$, $M_0(-1, 3, 4)$.

7.25. S: $z = x^2 + 2y^2 + 4xy - 5y - 10$, $M_0(-7, 1, 8)$.

7.26. S: $z = 2x^2 - 3y^2 + xy + 3x + 1$, $M_0(1, -1, 2)$.

7.27. S: $x^2 + y^2 - xz - yz = 0$, $M_0(0, 2, 2)$.

7.28. S: $x^2 + y^2 + 2yz - z^2 + y - 2z = 2$, $M_0(1, 1, 1)$.

7.29. S: $y^2 - z^2 + x^2 - 2xz + 2x = z$, $M_0(1, 1, 1)$.

7.30. S: $z = x^2 + y^2 - 2xy + 2x - y$, $M_0(-1, -1, -1)$.

8. Исследовать на экстремум функцию.

8.1. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

8.2. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.

8.3. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.

8.4. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$.

8.5. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$.

8.6. $z = 3x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.

8.7. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.

8.8. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$.

8.9. $z = xy(12 - x - y)$.

8.10. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.

8.11. $z = xy - x^2 - y^2 + 9.$

8.13. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10.$

8.15. $z = (x-1)^2 + 2y^2.$

8.17. $z = xy - 3x^2 - 2y^2.$

8.19. $z = x^2 + 3(y+2)^2.$

8.21. $z = 2(x+y) - x^2 - y^2.$

8.23. $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$

8.25. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$

8.27. $z = xy(6-x-y).$

8.29. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$

8.12. $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10.$

8.14. $z = (x-5)^2 + y^2 + 1.$

8.16. $z = x^3 + y^3 - 3xy.$

8.18. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2.$

8.20. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3.$

8.22. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20.$

8.24. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y.$

8.26. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$

8.28. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$

8.30. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = f(x, y)$ в области D .

9.1. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad D: x=3, y=0, y=x+1.$

9.2. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=2.$

9.3. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 2x + 2y, \quad D: y=x+2, y=0, x=2.$

9.4. $z = 4 - 2x^2 - y^2, \quad D: y=0, y=\sqrt{1-x^2}.$

9.5. $z = x^2 - 2xy + \frac{5}{2}y^2 - 2x, \quad D: x=0, x=2, y=0, y=2.$

9.6. $z = xy - 3x - 2y, \quad D: x=0, x=4, y=0, y=4.$

9.7. $z = x^2 + xy - 2, \quad D: y=4x^2 - 4, y=0.$

9.8. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad D: x-y+1=0, x=3, y=0.$

9.9. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8, \quad D: x=0, y=0, x+y-1=0.$

9.10. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=6.$

9.11. $z = x^2 y(4-x-y), \quad D: x=0, y=0, y=6-x.$

9.12. $z = x^3 + y^3 - 3xy, \quad D: x=0, x=2, y=-1, y=2.$

9.13. $z = 4(x-y) - x^2 - y^2, \quad D: x+2y=4, x-2y=4, x=0.$

9.14. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2, \quad D: x=0, x=1, y=0, y=1.$

9.15. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \quad D: x=0, y=0, x+y-3=0.$

9.16. $z = x^2 + 2xy - 10, \quad D: y=0, y=x^2 - 4.$

- 9.17. $z = xy - 2x - y$, $D: x = 0, x = 3, y = 0, y = 4$.
- 9.18. $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$, $D: y = 8, y = 2x^2$.
- 9.19. $z = 3x + y - xy$, $D: y = x, y = 4, x = 0$.
- 9.20. $z = xy - x - 2y$, $D: x = 3, y = x, y = 0$.
- 9.21. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, $D: x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$.
- 9.22. $z = 5x^2 - 3xy + y^2$, $D: x = 0, y = 0, y = 1, x = 1$.
- 9.23. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$, $D: x = -1, x = 1, y = -1, y = 1$.
- 9.24. $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$, $D: x + y + 2 = 0, y = 0$.
- 9.25. $z = 2x^2y - x^3y - x^2y^2$, $D: x = 0, y = 0, x + y = 6$.
- 9.26. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$, $D: x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$.
- 9.27. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1$, $D: y = \sqrt{9 - \frac{9}{4}x^2}, y = 0$.
- 9.28. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1$, $D: x = -3, y = 0, x + y + 1 = 0$.
- 9.29. $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1$, $D: x = 5, y = 0, x - y - 1 = 0$.
- 9.30. $z = 2x^2 + 2xy - \frac{1}{2}y^2 - 4x$, $D: y = 2x, y = 2, x = 0$.

10. Исследовать на экстремум функции.

- 10.1. а) $u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 + 10yz + 7z^2$,
 б) $u = 3x^2 + 12xy + 8xz - 6y^2 - 6yz - 6z^2$,
 в) $u = -3x^2 + 2xy - 6xz - 7y^2 - 6yz - 6z^2$.
- 10.2. а) $u = 4x^2 - 18xy - 12xz + 5y^2 + 10yz - 3z^2$,
 б) $u = 3x^2 + 4xy + 2xz + 8y^2 + 14yz + 8z^2$,
 в) $u = -9x^2 - 2xy + 12xz - 6y^2 - 4yz - 6z^2$.
- 10.3. а) $u = -4x^2 - 2xy - 8xz - 7y^2 + 8yz - 8z^2$,
 б) $u = 7x^2 - 12xy - 18xz - 6y^2 + 10yz + 4z^2$,
 в) $u = 6x^2 - 6xy + 2xz + 7y^2 + 6yz + 3z^2$.
- 10.4. а) $u = 3x^2 - 2xy + 2xz + 6y^2 + 10yz + 7z^2$,
 б) $u = x^2 + 6xy - 4xz + 3y^2 - 2yz - 6z^2$,
 в) $u = -9x^2 + 6xy + 10xz - 6y^2 - 4yz - 9z^2$.

- 10.5. a) $u = 3x^2 - 2xy + 6xz + 8y^2 + 6yz + 7z^2$,
 б) $u = -6x^2 - 2xy - 10xz - 2y^2 + 4yz - 9z^2$,
 в) $u = x^2 - 10xy - 14xz + y^2 + 12yz + 2z^2$.
- 10.6. a) $u = -8x^2 - 2xy - 4xz - 6y^2 + 6yz - 5z^2$,
 б) $u = x^2 + 8xy + 2xz - 4y^2 + 12yz - 2z^2$,
 в) $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2$.
- 10.7. a) $u = 8x^2 - 4xy + 16xz - y^2 + 4yz - 7z^2$,
 б) $u = 7x^2 - 8xy - 2xz + 7y^2 + 10yz + 7z^2$,
 в) $u = -6x^2 + 2xy - 10xz - y^2 + 2yz - 9z^2$.
- 10.8. a) $u = 2x^2 + 10xy - 16xz - 3y^2 + 4yz - 2z^2$,
 б) $u = -8x^2 - 2xy - 4xz - 7y^2 - 2yz - 8z^2$,
 в) $u = 2x^2 - 4xy + 6xz + 4y^2 - 4yz + 8z^2$.
- 10.9. a) $u = -5x^2 + 4xy - 8xz - 7y^2 + 10yz - 8z^2$,
 б) $u = 4x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 8yz + 7z^2$,
 в) $u = 3x^2 - 16xy + 4xz + 4y^2 + 10yz - 8z^2$.
- 10.10. a) $u = 6x^2 - 6xy - 2xz + 3y^2 - 4yz + 7z^2$,
 б) $u = 6x^2 + 6xy - 16xz + y^2 - 6yz + 8z^2$,
 в) $u = -8x^2 - 2xy + 6xz - 9y^2 + 12yz - 9z^2$.
- 10.11. a) $u = 5x^2 - 18xy - 6xz - 8y^2 - 6yz - 6z^2$,
 б) $u = 6x^2 - 8xy - 8xz + 8y^2 + 8yz + 6z^2$,
 в) $u = -6x^2 - 2xy + 4xz - 4y^2 + 6yz - 3z^2$.
- 10.12. a) $u = -5x^2 + 2xy - 2xz - 7y^2 - 12yz - 6z^2$,
 б) $u = 7x^2 - 10xy - 18xz - 6y^2 + 10yz + 2z^2$,
 в) $u = 6x^2 + 4xy - 4xz + 8y^2 + 10yz + 8z^2$.
- 10.13. a) $u = 3x^2 + 6xy + 12xz - 7y^2 + 12yz + 5z^2$,
 б) $u = -9x^2 + 14xy + 4xz - 9y^2 + 2yz - 6z^2$,
 в) $u = 8x^2 - 2xy - 2xz + 3y^2 + 4yz + 8z^2$.
- 10.14. a) $u = 4x^2 + 10xy - 16xz - 7y^2 - 6yz + 7z^2$,
 б) $u = 8x^2 - 10xy - 4xz + 7y^2 + 4yz + 5z^2$,

$$\text{в) } u = -8x^2 - 6xy + 4xz - 8y^2 + 2yz - 6z^2.$$

$$10.15. \text{ а) } u = 2x^2 - 4xy - 16xz - y^2 + 6yz - 3z^2,$$

$$\text{б) } u = 8x^2 - 2xy + 10xz + 7y^2 - 6yz + 8z^2,$$

$$\text{в) } u = -9x^2 + 2xy - 8xz - 6y^2 - 2yz - 3z^2.$$

$$10.16. \text{ а) } u = -4x^2 - 10xy - 2xz - 9y^2 - 10yz - 8z^2,$$

$$\text{б) } u = 7x^2 + 6xy - 6xz - 8y^2 - 16yz - 8z^2,$$

$$\text{в) } u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 7z^2.$$

$$10.17. \text{ а) } u = 3x^2 - 12xy + 4xz + y^2 - 16yz - 3z^2,$$

$$\text{б) } u = 7x^2 + 4xy + 8xz + 2y^2 - 2yz + 8z^2,$$

$$\text{в) } u = -4x^2 - 8xy + 2xz - 9y^2 - 10yz - 9z^2.$$

$$10.18. \text{ а) } u = 8x^2 + 4xy - 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2,$$

$$\text{б) } u = -4x^2 + 2xy - 2xz - 3y^2 - 2yz - z^2,$$

$$\text{в) } u = x^2 + 12xy - 4xz - y^2 + 4yz - 4z^2.$$

$$10.19. \text{ а) } u = 3x^2 - 16xy - 6xz - 9y^2 + 10yz - 9z^2,$$

$$\text{б) } u = -5x^2 - 8xy + 4xz - 9y^2 - 4yz - 5z^2,$$

$$\text{в) } u = 4x^2 - 6xy + 6xz + 8y^2 + 2yz + 5z^2.$$

$$10.20. \text{ а) } u = 6x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 2yz + 5z^2,$$

$$\text{б) } u = -7x^2 - 2xy - 6xz - 5y^2 - 12yz - 9z^2,$$

$$\text{в) } u = 2x^2 + 12xy + 12xz - 2y^2 + 12yz - 2z^2.$$

$$10.21. \text{ а) } u = -8x^2 + 2xy - 4xz - 6y^2 - 8yz - 5z^2,$$

$$\text{б) } u = 2x^2 + 10xy - 16xz - 9y^2 - 16yz + 6z^2,$$

$$\text{в) } u = 3x^2 + 4xy + 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2.$$

$$10.22. \text{ а) } u = 5x^2 - 10xy + 16xz - 5y^2 - 16yz + 3z^2,$$

$$\text{б) } u = 8x^2 + 2xy + 8xz + 4y^2 - 6yz + 8z^2,$$

$$\text{в) } u = -4x^2 - 8xy - 2xz - 5y^2 + 2yz - 9z^2.$$

$$10.23. \text{ а) } u = -9x^2 + 6xy + 2xz - 2y^2 - 2yz - 6z^2,$$

$$\text{б) } u = x^2 - 16xy - 12xz - y^2 - 6yz - 7z^2,$$

$$\text{в) } u = 7x^2 - 4xy - 10xz + 6y^2 - 6yz + 8z^2.$$

$$10.24. \text{ а) } u = -7x^2 + 8xy - 14xz - 7y^2 + 8yz - 8z^2,$$

$$\text{б) } u = 2x^2 - 18xy + 2xz - 2y^2 + 2yz - z^2,$$

$$\text{в) } u = 3x^2 - 4xy + 4xz + 4y^2 - 6yz + 4z^2.$$

$$10.25. \text{ а) } u = 8x^2 + 10xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 6z^2,$$

$$\text{б) } u = -7x^2 + 8xy + 8xz - 9y^2 - 4yz - 8z^2,$$

$$\text{в) } u = 3x^2 - 14xy + 10xz - 8y^2 - 2yz + 2z^2.$$

$$10.26. \text{ а) } u = 8x^2 + 10xy + 6xz - 3y^2 + 4yz - 3z^2,$$

$$\text{б) } u = 7x^2 + 4xy + 2xz + 2y^2 + 2yz + z^2,$$

$$\text{в) } u = -8x^2 - 8xy + 2xz - 8y^2 + 6yz - 9z^2.$$

$$10.27. \text{ а) } u = x^2 + 2xy - 2xz + 7y^2 - 6yz + 7z^2,$$

$$\text{б) } u = 3x^2 - 10xy + 12xz - 2y^2 - 10yz - 2z^2,$$

$$\text{в) } u = -9x^2 - 4xy + 2xz - 8y^2 - 12yz - 8z^2.$$

$$10.28. \text{ а) } u = -4x^2 + 6xy - 6xz - 7y^2 + 8yz - 3z^2,$$

$$\text{б) } u = 3x^2 - 4xy + 12xz - 3y^2 - 6yz + z^2,$$

$$\text{в) } u = 7x^2 + 6xy - 6xz + 3y^2 - 2yz + 6z^2.$$

$$10.29. \text{ а) } u = 8x^2 - 2xy + 2xz + y^2 - 2yz + 2z^2,$$

$$\text{б) } u = -4x^2 + 2xy - 2xz - 9y^2 - 4yz - z^2,$$

$$\text{в) } u = 6x^2 - 14xy - 4xz - 8y^2 + 10yz - 6z^2.$$

$$10.30. \text{ а) } u = 3x^2 + 4xy + 2xz + 5y^2 - 6yz + 6z^2,$$

$$\text{б) } u = 3x^2 + 14xy - 6xz + 3y^2 - 4yz - 4z^2,$$

$$\text{в) } u = -9x^2 + 4xy + 2xz - 2y^2 + 4yz - 8z^2.$$

11. Найти условный экстремум функции.

$$11.1. u = 7x^2 - 4xy - 4xz + 7y^2 - 4yz + 7z^2 - 2x + 8y - 7z - 8$$

при $5x + 7y - 8z + 7 = 0$, $7x - 6y - z - 1 = 0$.

$$11.2. u = 7x^2 + 4xy + 8xz + 2y^2 - 2yz + 8z^2 + x - y + z - 6$$

при $-9x + 5y + 4z - 4 = 0$, $-8x - 5y + 6z - 5 = 0$.

$$11.3. u = 8x^2 + 4xy - 4xz + 5y^2 + 8yz + 8z^2 - 8x + 4y - z - 4$$

при $-x + 3y + 7z + 5 = 0$, $2x + 2y + 2z + 3 = 0$.

$$11.4. u = 4x^2 - 6xy + 6xz + 8y^2 + 2yz + 5z^2 + 8x + 6y + 8z + 7$$

при $2x + y - 5z - 9 = 0$, $x + y - 7z + 1 = 0$.

$$11.5. u = 6x^2 - 4xy + 6xz + 3y^2 - 2yz + 5z^2 - 7x - y - 6z + 4$$

при $7x - 9y + 6z - 7 = 0$, $7x + y - 6z - 8 = 0$.

- 11.6. $u=3x^2+4xy+4xz+5y^2+8yz+8z^2+6x+5y+3z-3$
при $4x-y-4z-8=0$, $-5x+3y+z+6=0$.
- 11.7. $u=8x^2+2xy+8xz+4y^2-6yz+8z^2-5x+4y-3z-5$
при $x+2y+9z+1=0$, $-9x-2y-7z+3=0$.
- 11.8. $u=7x^2-4xy-10xz+6y^2-6yz+8z^2+2x-5y+4z-8$
при $8x-2y-2z+7=0$, $-9x+2y+5z+2=0$.
- 11.9. $u=3x^2-4xy+4xz+4y^2-6yz+4z^2+5x+8y+5z+1$
при $3x+6y-9z-6=0$, $8x+5y+6z-8=0$.
- 11.10. $u=8x^2+10xy-4xz+7y^2-4yz+6z^2+8x-2y+z-8$
при $3x+2y-4z+4=0$, $x+2y-6z-5=0$.
- 11.11. $u=7x^2+4xy+2xz+2y^2+2yz+z^2+7x-6y+5z-8$
при $8x+8y+8z-3=0$, $8x+3y+6z-2=0$.
- 11.12. $u=x^2+2xy-2xz+7y^2-6yz+7z^2+5x+8y+7z+8$
при $-8x+6y-z-2=0$, $3x+5y+6z-3=0$.
- 11.13. $u=7x^2+6xy-6xz+3y^2-2yz+6z^2-6x+6y-9z-1$
при $3x+4y+6z-3=0$, $x+8y+4z+9=0$.
- 11.14. $u=8x^2-2xy+2xz+y^2-2yz+2z^2-9x+6y-3z-4$
при $3x+y+2z-6=0$, $7x-2y-5z-9=0$.
- 11.15. $u=3x^2+xy+2xz+5y^2-6yz+6z^2+7x+5y+6z+6$
при $6x+3y-9z-4=0$, $-9x+5y+4z-4=0$.
- 11.16. $u=5x^2-2xy+4xz+6y^2+6yz+6z^2-3x-9y+5z+5$
при $x-2y-5z-8=0$, $2x+y+3z+1=0$.
- 11.17. $u=7x^2-4xy-4xz+7y^2+10yz+7z^2-5x-2y+3z+6$
при $-8x-5y+6z-5=0$, $x+y+z+2=0$.
- 11.18. $u=3x^2+4xy+2xz+8y^2+14yz+8z^2-8x-7y+5z+8$
при $x+4y-7z+1=0$, $7x+y-6z-8=0$.
- 11.19. $u=6x^2-6xy+2xz+7y^2+6yz+3z^2-8x+6y-7z+4$
при $-9x+2y+5z+2=0$, $8x+5y+6z-8=0$.
- 11.20. $u=3x^2-2xy+2xz+6y^2+10yz+7z^2-7x-3y+5z+1$
при $-9x+2y+5z+2=0$, $8x+5y+6z-8=0$.
- 11.21. $u=3x^2-2xy-6xz+8y^2+6yz+7z^2-x+y+7z+4$
при $x+2y-6z-5=0$, $8x+3y+6z-2=0$.

11.22. $u=8x^2-2xy-2xz+8y^2+8yz+6z^2+x+6y-7z-5$
при $3x+5y+6z-3=0$, $x+8y+4z+9=0$.

11.23. $u=7x^2-8xy-2xz+7y^2+10yz+7z^2+3x-9y-2z-6$
при $7x-2y-5z-9=0$, $-9x+3y+7z+2=0$.

11.24. $u=2x^2-4xy+6xz+4y^2-4yz+8z^2+x-5y-4z+6$
при $4x+2y+6z-2=0$, $5x+7y-8z+7=0$.

11.25. $u=4x^2-4xy+6xz+3y^2-8yz+7z^2-9x+2y+8z-7$
при $-9x+5y+4z-4=0$, $-x+3y+7z+5=0$.

11.26. $u=6x^2-6xy-2xz+3y^2-4yz+7z^2-4x+4y+z-5$
при $2x+y-5z-9=0$, $7x-9y+6z-7=0$.

11.27. $u=6x^2-8xy-8xz+8y^2+8yz+6z^2-x-7y-5z-2$
при $4x-y-4z-8=0$, $x+2y+9z+1=0$.

11.28. $u=6x^2+4xy-4xz+8y^2+10yz+8z^2-8x-7y-2z+8$
при $8x-2y-2z+7=0$, $x+2y-3z-2=0$.

11.29. $u=8x^2-2xy-2xz+3y^2+4yz+8z^2+4x-y-4z+7$
при $3x+2y-4z+4=0$, $8x+8y+8z-3=0$.

11.30. $u=8x^2-10xy-4xz+7y^2+4yz+5z^2+3x+5y-z+7$
при $-8x+6y-z-2=0$, $3x+4y+6z-2=0$.

8. КРАТНЫЕ И КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

1. Изменить порядок интегрирования.

1.1. $\int_0^1 dx \int_{x^3}^{2-x} b(x,y) dy.$

1.2. $\int_0^3 dx \int_{\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{25-x^2}} b(x,y) dy.$

1.3. $\int_0^1 dx \int_{2x^2}^{3-x} b(x,y) dy.$

1.4. $\int_0^1 dx \int_{3x^2}^{12x} b(x,y) dy.$

1.5. $\int_0^1 dy \int_{2y+1}^{4-y^2} b(x,y) dx.$

1.6. $\int_0^1 dy \int_{y/2+1}^{3y/2+4} b(x,y) dx.$

1.7. $\int_0^1 dx \int_{-1}^{x^2+1} b(x,y) dy.$

1.8. $\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} b(x,y) dy.$

1.9. $\int_0^2 dx \int_{x^2/2}^{2x} b(x,y) dy.$

$$\begin{array}{lll}
1.10. \int_0^1 dx \int_{-x^2}^{x^2} b(x,y) dy. & 1.11. \int_{-2}^4 dy \int_{y^2/2}^{y+4} b(x,y) dx. & 1.12. \int_0^{\pi/4} dy \int_y^{\pi/2-y} b(x,y) dx. \\
1.13. \int_{-1}^0 dy \int_{-1-y}^{1+y} b(x,y) dx. & 1.14. \int_0^2 dy \int_{y^2}^{y^2+2} b(x,y) dx. & 1.15. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} b(x,y) dx. \\
1.16. \int_0^2 dx \int_{4-2x^2}^{4-x^2} b(x,y) dy. & 1.17. \int_0^4 dy \int_{y/4+1}^{7-y} b(x,y) dx. & 1.18. \int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} b(x,y) dy. \\
1.19. \int_0^4 dy \int_{3\sqrt{y}/2}^{\sqrt{25-y^2}} b(x,y) dx. & 1.20. \int_0^2 dx \int_{x^2/4}^{2\sqrt{x}} b(x,y) dy. & 1.21. \int_0^1 dy \int_{2y^2}^{3-y} b(x,y) dx. \\
1.22. \int_0^{4/5} dy \int_{1+y}^{3-3y/2} b(x,y) dx. & 1.23. \int_{-2}^1 dy \int_{y^2}^4 b(x,y) dx. & 1.24. \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{1+x}}^{1+x} b(x,y) dy. \\
1.25. \int_0^1 dx \int_{-x}^{\sqrt{1-(x-1)^2}} b(x,y) dy. & 1.26. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} b(x,y) dx. & 1.27. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^y b(x,y) dx. \\
1.28. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} b(x,y) dy. & 1.29. \int_0^1 dy \int_{1-y}^{2-2y} b(x,y) dx. & 1.30. \int_{-1}^0 dy \int_{-2-y}^{2y+1} b(x,y) dx.
\end{array}$$

2. Изменить порядок интегрирования.

$$\begin{array}{ll}
2.1. \int_{-2}^{-1} dx \int_{-(2+x)}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_{\sqrt[3]{x}}^0 f dy. & 2.2. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 f dy. \\
2.3. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^2 dy \int_{-\sqrt{2-y}}^0 f dx. & 2.4. \int_{-2}^{-1} dy \int_{-(2+y)}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{\sqrt[3]{y}}^0 f dx. \\
2.5. \int_0^1 dy \int_0^{y^3} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx. & 2.6. \int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx.
\end{array}$$

$$2.7. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_y^0 f dx.$$

$$2.9. \int_0^1 dx \int_0^{x^3} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f dy.$$

$$2.11. \int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy.$$

$$2.13. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f dy.$$

$$2.15. \int_0^{\pi/4} dy \int_0^{\sin y} f dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dy \int_0^{\cos y} f dx.$$

$$2.17. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^e dy \int_{\ln y}^1 f dx.$$

$$2.19. \int_0^1 dy \int_{-y}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx.$$

$$2.21. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy.$$

$$2.23. \int_0^{1/\sqrt{2}} dy \int_0^{\arcsin y} f dx + \int_{1/\sqrt{2}}^1 dy \int_0^{\arccos y} f dx.$$

$$2.25. \int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f dx + \int_{-1}^0 dy \int_0^{\sqrt{-y}} f dx.$$

$$2.8. \int_0^{\pi/4} dx \int_0^{\sin x} f dy + \int_{\pi/4}^{\pi/2} dx \int_0^{\cos x} f dy.$$

$$2.10. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx.$$

$$2.12. \int_0^1 dy \int_0^y f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{\sqrt{2-y^2}} f dx.$$

$$2.14. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{\sqrt{2-y}} f dx.$$

$$2.16. \int_0^1 dx \int_0^x f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy.$$

$$2.18. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y}} f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f dx.$$

$$2.20. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} f dy + \int_1^2 dx \int_0^{\sqrt{2-x}} f dy.$$

$$2.22. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy.$$

$$2.24. \int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy + \int_{-1}^0 dx \int_0^{x^2} f dy.$$

$$2.26. \int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^0 f dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^0 f dy.$$

$$2.27. \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^e dy \int_{-1}^{-\ln y} f dx.$$

$$2.29. \int_0^1 dx \int_0^{x^2} f dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f dy.$$

$$2.28. \int_0^1 dx \int_{1-x^2}^1 f dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f dy.$$

$$2.30. \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f dx.$$

3. Представить двойной интеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ в виде повторного с

внешним интегрированием по x и внешним интегрированием по y , если область D задана указанными линиями.

$$3.1. D: x \geq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = x.$$

$$3.3. D: y^2 = 2x, x^2 = 2y, x \leq 1.$$

$$3.5. D: x \geq 0, y \geq x, y = \sqrt{9-x^2}.$$

$$3.7. D: y^2 = 2-x, y = x.$$

$$3.9. D: y = \sqrt{4-x^2}, x \geq 0, x = 1, y = 0.$$

$$3.11. D: x = -1, x = -2, y \geq 0, y = x^2.$$

$$3.13. D: y \leq 0, x^2 = -y, x = \sqrt{1-y^2}.$$

$$3.15. D: y \geq 0, y \leq 1, x = -\sqrt{4-y^2}.$$

$$3.17. D: x \leq 0, y = 1, y = 4, y = -x.$$

$$3.19. D: y = 3-x^2, y = -x.$$

$$3.21. D: x = 0, x = -2, y \geq 0, y = x^2 + 4.$$

$$3.23. D: x = 0, y = 0, y = 1, (x-3)^2 + y^2 = 1.$$

$$3.25. D: x = \sqrt{2-y^2}, x = y^2, y \geq 0.$$

$$3.27. D: y \geq 0, x + 2y - 12 = 0, y = \lg x.$$

$$3.29. D: x \leq 0, y \geq 1, y \leq 3, y = -x.$$

$$3.2. D: y = 0, y \geq x, y = -\sqrt{2-x^2}.$$

$$3.4. D: y = 0, x = \sqrt{y}, y = \sqrt{8-x^2}.$$

$$3.6. D: y = -x, y^2 = x + 3.$$

$$3.8. D: y^2 = \sqrt{2-x^2}, y = x^2.$$

$$3.10. D: y = x^2 - 2, y = x.$$

$$3.12. D: y = \sqrt{9-x^2}, y = x, y \geq 0.$$

$$3.14. D: y = x^2 + 2x - 8, y = x.$$

$$3.16. D: y = -x, 3x + y = 3, y = 3, y = \sqrt{9-x^2}.$$

$$3.18. D: x \geq 0, y = 1, y = \log_{1/2} x, y = -1.$$

$$3.20. D: x \geq 0, y \geq 0, y = 1, x = \sqrt{4-y^2}.$$

$$3.22. D: y = \sqrt{4-x^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$$

$$3.24. D: x^2 = 2y, 5x - 2y - 6 = 0.$$

$$3.26. D: x = \sqrt{8-y^2}, y \geq 0, y = x.$$

$$3.28. D: x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1, y = \ln x.$$

$$3.30. D: x^2 = 2-y, x+y=0.$$

4. Вычислить двойной интеграл.

$$4.1. \iint_D (x+1)y^2 dx dy, D: y=3x^2, y=3.$$

$$4.2. \iint_D xy^2 dx dy, D: y=x, y=0, x=1.$$

$$4.3. \iint_D (x^3 + y) dx dy, D: y+x=1, y+x=2, x \leq 1, x \geq 0.$$

$$4.4. \iint_D xy dx dy, D: y=x^3, y=0, x \leq 2.$$

$$4.5. \iint_D (x+y) dx dy, D: y=x^3, y=8, y=0, x=3.$$

$$4.6. \iint_D x(y+5) dx dy, D: y=x+5, x+y=5, y=0.$$

$$4.7. \iint_D (x-y) dx dy, D: y=x^2-1, y=3.$$

$$4.8. \iint_D y^2(1+2x) dx dy, D: x=2-y^2, x=0.$$

$$4.9. \iint_D e^y dx dy, D: y=\ln x, y=0, x=2.$$

$$4.10. \iint_D (x-y^2) dx dy, D: y=x^2, y=1.$$

$$4.11. \iint_D x^2 y dx dy, D: y=2x^3, y=0, x=1.$$

$$4.12. \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, D: x=y^2, x=1.$$

$$4.13. \iint_D (x^2 + y) dx dy, D: y=x^2, x=y^2.$$

$$4.14. \iint_D xy^2 dx dy, D: y=x^2, y=2x.$$

$$4.15. \iint_D xy^3 dx dy, D: y = x^3, y \geq 0, y = 4x.$$

$$4.16. \iint_D (x^3 + 3y) dx dy, D: y + x = 1, y = x^2 - 1, x \geq 0.$$

$$4.17. \iint_D xy dx dy, D: y = \sqrt{x}, y = 0, x + y = 2.$$

$$4.18. \iint_D (x + y) dx dy, D: y^2 = x, x = y.$$

$$4.19. \iint_D x^2 y dx dy, D: y = 2 - x, y = x, x \geq 0.$$

$$4.20. \iint_D (x^3 - 2y) dx dy, D: y = x^2 - 1, x \geq 0, y \leq 0.$$

$$4.21. \iint_D (y - x) dx dy, D: y = x, y = x^2.$$

$$4.22. \iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy, D: y = x, xy = 1, y = 2.$$

$$4.23. \iint_D y(1 + x^2) dx dy, D: y = x^3, y = 3x.$$

$$4.24. \iint_D (1 + y) dx dy, D: y^2 = x, 5y = x.$$

$$4.25. \iint_D (x + y) dx dy, D: y = x^2 - 1, y = -x^2 + 1.$$

$$4.26. \iint_D x(y - 1) dx dy, D: y = 5x, y = x, x = 3.$$

$$4.27. \iint_D (x - 2) dx dy, D: y = x, y = (1/2)x, x = 2.$$

$$4.28. \iint_D x(2x + y) dx dy, D: y = 1 - x^2, y \geq 0.$$

$$4.29. \iint_D y(1-x) dx dy, D: y^3 = x, y = x.$$

$$4.30. \iint_D xy^3 dx dy, D: y^2 = 1-x, x \geq 0.$$

5. Вычислить двойной интеграл.

$$5.1. \iint_D (12xy + 27x^2 y^2) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x} \ (x \geq 0).$$

$$5.3. \iint_D \left(\frac{4}{5}xy + \frac{9}{11}x^2 y^2 \right) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.5. \iint_D (24xy - 48x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.7. \iint_D (27x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

$$5.9. \iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.11. \iint_D (24xy + 18x^2 y^2) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$5.13. \iint_D (8xy + 18x^2 y^2) dx dy, \\ D: x = 1, y = -x^2, y = \sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

$$5.2. \iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2 \ (x \geq 0).$$

$$5.4. \iint_D (27x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = -x^3, y = \sqrt{x}.$$

$$5.6. \iint_D (12xy + 9x^2 y^2) dx dy, \\ D: x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$$

$$5.8. \iint_D (xy - 4x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.10. \iint_D \left(6x^2 y^2 + \frac{25}{3}x^4 y^4 \right) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt{x}.$$

$$5.12. \iint_D (6xy + 24x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}.$$

$$5.14. \iint_D (4xy + 16x^3 y^3) dx dy, \\ D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$5.15. \iint_D \left(\frac{4}{5}xy + 9x^2y^2 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}.$$

$$5.17. \iint_D \left(9x^2y^2 + 48x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}.$$

$$5.19. \iint_D \left(18x^2y^2 + 32x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}.$$

$$5.21. \iint_D \left(4xy + 3x^2y^2 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

$$5.23. \iint_D \left(8xy + 9x^2y^2 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}.$$

$$5.25. \iint_D \left(xy - 9x^5y^5 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}.$$

$$5.27. \iint_D \left(3x^2y^2 + \frac{50}{3}x^4y^4 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}.$$

$$5.29. \iint_D \left(54x^2y^2 + 150x^4y^4 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

$$5.16. \iint_D \left(4xy + 176x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

$$5.18. \iint_D \left(4xy + 16x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}.$$

$$5.20. \iint_D \left(44xy + 16x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}, (x \geq 0).$$

$$5.22. \iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

$$5.24. \iint_D \left(36x^2y^2 - 96x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt[3]{x}.$$

$$5.26. \iint_D \left(4xy + 176x^3y^3 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^3, y=\sqrt{x}.$$

$$5.28. \iint_D \left(9x^2y^2 + 25x^4y^4 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=-x^2, y=\sqrt{x}.$$

$$5.30. \iint_D \left(9x^2y^2 + 25x^4y^4 \right) dx dy,$$

$$D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}.$$

6. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах.

$$6.1. \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy.$$

$$6.2. \int_{-R}^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \operatorname{tg}(x^2+y^2) dy.$$

$$6.3. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\ln\left(1+\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.5. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2} dy.$$

$$6.7. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2) dy.$$

$$6.9. \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}} (1+x^2+y^2) dy.$$

$$6.11. \int_0^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{1+x^2+y^2}.$$

$$6.13. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{1+\sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.15. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.17. \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{1+x^2+y^2}}.$$

$$6.19. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\operatorname{tg}\sqrt{x^2+y^2}}{-\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.4. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos(x^2+y^2) dy.$$

$$6.6. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin\sqrt{x^2+y^2} dy.$$

$$6.8. \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2} dy.$$

$$6.10. \int_{-R}^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \cos^2 \sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.12. \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.14. \int_{-R}^0 dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \operatorname{ctg}\sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$6.16. \int_{-3}^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 \frac{xy}{x^2+y^2} dy.$$

$$6.18. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy.$$

$$6.20. \int_{-2}^2 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \sqrt{4-x^2-y^2} dx.$$

$$6.21. \int_{-R}^0 dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^0 \cos(x^2+y^2) dy.$$

$$6.23. \int_{-R}^1 dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \sin(x^2+y^2) dy.$$

$$6.25. \int_{-1}^0 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2} dy.$$

$$6.27. \int_{-2}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} e^{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.29. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{\operatorname{tg} \sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$$

$$6.22. \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 \frac{xy}{x^2+y^2} dy.$$

$$6.24. \int_{-R}^0 dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \cos \sqrt{x^2+y^2} dy.$$

$$6.26. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dy.$$

$$6.28. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \ln(1+x^2+y^2) dy.$$

$$6.30. \int_0^R dx \int_{-\sqrt{R^2-x^2}}^{\sqrt{R^2-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2} \cos^2 \sqrt{x^2+y^2}}.$$

7. Вычислить площадь области D, ограниченной заданными линиями.

$$7.1. D: y = x^2 + 2, x \geq 0, x = 2, y = x.$$

$$7.3. D: y = 4x^2, 9y = x^2, y \leq 2.$$

$$7.5. D: y = x^2, y = -x.$$

$$7.7. D: x = y^2, x = \frac{3}{4}y^2 + 1.$$

$$7.9. D: x = y^2, y = \frac{3}{4}x^2 + 1.$$

$$7.11. D: x = y^2, y^2 = 4 - x.$$

$$7.13. D: xy = 1, x^2 = y, y = 2, x = 0.$$

$$7.15. D: y = \sqrt{2-x^2}, y = x^2.$$

$$7.17. D: y = x^2 + 4x, y = x + 4.$$

$$7.2. D: x = 4 - y^2, x - y + 2 = 0.$$

$$7.4. D: x = y^2, x = \sqrt{2 - y^2}.$$

$$7.6. D: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1, y \leq \frac{1}{2} \cdot x, y \geq 0.$$

$$7.8. D: y^2 = 4 - x, y = x + 2, y = 2, y = -2.$$

$$7.10. D: y = 6x^2, x + y = 2, x \geq 0.$$

$$7.12. D: y^2 = x + 2, x = 2.$$

$$7.14. D: x = -2y^2, x = 1 - 3y^2, x \leq 0, y \geq 0.$$

$$7.16. D: y^2 = 8 / (x^2 + 4), x^2 = 4y.$$

$$7.18. D: y = x^2 + 1, y + x = 3.$$

7.19. $D: 2y = \sqrt{x}, y + x = 5, x \geq 0.$

7.21.

$D: y = 2^x, y = 2x - x^2, x = 2, x = 0.$

7.23. $D: y^2 = 4x, x = 8 / (y^2 + 4).$

7.25. $D: y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x.$

7.27. $D: x = y^2 + 1, x + y = 3.$

7.29. $D: x^2 = 3y, y^2 = 3x.$

7.20. $D: y^2 = 4x, x^2 = 4y.$

7.22. $D: y = \cos x, y \leq x + 1, y \geq 0.$

7.24. $D: x = \sqrt{4 - y^2}, y = \sqrt{3x}, x \geq 0.$

7.26. $D: y^2 = 4x, x + y = 3, y \geq 0.$

7.28. $D: x = \cos y, x \leq y + 1, x \geq 0.$

7.30. $D: y = -2x^2 + 2, y \geq -6.$

8. Вычислить площадь области, ограниченной данными линиями.

8.1. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 6y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, x = 0.$

8.2. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$y = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.3. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.4. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.5. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.6. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$x = 0, y = \sqrt{3}x.$

8.7. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.8. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.9. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, x = 0.$

8.10. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.11. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 6x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.12. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, x = 0.$

8.13. $y^2 - 6y + x^2 = 0,$

$y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y = x, x = 0.$

8.14. $x^2 - 6x + y^2 = 0,$

$x^2 - 10x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.15. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 6x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.16. $y^2 - 8y + x^2 = 0,$

$y^2 - 10y + x^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.17. $x^2 - 4x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = 0.$

8.18. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 8x + y^2 = 0,$

$y = x / \sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$

8.19. $y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$y^2 - 6y + x^2 = 0,$

8.20. $x^2 - 2x + y^2 = 0,$

$x^2 - 4x + y^2 = 0,$

8.21. $y^2 - 2y + x^2 = 0,$

$y^2 - 4y + x^2 = 0,$

$$y = x, x = 0.$$

$$y = x, x = 0.$$

$$y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x.$$

$$\begin{aligned} 8.22. \quad & y^2 - 6y + x^2 = 0, \\ & y^2 - 10y + x^2 = 0, \\ & y = x, x = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.23. \quad & x^2 - 4x + y^2 = 0, \\ & x^2 - 8x + y^2 = 0, \\ & y = x, x = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.24. \quad & y^2 - 6y + x^2 = 0, \\ & y^2 - 8y + x^2 = 0, \\ & y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.25. \quad & y^2 - 2y + x^2 = 0, \\ & y^2 - 4y + x^2 = 0, \\ & x = 0, y = \sqrt{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.26. \quad & x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ & x^2 - 10x + y^2 = 0, \\ & y = 0, y = \sqrt{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.27. \quad & x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ & x^2 - 6x + y^2 = 0, \\ & y = 0, y = x/\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.28. \quad & y^2 - 4y + x^2 = 0, \\ & y^2 - 6y + x^2 = 0, \\ & x = 0, y = \sqrt{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.29. \quad & x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ & x^2 - 4x + y^2 = 0, \\ & y = x/\sqrt{3}, y = \sqrt{3}x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8.30. \quad & x^2 - 2x + y^2 = 0, \\ & x^2 - 6x + y^2 = 0, \\ & y = x, y = 0. \end{aligned}$$

9. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$$9.1. \quad 2x + 3y - 12 = 0, \quad 2z = y^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.2. \quad z = 10 + x^2 + 2y^2, \quad y = x, \quad x = 1, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.3. \quad z = x^2, \quad x + y = 6, \quad y = 2x, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.4. \quad z = 3x^2 + 2y^2 + 1, \quad y = x^2 - 1, \quad y = 1, \quad z \geq 0.$$

$$9.5. \quad 3y = \sqrt{x}, \quad y \leq x, \quad x + y + z = 10, \quad y = 1, \quad z = 0.$$

$$9.6. \quad z = x^2 + 2y^2, \quad y = x, \quad x \geq 0, \quad y = 1, \quad z \geq 0.$$

$$9.7. \quad z = y^2, \quad x + y = 1, \quad x \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.8. \quad y^2 = x, \quad x = 3, \quad z = x, \quad z \geq 0.$$

$$9.9. \quad x = y^2, \quad x = 1, \quad x + y + z = 4, \quad z = 0.$$

$$9.10. \quad z = 2x^2 + y^2, \quad x + y = 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z = 0.$$

$$9.11. \quad y = x^2, \quad y = 4, \quad 2x + 5y + 10 = z, \quad z \geq 0.$$

$$9.12. \quad y = 2x, \quad x + y + z = 2, \quad x \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.13. \quad y^2 = 1 - z^2, \quad y = x, \quad y = -x, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.14. \quad z = x^2 + y^2, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y = 1, \quad z \geq 0.$$

$$9.15. \quad z = 2 - (x^2 + y^2), \quad x + 2y = 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.16. \quad z = x^2, \quad x - 2y + 2 = 0, \quad x + y - 7 = 0, \quad z \geq 0.$$

$$9.17. \quad z = 2x^2 + 3y^2, \quad y = x^2, \quad y = x, \quad z \geq 0.$$

$$9.18. z = 2x^2 + y^2, y \leq x, y = 3x, x = 2, z \geq 0.$$

$$9.19. 4y = x^2 + y^2, z = 4 - y.$$

$$9.20. z = 2 - x^2 - y^2, x^2 + y^2 = 1, z \geq 0.$$

$$9.21. y = x^2, z = 0, y + z = 2.$$

$$9.22. z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x, z \geq 0.$$

$$9.23. z = x, y = 4, x = \sqrt{25 - y^2}, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$9.24. y = \sqrt{x}, y = x, x + y + z = 2, z \geq 0.$$

$$9.25. y = 1 - x^2, x + y + z = 3, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$9.26. z = 2x^2 + y^2, x + y = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$9.27. z = 4 - x^2, x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$9.28. y^2 = 1 - x, x + y + z = 1, x = 0, z = 0.$$

$$9.29. y = x^2, x = y^2, z = 3x + 2y + 6, z = 0.$$

$$9.30. x^2 = 1 - y, x + y + z = 3, y \geq 0, z \geq 0.$$

10. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

$$10.1. y = 5\sqrt{x}/3, y = 5x/9, z = 0, \\ z = 5(3 + \sqrt{x})/9.$$

$$10.3. x + y = 4, y = \sqrt{2x}, z = 0, \\ z = 3y.$$

$$10.5. x = 19\sqrt{2y}, x = 4\sqrt{2y}, z = 0, \\ z - y = 2.$$

$$10.7. y = 5\sqrt{x}, y = 5x/3, z = 0, \\ z = 5 + 5\sqrt{x}/3.$$

$$10.9. x + y = 2, y = \sqrt{x}, z = 0, \\ z = 12y.$$

$$10.11. x = 5\sqrt{y}/2, x = 5y/6, z = 0, \\ z = \frac{5}{6}(3 + \sqrt{y}).$$

$$10.13. x + y = 2, x = \sqrt{y}, z = 0,$$

$$10.2. x + y = 4, x = \sqrt{2y}, z = 0, \\ z = 3x/5.$$

$$10.4. y = \frac{5}{6}\sqrt{x}, y = \frac{5}{18}x, z = 0, \\ z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{x}).$$

$$10.6. x + y = 6, y = \sqrt{3x}, z = 0, \\ z = 4y.$$

$$10.8. y = 17\sqrt{2x}, y = 2\sqrt{2x}, z = 0, \\ x + z = 1/2.$$

$$10.10. x^2 + y^2 = 8, y = \sqrt{2x}, y = 0, \\ z = 15x/11.$$

$$10.12. z = \frac{5}{6}\sqrt{y}, x = \frac{5}{18}y, z = 0, \\ z = \frac{5}{18}(3 + \sqrt{y}).$$

$$10.14. x^2 + y^2 = 8, x = \sqrt{2y}, x = 0,$$

$$z = 12x/5$$

$$10.15. \quad x = 5\sqrt{y}/3, \quad x = 5y/9, \quad z = 0, \\ z = 5(3 + \sqrt{y})/9.$$

$$10.17. \quad x + y = 6, \quad x = \sqrt{3y}, \quad z = 0, \\ z = 4x/5,$$

$$10.19. \quad x^2 + y^2 = 50, \quad y = \sqrt{5x}, \quad z = 0, \\ y = 0, \quad z = 3x/11.$$

$$10.21. \quad x = 16\sqrt{2y}, \quad x = \sqrt{2y}, \quad z = 0, \\ z + y = 2.$$

$$10.23. \quad x^2 + y^2 = 50, \quad x = \sqrt{5y}, \quad z = 0, \\ x = 0, \quad z = 6y/11.$$

$$10.25. \quad x^2 + y^2 = 2, \quad y = \sqrt{x}, \quad z = 0, \\ y = 0, \quad z = 15x.$$

$$10.27. \quad x = 20\sqrt{2y}, \quad x = 5\sqrt{2y}, \quad z = 0, \\ x + y = 1/2.$$

$$10.29. \quad x^2 + y^2 = 2, \quad x = \sqrt{y}, \quad z = 0, \\ x = 0, \quad z = 30y.$$

$$z = 0, \quad z = 30y/11.$$

$$10.16. \quad x + y = 8, \quad y = \sqrt{4x}, \quad z = 0, \\ z = 3y.$$

$$10.18. \quad x = 15\sqrt{y}, \quad z = 0, \quad x = 15, \\ z = 15(1 + \sqrt{y}).$$

$$10.20. \quad x = 17\sqrt{2y}, \quad x = 2\sqrt{2y}, \quad z = 0, \\ z + y = 1/2.$$

$$10.22. \quad y = 6\sqrt{3x}, \quad y = \sqrt{3x}, \quad z = 0, \\ z + x = 3.$$

$$10.24. \quad x^2 + y^2 = 18, \quad y = \sqrt{3x}, \quad z = 0, \\ y = 0, \quad z = 5x/11.$$

$$10.26. \quad x = 7\sqrt{3y}, \quad x = 2\sqrt{3y}, \quad z = 0, \\ z + y = 3.$$

$$10.28. \quad x^2 + y^2 = 18, \quad x = \sqrt{3y}, \quad z = 0, \\ x = 0, \quad z = 10y/11.$$

$$10.30. \quad y = \sqrt{15x}, \quad y = \sqrt{15x}, \quad z = 0, \\ z = \sqrt{15}(1 + \sqrt{x}).$$

11. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, μ – поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

11.1.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 9, \quad x = 0, \\ y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \leq 0); \\ \mu = (2x - y)/(x^2 + y^2).$$

11.3.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 25, \\ x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \leq 0); \\ \mu = (x - 4y)/(x^2 + y^2).$$

11.5.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 16, \quad x = 0, \\ y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \leq 0); \\ \mu = (3x - y)/(x^2 + y^2).$$

11.2.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 16, \\ x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \geq 0); \\ \mu = (x + 3y)/(x^2 + y^2).$$

11.4.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4, \\ x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \geq 0); \\ \mu = (x + 2y)/(x^2 + y^2).$$

11.6.

$$D: \quad x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 4, \\ x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, \quad y \geq 0); \\ \mu = (x + y)/(x^2 + y^2).$$

11.7.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (y - 4x) / (x^2 + y^2).$$

11.9.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (y - 2x) / (x^2 + y^2).$$

11.11.

$$D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 25,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2y - x) / (x^2 + y^2).$$

11.13.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 16,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2y - 3x) / (x^2 + y^2).$$

11.15.

$$D: x=1, y=0, y^2 = x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 3x + 6y^2.$$

11.17.

$$D: x=2, y=0, y^2 = x/2 \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 2x + 3y^2.$$

11.19.

$$D: x=1/2, y=0, y^2 = 8x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x + 3y^2.$$

11.21.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + 2y.$$

11.23.

$$D: x=2, y^2 = 2x, y=0 \quad (y \geq 0);$$

11.8.

$$D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2x + 5y) / (x^2 + y^2).$$

11.10.

$$D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 16,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (x + y) / (x^2 + y^2).$$

11.12.

$$D: x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 25,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2x - 3y) / (x^2 + y^2).$$

11.14.

$$D: x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 9,$$

$$x=0, y=0 \quad (x \geq 0, y \leq 0);$$

$$\mu = (x - y) / (x^2 + y^2).$$

11.16.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 + y.$$

11.18.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 2 + 5y.$$

11.20.

$$D: x=2, y=0, y^2 = 2x, \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 8 + 2y.$$

11.22.

$$D: x=2, y=0, y^2 = x/2 \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 2 + 6y.$$

11.24.

$$D: x=1, y=0, y^2 = 4x \quad (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 4 + y / 2.$$

$$\mu = x + 3y^2.$$

11.25.

$$D: x = 2, y = 0, y^2 = x/2 \ (y \geq 0);$$

$$\mu = 4x + 6y^2.$$

1.26.

$$D: x = 2, y = 0, y^2 = 2x \ (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 4 + y.$$

11.27.

$$D: x = 1/2, y = 0, y^2 = 2x \ (y \geq 0);$$

$$\mu = 4x + 9y^2.$$

11.28.

$$D: x = 2, y = 0, y^2 = x/2 \ (y \geq 0);$$

$$\mu = 7x^2 / 2 + 8y.$$

11.29.

$$D: x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16,$$

$$x = 0, y = 0 \ (x \leq 0, y \geq 0);$$

$$\mu = (2y - 5x) / (x^2 + y^2).$$

11.30.

$$D: x = 1, y = 0, y^2 = 4x \ (y \geq 0);$$

$$\mu = 6x + 3y^2.$$

12. Расставить пределы интегрирования в тройном интеграле

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz, \text{ если область } V \text{ задана ограничивающими ее}$$

поверхностями. Изобразить область интегрирования.

$$12.1. V: x = 4, y = x/4, z \geq 0, z = 4y^2.$$

$$12.2. V: x \geq 0, y = 3x, y = 3, z \geq 0, z = 2(x^2 + y^2).$$

$$12.3. V: x \geq 0, y = 4x, y = 8, z \geq 0, z = 3x^2 + y^2.$$

$$12.4. V: x \geq 0, y = 5x, y = 10, z \geq 0, z = x^2 + y^2.$$

$$12.5. V: y = x, y = -x, y = 2, z \geq 0, z = 3(x^2 + y^2).$$

$$12.6. V: x = 1, y = 2x, y = 3x, z \geq 0, z = 2x^2 + y^2.$$

$$12.7. V: x = 2, y \geq 0, z \geq 0, y = 3x, z = 4(x^2 + y^2).$$

$$12.8. V: x \geq 0, y = 2x, y = 4, z \geq 0, z = 10 - x^2 - y^2.$$

$$12.9. V: x = 3, y \geq 0, z \geq 0, y = 2x, z = 4\sqrt{y}.$$

$$12.10. V: x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + 3y = 6, z = 3 + x^2 + y^2.$$

$$12.11. V: x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 4, z = 16 - x^2 - y^2.$$

$$12.12. V: x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 5x + y = 5, z = x^2 + y^2.$$

$$12.13. V: x = 2, y = 4x, y = 3\sqrt{x}, z \geq 0, z = 4.$$

$$12.14. V: x = 1, y = 3x, z \geq 0, y \geq 0, z = 2(x^2 + y^2).$$

- 12.15. $V : x=1, y=4x, z \geq 0, z=3\sqrt{y}$.
- 12.16. $V : x=3, y=x, y \geq 0, z \geq 0, z=3x^2+y^2$.
- 12.17. $V : y=2x, y=2, z \geq 0, z=2\sqrt{x}$.
- 12.18. $V : x=0, y=x, y=5, z \geq 0, z=2x^2+y^2$.
- 12.19. $V : x \geq 0, y=2x, y=1, z \geq 0, x+y+z=3$.
- 12.20. $V : x \geq 0, y=3x, y=3, z \geq 0, x=3\sqrt{z}$.
- 12.21. $V : x=5, y=x/5, y \geq 0, z \geq 0, z=x^2+5y^2$.
- 12.22. $V : x=2, y=4x, z \geq 0, y=2\sqrt{z}$.
- 12.23. $V : x=3, y=(1/3)x, y \geq 0, z \geq 0, z=1/2(x^2+y^2)$.
- 12.24. $V : y=x, y=-2x, y=1, z \geq 0, z=x^2+4y^2$.
- 12.25. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=1, z=3x^2+2y^2$.
- 12.26. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 3x+2y=6, z=x^2+y^2$.
- 12.27. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=2, z=4-x^2-y^2$.
- 12.28. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x+y=3, z=9-x^2-y^2$.
- 12.29. $V : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 3x+4y=12, z=6-x^2-y^2$.
- 12.30. $V : x \geq 0, y=x, z \geq 0, y=3, z=18-x^2-y^2$.

13. Вычислить тройной интеграл.

- 13.1. $\iiint_V (x+y+z^2) dx dy dz \quad V : -1 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1, 2 \leq z \leq 3$.
- 13.2. $\iiint_V (x+y^2-2z) dx dy dz \quad V : 1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1$.
- 13.3. $\iiint_V (x-y-z) dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, -2 \leq z \leq 1$.
- 13.4. $\iiint_V (x+y+z) dx dy dz \quad 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$.
- 13.5. $\iiint_V (2x-y^2-z) dx dy dz \quad V : 1 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0$.
- 13.6. $\iiint_V 2xy^2z dx dy dz \quad V : 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0, 1 \leq z \leq 2$.

- 13.7. $\iiint_V 5xyz^2 dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 0, 2 \leq y \leq 3, 1 \leq z \leq 2.$
- 13.8. $\iiint_V (x^2 + 2y^2 - z) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 2.$
- 13.9. $\iiint_V (x + 2yz) dx dy dz$ $V: -2 \leq x \leq 0, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2.$
- 13.10. $\iiint_V (2x^2 + y - z^3) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1.$
- 13.11. $\iiint_V x^2 yz^2 dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 0.$
- 13.12. $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3, -1 \leq z \leq 5.$
- 13.13. $\iiint_V (x + 2y + 3z^2) dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2.$
- 13.14. $\iiint_V (3x^2 + 2y + z) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3.$
- 13.15. $\iiint_V (x + yz^2) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 3.$
- 13.16. $\iiint_V (xy + 3z) dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2.$
- 13.17. $\iiint_V (xy - z^2) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 3.$
- 13.18. $\iiint_V (x^3 + yz) dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1.$
- 13.19. $\iiint_V (x^2 + y^2 - z) dx dy dz$ $V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1.$
- 13.20. $\iiint_V (2x^2 + 3y + z) dx dy dz$ $V: 2 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 4.$
- 13.21. $\iiint_V x^2 yz dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 2 \leq z \leq 3.$
- 13.22. $\iiint_V (x^2 + y^2 + 4z) dx dy dz$ $V: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 1.$

$$13.23. \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \quad V: 0 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 2.$$

$$13.24. \iiint_V x^2 y^2 z^2 dx dy dz \quad V: -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 5.$$

$$13.25. \iiint_V (x + yz) dx dy dz \quad V: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 4, 0 \leq z \leq 2.$$

$$13.26. \iiint_V (x + y^2 - z^2) dx dy dz \quad V: -2 \leq x \leq 0, 1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 5.$$

$$13.27. \iiint_V (xy - z^3) dx dy dz \quad V: 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3.$$

$$13.28. \iiint_V x^3 yz dx dy dz, \quad V: -1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 1.$$

$$13.29. \iiint_V xy^2 z dx dy dz \quad V: -2 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3.$$

$$13.30. \iiint_V xyz^2 dx dy dz \quad V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 4.$$

14. Вычислить тройной интеграл.

$$14.1. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3}\right)^5};$$

$$V: \frac{x}{16} + \frac{y}{8} + \frac{z}{3} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

$$14.2. \iiint_V \left(5x + \frac{3z}{2}\right) dx dy dz;$$

$$V: y=x, y=0, x=1, \\ z=x^2 + 15y^2, z=0.$$

$$14.3. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5}\right)^6};$$

$$V: \frac{x}{8} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

$$14.4. \iiint_V (15x + 30z) dx dy dz;$$

$$V: z=x^2 + 3y^2, z=0, \\ y=0, x=1, y=x.$$

$$14.5. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8}\right)^4};$$

$$V: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

$$14.6. \iiint_V y dx dy dz;$$

$$V: y=15x, y=0, x=1, \\ z=xy, z=0.$$

14.7.

$$\iiint_V (1+2x^3) dx dy dz;$$

$$V : y=36x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0.$$

14.10.

$$\iiint_V (8y+12z) dx dy dz;$$

$$V : z=3x^2+2y^2, y=x, \\ y=0, x=1, z=0.$$

$$\mathbf{14.13.} \quad \iiint_V (x+y) dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=1, \\ z=30x^2+60y^2, z=0.$$

14.16.

$$\iiint_V xyz dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=2, \\ z=xy, z=0.$$

14.19.

$$\iiint_V 21xz dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=2, \\ z=xy, z=0.$$

14.22.

$$\iiint_V (3x^2+y^2) dx dy dz;$$

$$V : z=10x, y=0, x=1, \\ z=xy, z=0.$$

14.8.

$$\iiint_V (3x+4y) dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=1, \\ z=5(x^2+y^2), z=0.$$

14.11.

$$\iiint_V (27+54y^3) dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0.$$

$$\mathbf{14.14.} \quad \iiint_V y^2 dx dy dz;$$

$$V : z=10(3x+y), x=0, \\ x+y=1, y=0, z=0.$$

14.17.

$$\iiint_V (x^2+4y^2) dx dy dz;$$

$$V : z=20(2x+y), x+y=1, \\ x=0, \\ y=0, z=0.$$

14.20.

$$\iiint_V x^2 z dx dy dz;$$

$$V : y=3x, y=0, x=2, \\ z=xy, z=0.$$

14.23.

$$\iiint_V x dx dy dz;$$

$$V : y=10x, y=0, x=1, \\ z=xy, z=0.$$

14.9.

$$\iiint_V (3x^2+y^2) dx dy dz;$$

$$V : z=10y, x+y=1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.12.

$$\iiint_V (4+8z^3) dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0.$$

14.15.

$$\iiint_V 63(1+2\sqrt{y}) dx dy dz;$$

$$V : y=x, y=0, x=1, \\ z=\sqrt{xy}, z=0.$$

14.18.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1+\frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}\right)^5};$$

$$V : \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{16}=1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.21.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1+\frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}\right)^5};$$

$$V : \frac{x}{10}+\frac{y}{8}+\frac{z}{3}=1, \\ x=0, y=0, z=0.$$

14.24.

$$\iiint_V (60y+90z) dx dy dz;$$

$$V : x=1, y=0, y=x, \\ z=x^2+y^2, z=0.$$

14.25.

$$\iiint_V \left(\frac{10}{3}x + \frac{5}{3} \right) dx dy dz;$$

$$V : y = 9x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

14.26.

$$\iiint_V 15(y^2 + z^2) dx dy dz;$$

$$V : z = x + y, x + y = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0.$$

14.27.

$$\iiint_V (9 + 18z) dx dy dz;$$

$$V : y = 4x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

14.28.
$$\iiint_V 3y^2 dx dy dz;$$

$$V : y = 2x, y = 0, x = 2, \\ z = xy, z = 0.$$

14.29.
$$\iiint_V (1 + 2x^2) dx dy dz;$$

$$V : y = 9x, y = 0, x = 1, \\ z = \sqrt{xy}, z = 0.$$

14.30.

$$\iiint_V \frac{dx dy dz}{\left(1 + \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} \right)^4};$$

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0.$$

15. Вычислить тройной интеграл в цилиндрических или сферических координатах.

15.1.
$$\iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, y \geq 0, z \geq 0.$$

15.2.
$$\iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V : x^2 + y^2 = 16y, y + z = 16, x \geq 0, z \geq 0.$$

15.3.
$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V : x^2 + y^2 = 2x, x + z = 2, z \geq 0.$$

15.4.
$$\iiint_V xy dx dy dz, V : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 8, x^2 + y^2 = z^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

15.5.
$$\iiint_V x dx dy dz, V : x^2 = 2(y^2 + z^2), x = 4, x \geq 0.$$

15.6.
$$\iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y \leq x, y \geq 0, z \geq 0.$$

15.7.
$$\iiint_V x dx dy dz, V : z = \sqrt{18 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{x^2 + y^2}, x \geq 0.$$

15.8.
$$\iiint_V \frac{y^2 dx dy dz}{x^2 + y^2 + z^2}, V : x \geq 0, z \geq 0, y = \sqrt{3}x, 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 36.$$

$$15.9. \iiint_V \frac{y^2 dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}, V: y \geq 0, y \leq \sqrt{3}x, z = 3(x^2 + y^2), z = 3.$$

$$15.10. \iiint_V \frac{x^2 dx dy dz}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}}, V: x^2 + y^2 + z^2 = 16, z \geq 0.$$

$$15.11. \iiint_V \frac{xz dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: 2(x^2 + y^2) = z, y \geq 0, y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x, z = 18.$$

$$15.12. \iiint_V \frac{xy dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = z, y \geq 0, y \leq x, z = 4, z \geq 0.$$

$$15.13. \iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = 4y, x + y + z = 4, z \geq 0.$$

$$15.14. \iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) y dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$15.15. \iiint_V y \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V: z \geq 0, z = 2, y \geq \pm x, z^2 = 4(x^2 + y^2)$$

$$15.16. \iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 4y, x \geq 0, z \geq 0, z = 6.$$

$$15.17. \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 36, y \geq 0, z \geq 0, y \leq -x.$$

$$15.18. \iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x, z \geq 0, z = 4, y \geq 0, \\ y \leq -x.$$

$$15.19. \iiint_V \frac{z dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, y \geq 0, y \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x, z \geq 0.$$

$$15.20. \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V: x^2 - 2x + y^2 = 0, y \geq 0, z \geq 0, x + z = 2.$$

$$15.21. \iiint_V z^2 dx dy dz, V: 1 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq x, x \geq 0, z \geq 0, z = 2.$$

$$15.22. \iiint_V y dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 32, x^2 + z^2 = y^2, y \geq 0.$$

$$15.23. \iiint_V x dx dy dz, V: x^2 + y^2 + z^2 = 8, x^2 = z^2 + y^2, x \geq 0.$$

$$15.24. \iiint_V y dx dy dz, V: 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, y \leq \sqrt{3}x, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$15.25. \iiint_V y dx dy dz, V: z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}, z = \sqrt{x^2 + y^2}, y \geq 0.$$

$$15.26. \iiint_V x^2 dx dy dz, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, y \geq 0, y \leq x, z \geq 0.$$

$$15.27. \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}, V: x^2 + y^2 = 4y, x + z = 4, z \geq 0.$$

$$15.28. \iiint_V \frac{y dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, y \leq \sqrt{3}x, y \geq 0, z \geq 0.$$

$$15.29. \iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, V: x^2 + y^2 = 2x, y \geq 0, z = 3, z \geq 0.$$

$$15.30. \iiint_V \frac{x dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, V: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq x, y \geq 0, z \geq 0.$$

16. С помощью тройного интеграла вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать чертеж.

$$16.1. x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x + y = 2, x^2 + y^2 = z.$$

$$16.2. x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$$

$$16.3. z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$$

$$16.4. z \geq 0, x + y = 2, z = x^2, y = 0.$$

$$16.5. z \geq 0, y + z = 2, x^2 + y^2 = 4.$$

$$16.6. y \geq 0, z \geq 0, x - y = 0, 2x + y = 2, 4z = y^2.$$

$$16.7. x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + y = 2, z = y^2.$$

$$16.8. z \geq 0, y^2 = x, x = 2y^2 + 1, z = 1 - y^2.$$

- 16.2. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$
- 16.3. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = z.$
- 16.4. $z \geq 0, y = 2, z = x^2.$
- 16.5. $z \geq 0, y + z = 2, x^2 + y^2 = 4.$
- 16.6. $y \geq 0, z \geq 0, x - y = 0, 2x + y = 2, 4z = y^2.$
- 16.7. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, 2x + y = 2, z = y^2.$
- 16.8. $z \geq 0, y^2 = x, x = 2y^2 + 1, z = 1 - y^2.$
- 16.9. $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, z = 9 - x^2, y = 3 - x.$
- 16.10. $x \geq 0, z \geq 0, x + y = 4, z = 4\sqrt{y}.$
- 16.11. $z^2 = 4 - x, x^2 + y^2 = 4x.$
- 16.12. $z = 4 - y^2, x^2 + y^2 = 4, z \geq 0.$
- 16.13. $x^2 + y^2 = 1, z = 2 - x - y, z \geq 0.$
- 16.14. $z = y^2, x \geq 0, z \geq 0, x + y = 2.$
- 16.15. $y \geq 0, z \geq 0, z = x, x = \sqrt{9 - y^2}, x = \sqrt{25 - y^2}.$
- 16.16. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = 5 - x - y.$
- 16.17. $z \geq 0, z = x, x = \sqrt{4 - y^2}.$
- 16.18. $y \geq 0, x + y = 2, z = x^2.$
- 16.19. $y \geq 0, z \geq 0, y = 4, z = x, x = \sqrt{25 - y^2}.$
- 16.20. $z \geq 0, x^2 + y^2 = 9, z = y^2.$
- 16.21. $x \geq 0, z \geq 0, y \geq x, z = 1 - x^2 - y^2.$
- 16.22. $x^2 + y^2 = 4, z = 4 - x - y, z \geq 0.$
- 16.23. $z \geq 0, z = x^2, x - 2y + 2 = 0, x + y = 7.$
- 16.24. $x \geq 0, z \geq 0, z = y, x = 4, y = \sqrt{25 - x^2}.$
- 16.25. $z \geq 0, z = 4 - x, x = 2\sqrt{y}, y = 2\sqrt{x}.$
- 16.26. $y \geq 0, z \geq 0, 2x - y = 0, x + y = 9, z = x^2.$
- 16.27. $y \geq 0, z \geq 0, x = 4, y = 2x, z = x^2.$
- 16.28. $y \geq 0, z \geq 0, y = 2x, y = 3, z = \sqrt{y}.$
- 16.29. $y \geq 0, z \geq 0, x = 3, y = 2x, z = y^2.$

16.30. $z \geq 0, y^2 = 2 - x, z = 3x.$

17. Тело V задано ограничивающими его поверхностями,
 μ – плотность. Найти массу тела.

17.1. $25(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4,$
 $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $x = 0, y = 0, z = 0, \mu = 2(x^2 + y^2).$

17.2. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 4z^2,$
 $x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 10z.$

17.3. $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 6z,$
 $x = 0, y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 90y.$

17.4. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 4,$
 $(x^2 + y^2 \leq 4);$
 $\mu = |z|.$

17.5. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 9z^2,$
 $x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 10z.$

17.6. $x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 = z,$
 $x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 35z.$

17.7. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 1,$
 $(x^2 + y^2 \leq 1);$
 $\mu = 6|z|.$

17.8. $x^2 + y^2 = z^2, x^2 + y^2 = 4,$
 $x = 0, y = 0, z = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \mu = 5(x^2 + y^2)/2.$

17.9. $x^2 + y^2 = z^2 / 49, x^2 + y^2 = z / 7,$
 $x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 10z.$
 $\mu = 10z.$

17.10. $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 3z,$
 $x = 0, y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 15x.$

17.11. $16(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 1,$
 $x = 0, y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 5(x^2 + y^2)$

17.12. $x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 9z^2,$
 $x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0);$
 $\mu = 5z.$

17.13. $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = 1,$
 $(x^2 + y^2 \leq 1), x = 0, (x \geq 0);$
 $\mu = 4|z|.$

17.14. $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 = 4,$
 $(x^2 + y^2 \leq 4), y = 0, (y \geq 0);$
 $\mu = |z|.$

17.15. $x^2 + y^2 = 16z^2 / 49,$
 $x^2 + y^2 = 4z / 7, x = 0, y = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0); \mu = 80yz.$

17.16. $x^2 + y^2 = z^2 / 25,$
 $x^2 + y^2 = z / 5, x = 0, y = 0,$
 $(x \geq 0, y \geq 0); \mu = 14yz.$

17.17. $36(x^2 + y^2) = z^2,$
 $x^2 + y^2 = 1, x = 0, z = 0,$

17.18. $9(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4,$
 $x = 0, y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0);$
 $\mu = 5(x^2 + y^2) / 3.$

$$(x \geq 0, z \geq 0); \mu = 5(x^2 + y^2)/6.$$

$$17.19. x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 8z, x = 0, \\ y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 5x.$$

$$17.21. x^2 + y^2 + z^2 = 4, x^2 + y^2 = z^2, \\ x = 0, y = 0, z = 0, \\ (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \mu = 6z.$$

$$17.20. x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = z, x = 0, \\ y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 10y.$$

$$17.22. 64(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4, \\ y = 0, z = 0, (x \geq 0, y \geq 0); \\ \mu = 5(x^2 + y^2)/4,$$

$$17.23. x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 4z, \\ x = 0, y = 0, z = 0, \\ (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 5y.$$

$$17.25. x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2, \\ x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \\ \mu = 32z.$$

$$17.27. x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 = 4, \\ (x^2 + y^2 \leq 4), z = 0, (z \geq 0); \\ \mu = 2z.$$

$$17.29. x^2 + y^2 = 4z^2/49, x^2 + y^2 = 2z/7, \\ x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0); \\ \mu = 20xz.$$

$$17.24. x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 = 2z, \\ x = 0, y = 0, z = 0, \\ (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 10x.$$

$$17.26. x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = 4z^2, \\ x = 0, y = 0, (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0); \\ \mu = 20z.$$

$$17.28. x^2 + y^2 + z^2 = 16, x^2 + y^2 = 4, \\ (x^2 + y^2 \leq 4); \\ \mu = 2|z|.$$

$$17.30. x^2 + y^2 = 4z^2/25, \\ x^2 + y^2 = 2z/5, x = 0, y = 0, \\ (x \geq 0, y \geq 0); \mu = 28xz.$$

18. Вычислить координаты центра масс однородного тела, занимающего область V , ограниченную поверхностями.

$$18.1. V: 4y = \sqrt{x^2 + z^2}, x^2 + z^2 = 16, y = 0.$$

$$18.2. V: y^2 + z^2 = 8x, x = 2.$$

$$18.3. V: z = \sqrt{x^2 + y^2}, z = 36.$$

$$18.4. V: z = 3(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 9, z = 0.$$

$$18.5. V: x = 2\sqrt{y^2 + z^2}, y^2 + z^2 = 4, x = 0.$$

$$18.6. V: x^2 + z^2 = 4y, y = 9.$$

- 18.7. $V: x=5\sqrt{y^2+z^2}, x=20.$
- 18.8. $V: x^2+z^2=y, x^2+z^2=10, y=0.$
- 18.9. $V: x=6\sqrt{y^2+z^2}, y^2+z^2=9, x=0.$
- 18.10. $V: z=8(x^2+y^2), z=32.$
- 18.11. $V: y=3\sqrt{x^2+z^2}, y=9.$
- 18.12. $V: x^2+z^2=9y, x^2+z^2=4, y=0.$
- 18.13. $V: \sqrt{x^2+y^2}=3z, x^2+y^2=4, z=0.$
- 18.14. $V: x^2+z^2=6y, y=8.$
- 18.15. $V: 8x=\sqrt{y^2+z^2}, x=1/2.$
- 18.16. $V: y^2+z^2=2x, y^2+z^2=4, x=0.$
- 18.17. $V: 3\sqrt{x^2+z^2}=y, x^2+z^2=16, y=0.$
- 18.18. $V: y^2+z^2=3x, x=9.$
- 18.19. $V: \sqrt{x^2+z^2}=y, y=4.$
- 18.20. $V: y^2+z^2=x, y^2+z^2=9, x=0.$
- 18.21. $V: x=0, y=0, z=0, x+y+z=3.$
- 18.22. $V: z=2\sqrt{x^2+y^2}, x^2+y^2=9, z=0.$
- 18.23. $V: x^2+y^2=2z, z=3.$
- 18.24. $V: \sqrt{x^2+y^2}=z, z=4.$
- 18.25. $V: x^2+y^2=z, x^2+y^2=4, z=0.$
- 18.26. $V: x=6(y^2+z^2), y^2+z^2=3, x=0.$
- 18.27. $V: y=3\sqrt{x^2+z^2}, x^2+z^2=36, y=0.$
- 18.28. $V: x=7(y^2+z^2), x=28.$
- 18.29. $V: 2\sqrt{x^2+y^2}=z, z=8.$
- 18.30. $V: 5(x^2+y^2)=z, x^2+y^2=2, z=0.$

19. Вычислить момент инерции относительно указанной оси координат однородного тела, занимающего область V , ограниченную данными поверхностями. Плотность тела δ принять равной 1.

- 19.1. $V: z=2(x^2+y^2)$, $z=2$, Oz . 19.2. $V: x^2+y^2=z^2$, $z=3$, Oz .
 19.3. $V: x=1-y^2-z^2$, $x=0$, Ox . 19.4. $V: x^2+y^2=z$, $z=3$, Oz .
 19.5. $V: y=4-x^2-z^2$, $y=0$, Oy . 19.6. $V: x^2+z^2=y^2$, $x^2+z^2=4$, $y=0$, Oy .
 19.7. $V: x=3(y^2+z^2)$, $x=3$, Ox . 19.8. $V: x^2+z^2=2y$, $y=2$, Oy .
 19.9. $V: z=9-x^2-y^2$, $z=0$, Oz . 19.10. $V: x^2=y^2+z^2$, $x=2$, Ox .
 19.11. $V: 4\sqrt{x^2+y^2}=z$, $z=2$, Oz . 19.12. $V: x^2+y^2=2z$, $z=2$, Oz .
 19.13. $V: z=3(y^2+x^2)$, $z=3$, Oz . 19.14. $V: 2\sqrt{y^2+z^2}=x$, $x=2$, Ox .
 19.15. $V: y^2=x^2+z^2$, $y=4$, Oy . 19.16. $V: 3(x^2+z^2)=y$, $y=3$, Oy .
 19.17. $V: x=y^2+z^2$, $x=2$, Ox . 19.18. $V: z=3-x^2-y^2$, $z=0$, Oz .
 19.19. $V: x^2+z^2=y^2$, $y=2$, Oy . 19.20. $V: y=4\sqrt{x^2+z^2}$, $y=2$, Oy .
 19.21. $V: y^2+z^2=x$, $x=9$, Ox . 19.22. $V: x^2+z^2=y$, $y=3$, Oy .
 19.23. $V: x^2=y^2+z^2$, $x=2$, Ox . 19.24. $V: x^2=y^2+z^2$, $y^2+z^2=1$, $x=0$, Ox .
 19.25. $V: x^2+z^2=y$, $y=2$, Oy . 19.26. $V: x=y^2+z^2$, $y^2+z^2=1$, $x=0$, Ox .
 19.27. $V: x^2=y^2+z^2$, $x=3$, Ox . 19.28. $V: x^2=y^2+z^2$, $y^2+z^2=4$, $x=0$, Ox .
 19.29. $V: x=y^2+z^2$, $x=3$, Ox . 19.30. $V: 2z=y^2+z^2$, $y^2+x^2=4$, $z=0$, Ox .

20. Вычислить криволинейный интеграл.

- 20.1. $\int_L xy dl$, где L – контур квадрата со сторонами $x=\pm 1$, $y=\pm 1$.
 20.2. $\int_L y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x=t-sint$, $y=1-cost$.
 20.3. $\int_{L_{ABCD}} xy dl$, где L_{ABCD} – контур прямоугольника с вершинами $A(2, 0)$,
 $B(4, 0)$, $C(4, 3)$, $D(2, 3)$.
 20.4. $\int_L y dl$, где L – дуга параболы $y^2=2x$, отсеченная параболой $x^2=2y$.
 20.5. $\int_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0, 0)$

и $A(1, 2)$.

20.6. $\int_L \frac{(y^2 - x^2)xy}{(x^2 + y^2)^2} dl$, где L – дуга кривой $\rho = 9 \sin 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/4$.

20.7. $\int_{L_{OABC}} xy dl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами $O(0, 0)$, $A(4, 0)$, $B(4, 2)$, $C(0, 2)$.

20.8. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(4, 0)$ и $B(6, 1)$.

20.9. $\int_L (x^2 + y^2)^2 dl$, где L – первая четверть окружности $\rho = 2$.

20.10. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(1, 1, 1)$ и $B(2, 2, 2)$.

20.11. $\oint_L (x-y) dl$ где L – окружность $x^2 + y^2 = 2x$.

20.12. $\int_L \sqrt{2-z^2} (2z - \sqrt{x^2 + y^2}) dl$, где L – дуга кривой $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

20.13. $\oint_L (x^2 + y^2) dl$ где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$.

20.14. $\int_{L_{OB}} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(0, 0)$ и $B(2, 2)$.

20.15. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = \sqrt{3}t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

20.16. $\int_L \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = (1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

- 20.17. $\int_L \sqrt{2y} dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$.
- 20.18. $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(-1, 0)$ и $B(0, 1)$.
- 20.19. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, заключенный между точками $A(0, 4)$ и $B(4, 0)$.
- 20.20. $\int_L \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dl$, где L – дуга кардиоиды $\rho = 2(1 + \cos \varphi)$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$.
- 20.21. $\int_{L_{AB}} y dl$, где L_{AB} – дуга астроида $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, заключенная между точками $A(1, 0)$ и $B(0, 1)$.
- 20.22. $\int_{L_{OB}} y dl$, где L_{OB} – дуга параболы $y^2 = 2x/3$ между точками $O(0, 0)$ и $B(\sqrt{35}/6, \sqrt{35}/3)$.
- 20.23. $\int_{L_{ABO}} (x+y) dl$, где L_{ABO} – контур треугольника с вершинами $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, $O(0, 0)$.
- 20.24. $\int_L \frac{z^2}{x^2 + y^2} dl$, где L – первый виток винтовой линии $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = 2t$.
- 20.25. $\int_{L_{OAB}} (x+y) dl$, где L_{OAB} – контур треугольника с вершинами $O(0, 0)$, $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$.
- 20.26. $\int_L (x+y) dl$, где L_{ABO} – дуга лемнискаты Бернулли $\rho^2 = \cos 2\varphi$, $-\pi/4 \leq \varphi \leq \pi/4$.
- 20.27. $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 2y$.

20.28. $\int_{L_{OABC}} xy dl$, где L – контур прямоугольника с вершинами $O(0, 0)$, $A(5, 0)$,

$B(5, 3)$, $C(0, 3)$.

20.29. $\oint_L (x^2 + y^2) dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4x$.

20.30. $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y}) dl$, где L – дуга астроида $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ между точками $A(1, 0)$ и $B(0, 1)$.

21. Вычислить криволинейный интеграл.

21.1. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(0, -2)$, $B(4, 0)$.

21.2. $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 5 \cos t$, $y = 5 \sin t$, $z = t$.

21.3. $\int_{L_{OABC}} yz dl$, где L_{OABC} – контур прямоугольника с вершинами в точках $O(0, 0, 0)$, $A(0, 4, 0)$, $B(0, 4, 2)$, $C(0, 0, 2)$.

21.4. $\int_L x^2 dl$, где L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = a^2$.

21.5. $\int_L (z^2 + y^2) dl$, где L – окружность $z^2 + y^2 = 4$.

21.6. $\int_L y^2 dl$, где L – первая арка циклоиды $x = 3(t - \sin t)$, $y = 3(1 - \cos t)$.

21.7. $\int_L (x^2 + y^2) dl$, где L – развертка окружности $x = 6(\cos t + t \sin t)$,
 $y = 6(\sin t - t \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

21.8. $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-z}$, где L_{AB} – отрезок прямой $z = \frac{x}{-2}$, $y = 0$, соединяющий точки
 $A(0, 0, 2)$ и $B(4, 0, 0)$.

21.9. $\int_L \sqrt{2y} dl$, где L – первая арка циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

21.10. $\oint_L (x - y) dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

21.11. $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = 9 \cos t$, $y = 9 \sin t$,
 $z = 9t$.

21.12. $\oint_L (x^2 + y^2)^2 dl$, где L – окружность $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$.

21.13. $\int_L y dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 12x$, отсеченная параболой
 $x^2 = 12y$.

21.14. $\oint_L \sqrt{2y^2 + z^2} dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x = y$.

21.15. $\int xyz dl$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x^2 + y^2 = R^2 / 4$,
 лежащая в первом октанте.

21.16. $\int_L \arctg \frac{y}{x} dl$, где L – часть дуги спирали Архимеда $\rho = 2\varphi$, заключенная
 внутри круга радиусом R с центром в полюсе.

21.17. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – первый виток винтовой линии $x = 4 \cos t$,
 $y = 4 \sin t$, $z = 3t$.

- 21.18. $\int_L y dl$, где L – дуга параболы $y^2 = 6x$, отсеченная параболой $x^2 = 6y$.
- 21.19. $\int_{L_{AB}} x dl$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(2, 4)$ до точки $B(1, 1)$.
- 21.20. $\int_L (x + y) dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = 7 \cos 2\varphi$.
- 21.21. $\int_L (x^2 + y^2 + z^2) dl$, где L – дуга кривой $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, $0 \leq t \leq 2\pi$.
- 21.22. $\int_L (2z - \sqrt{y^2 + x^2}) dl$, где L – первый виток конической винтовой линии $x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$.
- 21.23. $\int_L (x + z) dl$, где L – дуга кривой $x = t$, $y = (3/\sqrt{2})t^2$, $z = t^3$, $0 \leq t \leq 1$.
- 21.24. $\int_L (x\sqrt{x^2 - y^2}) dl$, где L – кривая $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, $x \geq 0$.
- 21.25. $\int_L (x + y) dl$, где L – первый виток лемнискаты $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi$.
- 21.26. $\int_L xy dl$, где L – первая четверть эллипса $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$.
- 21.27. $\int_L (x + y) dl$, где L – четверть окружности $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $y = x$, лежащая в первом октанте.
- 21.28. $\int_L \frac{dl}{x^2 + y^2 + z^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$.
- 21.29. $\int_L \frac{z^2 dl}{x^2 + y^2}$, где L – первый виток винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = at$.

21.30. $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, где L – развертка окружности $x = a(\cos t + t \sin t)$,
 $y = a(\sin t - t \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

22. Вычислить криволинейный интеграл.

22.1. $\int_{L_{AB}} \frac{y}{x} dx + x dy$, где L_{AB} – дуга линии $y = \ln x$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(e, 1)$.

22.2. $\int_L y dx - x dy$, где L – дуга эллипса $x = 3 \cos t$, $y = 2 \sin t$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода.

22.3. $\int_{L_{OA}} 2xy dx - x^2 dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = x^2 / 4$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 1)$.

22.4. $\int_{L_{AB}} (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, где L_{AB} – ломаная линия $y = |x|$, от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(2, 2)$.

22.5. $\int_{L_{AB}} (x^2 - 2xy) dx + (y^2 - 2xy) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(1, 1)$.

22.6. $\int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[5]{x^5 + \sqrt[3]{y^5}}}$, где L_{AB} – дуга астроиды $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

22.7. $\int_{L_{OA}} (x^2 - y^2) dx + 2xy dy$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$.

- 22.8. $\int_{L_{OA}} 2xydx - x^2 dy + z dz$, где L_{OA} – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0, 0, 0)$ и $A(2, 1, -1)$.
- 22.9. $\oint_L (x dy - y dx)$, где L – контур треугольника с вершинами $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ при положительном направлении обхода.
- 22.10. $\int_{L_{ACB}} (x^2 + y) dx + (x + y^2) dy$, где L_{ACB} – ломаная ACB ; $A(2, 0)$, $C(5, 0)$, $B(5, 3)$.
- 22.11. $\int_{L_{ABC}} (x^2 + y^2) dx + (x + y^2) dy$, где L_{ABC} – ломаная ACB ; $A(1, 2)$, $B(3, 2)$, $C(3, 5)$.
- 22.12. $\int_{L_{OB}} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 z dz$, где L_{OB} – отрезок прямой OB ; $O(0, 0, 0)$ и $B(-2, 4, 5)$.
- 22.13. $\int_{L_{OA}} y dx - x dy$, где L_{OA} – дуга окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$; $O(R, 0)$ и $A(0, R)$.
- 22.14. $\int_{L_{AB}} (xy - 1) dx + x^2 dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y^2 = 4 - 4x$ от точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 2)$.
- 22.15. $\int_{L_{OB}} xy dx + (y - x) dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 1)$.
- 22.16. $\int_{L_{OB}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 1)$.
- 22.17. $\int_{L_{AB}} x dy - y dx$, где L_{AB} – дуга астроида $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$ от точки $A(2, 0)$ до точки $B(0, 2)$.
- 22.18. $\oint_L (x + 2y) dx + (x - y) dy$ где L – окружность $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$

при положительном направлении обхода.

22.19. $\oint_L (x^2 y - x) dx + (y^2 x - 2y) dy$ где L – дуга эллипса $x = 3 \cos t$,
 $y = 2 \sin t$ при положительном направлении обхода.

22.20. $\int_{L_{AB}} (xy - 1) dx + x^2 y dy$ где L_{AB} – дуга эллипса $x = \cos t$, $y = 2 \sin t$ от
 точки $A(1, 0)$ до точки $B(0, 2)$.

22.21. $\int_{L_{OBA}} 2xy dx - x^2 dy$, где L_{OBA} – ломаная OBA ; $O(0, 0)$, $B(2, 0)$, $A(2, 1)$.

22.22. $\int_{L_{OB}} (xy - x) dx + x^2 / 2 dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y^2 = 4x$ от точки
 $A(0, 0)$ до точки $B(1, 2)$.

22.23. $\int_{L_{AB}} (xy - 1) dx + x^2 y dy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 0)$, $B(0, 2)$.

22.24. $\int_{L_{AB}} 2xy dx + y^2 dy + z^2 dz$, где L_{AB} – дуга одного витка винтовой линии
 $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 2t$; $A(1, 0, 0)$ и $B(1, 0, 4\pi)$.

22.25. $\int_{L_{AB}} (x^2 - y^2) dx + xy dy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 1)$, $B(3, 4)$.

22.26. $\int_{L_{AB}} \cos y dx - \sin x dy$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(2\pi, -2\pi)$,
 $B(-2\pi, 2\pi)$.

22.27. $\int_{L_{AB}} \frac{y dx + x dy}{x^2 + y^2}$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 2)$, $B(3, 6)$.

22.28. $\int_{L_{AB}} y dx + (y - x) dy$, где L_{AB} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки
 $A(0, 0)$ до точки $B(1, 1)$.

22.29. $\int_{L_{OA}} xy dx + (y-x) dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y^2 = x$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 1)$.

22.30. $\int_{L_{AB}} x dx + y dy + (x-y+1) dz$, где L_{AB} – отрезок прямой AB ; $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$.

23. Вычислить криволинейный интеграл.

23.1. $\int_{L_{OA}} (xy-x) dx + (x^2/y) dy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.

23.2. $\oint_L y dx - x dy$, где L – дуга эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

23.3. $\oint_L x dy$, где L – контур треугольника, образованного прямыми $y = x$, $x = 2$, $y = 0$ при положительном направлении обхода контура.

23.4. $\int_L (x-y) dx + dy$, где L – дуга верхней половины окружности

$x^2 + y^2 = R^2$, «пробегаемая» в положительном направлении обхода контура.

23.5. $\oint_L (x^2 - y) dx$, где L – контур прямоугольника, образованного прямыми $y = 2$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$ при положительном направлении обхода контура.

23.6. $\int_{L_{OB}} 4x \sin^2 y dx + y \cos 2x dy$, где L_{OB} – отрезок прямой, соединяющий

точки $O(0, 0)$ и $B(3, 6)$.

23.7. $\oint_L y dx - x dy$, где L – контур эллипса $x = 6 \cos t$, $y = 4 \sin t$ при положительном направлении обхода контура.

23.8. $\int_L x dy$, где L – дуга синусоиды $y = \sin x$ от точки $(\pi, 0)$ до точки $(0, 0)$.

23.9. $\int_L y^2 dx + x^2 dy$, где L – верхняя половина эллипса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$,

«пробегаемая» по ходу часовой стрелки.

23.10. $\int_{L_{OB}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OB} – дуга параболы $y = 2\sqrt{x}$ от точки $O(0, 0)$

до точки $B(1, 2)$.

23.11. $\int_L x dx + xy dy$, L – дуга верхней половины окружности $x^2 + y^2 = 2x$,

«пробегаемая» в положительном направлении обхода контура.

23.12. $\int_{L_{ABO}} (xy - x) dx + (x^2 / y) dy$, где L_{ABO} – ломаная ABO от точки $O(0,0)$,

$A(1,2)$, $B(1/2, 3)$ при положительном направлении обхода контура.

23.13. $\int_{L_{OA}} (xy - y^2) dx + x dy$, где L_{OA} – отрезок прямой от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.

- 23.14. $\int_{L_{OA}} xdy - ydx$, где L_{OA} – дуга кубической параболы $y = x^3$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 8)$.
- 23.15. $\int_{L_{AB}} 2y \sin 2x dx - \cos 2x dy$, где L_{AB} – отрезок прямой от точки $A(\pi/4, 2)$ до точки $B(\pi/6, 1)$.
- 23.16. $\int_{L_{OA}} (xy - y^2) dx + xdy$, где L_{OA} – дуга параболы $y = 2x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(1, 2)$.
- 23.17. $\int_{L_{OBA}} 2yz dy - y^2 dz$, где L_{OBA} – ломаная OBA ; $O(0, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $A(0, 2, 1)$.
- 23.18. $\int_L x/y dx + (1/(y-a)) dy$, где L – дуга циклоиды $x = a(t - \sin t)$,
 $y = a(1 - \cos t)$, $\pi/6 \leq t \leq \pi/3$.
- 23.19. $\int_{L_{OB}} (xy - x) dx + (x^2/2) dy$, параболы $y = 4x^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $B(1, 4)$.
- 23.20. $\int_{L_{FB}} (x+y) dx + (x-y) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(1, 1)$.
- 23.21. $\int_{L_{AB}} x dy$, где L_{AB} – дуга правой полуокружности $x^2 + y^2 = a^2$ от точки $A(0, -a)$ до точки $B(0, a)$.
- 23.22. $\int_L y^2 dx + x^2 dy$, где L – дуга верхней половины эллипса $x = 5 \cos t$,
 $y = 2 \sin t$, «пробегаемая» по ходу часовой стрелки.
- 23.23. $\int_L y^2 z dx + z \sqrt{R^2 - y^2} dy + xy dz$, где L – дуга кривой
 $x = R \cos t$, $y = R \sin t$,

$z = at / (2\pi)$, «пробегаемая» от точки пересечения ее с плоскостью $z = 0$ до точки пересечения ее с плоскостью $z = a$.

23.24. $\int_{L_{OA}} 2xzdy - y^2 dz$, где L – дуга параболы $z = x^2 / 4$ от точки $O(0, 0, 0)$ до точки $A(2, 0, 1)$.

23.25. $\int_{L_{AB}} (x - 1/y) dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(1, 1)$ до точки $B(2, 4)$.

23.26. $\int_{L_{AB}} \cos z dx - \sin x dz$, где L_{AB} – отрезок прямой, соединяющий точки $A(2, 0, -2)$ и $B(-2, 0, 2)$.

23.27. $\int_L y dx - x dy$, где L – четверть дуги окружности $x = R \cos t$, $y = R \sin t$, лежащая в первом квадранте и «пробегаемая» против хода часовой стрелки.

23.28. $\int_{L_{OA}} 2xy dx - x^2 dy$, где L_{OA} – дуга параболы $x = 2y^2$ от точки $O(0, 0)$ до точки $A(2, 1)$.

23.29. $\int_{L_{AB}} xye^x dx + (x-1)e^x dy$, где L_{AB} – любая линия, соединяющая точки $A(0, 2)$ и $B(1, 2)$.

23.30. $\oint_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, где L – контур треугольника с вершинами $A(0,0)$, $B(1, 0)$, $C(0,1)$ при положительном направлении обхода контура.

24. Показать, что данное дифференциальное выражение является полным дифференциалом функции $U(x, y)$. Найти эту функцию.

24.1. $\frac{x+y}{xy} dx + \frac{y-x}{y^2} dy$.

24.2. $(20x^3 - 21x^2y + 2y) dx + (3 + 2x - 7x^3) dy$.

$$24.3. (ye^{xy} - 2\sin x)dx + (xe^{xy} + \cos y)dy.$$

$$24.4. y(e^{xy} + 5)dx + x(e^{xy} + 5)dy.$$

$$24.5. \left(x - \frac{y}{x^2 - y^2}\right)dx + \left(\frac{x}{x^2 - y^2} - y\right)dy.$$

$$24.6. (2x - 3y^2 + 1)dx + (2 - 6xy)dy.$$

$$24.7. \left(\frac{2xy^2}{1 + x^2y^2} - 3\right)dx + \left(\frac{2x^2y}{1 + x^2y^2} - 5\right)dy.$$

$$24.8. -\left(\frac{1}{2}\cos 2y + y\sin 2x\right)dx + (x\sin 2y + \cos^2 x + 1)dy.$$

$$24.9. (y^2e^{-xy^2} + 3)dx + (2xye^{-xy^2} - 1)dy.$$

$$24.10. \frac{x\ln y + y}{x}dx + \frac{y\ln x + x}{y}dy.$$

$$24.11. e^{x-y}(1+x+y)dx + e^{x-y}(1-x-y)dy.$$

$$24.12. (3x^2 - 2xy + y)dx + (x - x^2 - 3y^2 - 4y)dy.$$

$$24.13. (2xe^{x^2-y^2} - \sin x)dx + (\sin y - 2ye^{x^2-y^2})dy.$$

$$24.14. (5y + \cos x + 6xy^2)dx + (5x + 6x^2y)dy.$$

$$24.15. (y^2e^{xy} - 3)dx + e^{xy}(1+xy)dy.$$

$$24.16. (1 + \cos(xy))ydx + (1 + \cos(xy))xdy.$$

$$24.17. (y - \sin x)dx + (x - 2y\cos y^2)dy.$$

$$24.18. \left(\sin 2x - \frac{1}{x^2y}\right)dx - \frac{1}{xy^2}dy.$$

$$24.19. \left(\frac{1}{x+y} + \cos x \cos y - 3x^2\right)dx + \left(\frac{1}{x+y} - \sin x \sin y + 4y\right)dy.$$

$$24.20. (y/x + \ln y + 2x)dx + (\ln x + x/y + 1)dy.$$

$$24.21. (e^{x+y} - \cos x)dx + (e^{x+y} + \sin y)dy.$$

$$24.22. \left(y/\sqrt{1-x^2y^2} + 2x\right)dx + \left(x/\sqrt{1-x^2y^2} + 6y\right)dy.$$

$$24.23. \left(y/\sqrt{1-x^2y^2} + x^2\right)dx + \left(x/\sqrt{1-x^2y^2} + y\right)dy.$$

$$24.24. \frac{1-y}{x^2 y} dx + \frac{1-2x}{xy^2} dy.$$

$$24.25. \left(\frac{1}{y-1} - \frac{y}{(x-1)^2} - 2 \right) dx + \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x}{(y-1)^2} + 2y \right) dy.$$

$$24.26. (3x^2 - 2xy + y^2) dx + (2xy - x^2 - 3y^2) dy.$$

$$24.27. (e^{xy} + xye^{xy} + 2) dx + (x^2 e^{xy} + 1) dy.$$

$$24.28. (ye^{xy} + y^2) dx + (xe^{xy} + 2xy) dy.$$

$$24.29. (y \cos(xy) + 2x - 3y) dx + (x \cos(xy) - 3x + 4y) dy.$$

$$24.30. (y \sin(x+y) + xy \cos(x+y) - 9x^2) dx + (x \sin(x+y) + xy \cos(x+y) + 2y) dy.$$

9. ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1. Дана функция $u(M) = u(x, y, z)$ и точки M_1, M_2 . Вычислить:

1) производную этой функции в точке M_1 по направлению $\overline{M_1 M_2}$;

2) градиент функции в точке M_1 .

$$1.1. u(M) = \ln(1 + x + y^2 + z^2), \quad M_1(1, 1, 1), \quad M_2(3, -5, 1).$$

$$1.2. u(M) = x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 5, \quad M_1(1, 2, 1), \quad M_2(-3, -2, 6).$$

$$1.3. u(M) = \ln(x^3 + y^2 + z + 1), \quad M_1(1, 3, 0), \quad M_2(-4, 1, 3).$$

$$1.4. u(M) = x - 2y + e^z, \quad M_1(-4, -5, 0), \quad M_2(2, 3, 4).$$

$$1.5. u(M) = x^y - 3xyz, \quad M_1(2, 2, -4), \quad M_2(1, 0, -3).$$

$$1.6. u(M) = 3x^2 yz^3, \quad M_1(-2, -3, 1), \quad M_2(5, -2, 0).$$

$$1.7. u(M) = e^{xy+z^3}, \quad M_1(-5, 0, 2), \quad M_2(2, 4, -3).$$

$$1.8. u(M) = x^{yz}, \quad M_1(3, 1, 4), \quad M_2(1, -1, -1).$$

$$1.9. u(M) = (x^2 + y^2 + z^2)^3, \quad M_1(1, 2, -1), \quad M_2(0, -1, 3).$$

$$1.10. u(M) = (x-y)^z, \quad M_1(1, 5, 0), \quad M_2(3, 7, -2).$$

$$1.11. u(M) = x^2 y + y^2 z - 3z, \quad M_1(0, -2, -1), \quad M_2(12, -5, 0).$$

$$1.12. u(M) = 10 / (x^2 + y^2 + z^2 + 1), \quad M_1(-1, 2, -2), \quad M_2(2, 0, 1).$$

$$1.13. u(M) = x^2 y + y^2 z + z^2 x, \quad M_1(1, -1, 2), \quad M_2(3, 4, -1).$$

1.14. $u(M) = 5xy^3z^2$, $M_1(2, 1, -1)$, $M_2(4, -3, 0)$.

1.15. $u(M) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, $M_1(-1, 2, 1)$, $M_2(3, 1, -1)$.

1.16. $u(M) = ze^{x^2 + y^2 + z^2}$, $M_1(0, 0, 0)$, $M_2(3, -4, 2)$.

1.17. $u(M) = \ln(xy + yz + xz)$, $M_1(-2, 3, -1)$, $M_2(2, 1, -3)$.

1.18. $u(M) = \sqrt{1 + x^2 + y^2 + z^2}$, $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(3, 2, 1)$.

1.19. $u(M) = x^2y + xz^2 - 2$, $M_1(1, 1, -1)$, $M_2(2, -1, 3)$.

1.20. $u(M) = \ln(1 + x^2 - y^2 + z^2)$, $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(5, -4, 8)$.

$$1.21. u(M) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \frac{z}{x}, \quad M_1(-1, 1, 1), \quad M_2(2, 3, 4).$$

$$1.22. u(M) = x^3 + xy^2 - 6xyz, \quad M_1(1, 3, -5), \quad M_2(4, 2, -2).$$

$$1.23. u(M) = \frac{x}{y} - \frac{y}{z} - \frac{x}{z}, \quad M_1(2, 2, 2), \quad M_2(-3, 4, 1).$$

$$1.24. u(M) = e^{x-yz}, \quad M_1(1, 0, 3), \quad M_2(2, -4, 5).$$

$$1.25. u(M) = xe^y + ye^x - z^2, \quad M_1(3, 0, 2), \quad M_2(4, 1, 3).$$

$$1.26. u(M) = 3xy^2 + z^2 - xyz, \quad M_1(1, 1, 2), \quad M_2(3, -1, 4).$$

$$1.27. u(M) = 5x^2yz - xy^2z + yz^2, \quad M_1(1, 1, 1), \quad M_2(9, -3, 9).$$

$$1.28. u(M) = x / (x^2 + y^2 + z^2), \quad M_1(1, 2, 2), \quad M_2(-3, 2, -1).$$

$$1.29. u(M) = y^2z - 2xyz + z^2, \quad M_1(3, 1, -1), \quad M_2(-2, 1, 4).$$

$$1.30. u(M) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xyz, \quad M_1(1, -1, 2), \quad M_2(5, -1, 4).$$

2. Найти величину и направление наибольшего изменения функции $u(M) = u(x, y, z)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

$$2.1. u(M) = (x + y)z^2, \quad M_0(0, -1, 4).$$

$$2.2. u(M) = x^2yz, \quad M_0(1, -1, 1).$$

$$2.3. u(M) = (x + z)y^2, \quad M_0(2, 2, 2).$$

$$2.4. u(M) = xyz, \quad M_0(2, 1, 0).$$

$$2.5. u(M) = x^2(y^2 + z), \quad M_0(4, 1, -3).$$

$$2.6. u(M) = xyz^2, \quad M_0(4, 0, 1).$$

$$2.7. u(M) = (x^2 + z)y^2, \quad M_0(-4, 1, 0).$$

$$2.8. u(M) = 2x^2yz, \quad M_0(-3, 0, 2).$$

$$2.9. u(M) = x^2(y + z^2), \quad M_0(3, 0, 1)$$

$$2.10. u(M) = x^2yz, \quad M_0(1, 0, 4).$$

$$2.11. u(M) = xy^2z^2, \quad M_0(-2, 1, 1).$$

$$2.12. u(M) = xz^2 + y, \quad M_0(2, 2, 1).$$

$$2.13. u(M) = y^2z - x^2, \quad M_0(0, 1, 1).$$

$$2.14. u(M) = x^2y - z, \quad M_0(-2, 2, 1).$$

$$2.15. u(M) = x^2y + y^2z, \quad M_0(0, -2, 1).$$

$$2.16. u(M) = xy^2 - z, \quad M_0(-1, 2, 1).$$

$$2.17. u(M) = x(y + z), \quad M_0(0, 1, 2).$$

$$2.18. u(M) = y(x + z), \quad M_0(0, 2, -2).$$

$$2.19. u(M) = xy - xz, \quad M_0(-1, 2, 1).$$

$$2.20. u(M) = z(x + y), \quad M_0(1, -1, 0).$$

$$2.21. u(M) = x^2yz, \quad M_0(2, 0, 2).$$

$$2.22. u(M) = xyz, \quad M_0(0, 1, -2).$$

$$2.23. u(M) = xy^2z, \quad M_0(1, -2, 0).$$

$$2.24. u(M) = (x^2 - y)z^2, \quad M_0(1, 3, 0).$$

$$2.25. u(M) = xyz^2, \quad M_0(3, 0, 1).$$

$$2.26. u(M) = x(y^2 + z^2), \quad M_0(1, -2, 1).$$

$$2.27. u(M) = x^2y^2z^2, \quad M_0(-1, 0, 3).$$

$$2.28. u(M) = x^2 + 3y^2 - z^2, \quad M_0(0, 0, 1).$$

$$2.29. u(M) = x^2 y z^2, \quad M_0(2, 1, -1) \qquad 2.30. u(M) = x^2 z - y^2, \quad M_0(1, 1, -2).$$

3. Найти векторные линии векторного поля a .

3.1. $a = 9zi - 4xk.$

3.2. $a = 6xi + 12zk.$

3.3. $a = 2yi + 3xj.$

3.4. $a = 5zi + 7xk$

3.5. $a = 4xi + yj.$

3.6. $a = xi + 3yj.$

3.7. $a = 2xi + 6zk.$

3.8. $a = xi + zk.$

3.9. $a = 3xi + 6zk.$

3.10. $a = 5zj + 7yk.$

3.11. $a = 7yj + 14zk.$

3.12. $a = 2zi + 3xk.$

3.13. $a = 4yj + 8zk.$

3.14. $a = 4xi + zk.$

3.15. $a = yj + 3zk.$

3.16. $a = 2xi + 8zk.$

3.17. $a = 9zj - 4yk.$

3.18. $a = xi + 3zk.$

3.19. $a = 4zj - 9yk.$

3.20. $a = 4yi - 9xj.$

3.21. $a = 2zj + 3yk.$

3.22. $a = 5xi + 10yj.$

3.23. $a = 2xi + 4yj.$

3.24. $a = 2xi + 6yj.$

3.25. $a = yj + 4zk.$

3.26. $a = xi + 4yj.$

3.27. $a = xi + yj.$

3.28. $a = 9yi - 4xj.$

3.29. $a = 4zi - 9xk.$

3.30. $a = 5yi + 7xj.$

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S — часть плоскости (p) , отсеченная координатными плоскостями.

4.1.

$$\iint_S (4x - y + 4z) dS, (p): 2x + 2y + z = 4.$$

4.2.

$$\iint_S (4x - y + z) dS, (p): x - y + z = 2.$$

4.3.

$$\iint_S (5x + 2y + 2z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.4.

$$\iint_S (6x - y + 8z) dS, (p): x + y + 2z = 2.$$

4.5.

$$\iint_S (2x + 5y + 10z) dS, (p): 2x + y + 3z = 6$$

4.6.

$$\iint_S (4x - 4y - z) dS, (p): x + 2y + 2z = 4.$$

4.7.

$$\iint_S (2x + 15y + z) dS, (p): x + 2y + 2z = 2.$$

4.8.

$$\iint_S (2x + 5y + z) dS, (p): x + y + 2z = 2.$$

4.9.

$$\iint_S (8x + 8y + 8z) dS, (p): x + 4y + 2z = 8.$$

4.10.

$$\iint_S (3x + 10y - z) dS, (p): x + 3y + 2z = 6.$$

4.11.

$$\iint_S (4y - x + 4z) dS, (p): x - 2y + 2z = 2.$$

4.13.

$$\iint_S (7x + y + 2z) dS, (p): 3x - 2y + 2z = 6.$$

4.15.

$$\iint_S (2x + 3y + z) dS, (p): 2x + 3y + z = 6.$$

4.17.

$$\iint_S (3x + 2y + 2z) dS, (p): 3x + 2y + 2z = 6.$$

4.19.

$$\iint_S (2x + 3y - z) dS, (p): 2x + y + z = 2.$$

4.21.

$$\iint_S (9x + 2y + z) dS, (p): 2x + y + z = 4.$$

4.23.

$$\iint_S (3y - x - z) dS, (p): x - y + z = 2.$$

4.25.

$$\iint_S (3y - 2x - 2z) dS, (p): 2x - y - 2z = -2.$$

4.27.

$$\iint_S (2x - 3y + z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.29.

$$\iint_S (5x + y - z) dS, (p): x + 2y + 2z = 2.$$

4.12.

$$\iint_S (2x + 3y + z) dS, (p): 2x + 2y + z = 2.$$

4.14.

$$\iint_S (5x - y + 5z) dS, (p): 3x + 2y + z = 6.$$

4.16.

$$\iint_S (x + 3y + 2z) dS, (p): 2x + y + 2z = 2.$$

4.18.

$$\iint_S (2x + 3y + 2z) dS, (p): x + 3y + z = 3.$$

4.20.

$$\iint_S (2 + y - 7x + 9z) dS, (p): 2x - y - 2z = -2.$$

4.22.

$$\iint_S (6x + y + 4z) dS, (p): 3x + 3y + z = 3.$$

4.24.

$$\iint_S (x + 2y + 3z) dS, (p): x + y + z = 2.$$

4.26.

$$\iint_S (3x - 2y + 6z) dS, (p): 2x + y + 2z = 2.$$

4.28.

$$\iint_S (2x + 5y - z) dS, (p): x + 2y + z = 2.$$

4.30.

$$\iint_S (5x - 8y - z) dS, (p): 2x - 3y + z = 6.$$

5. Найти поток векторного поля a через часть плоскости P , расположенную в первом октанте (нормаль образует острый угол с осью Oz).

5.1. $a=2xi+3yj+zk,$
 $P: x/3+y+z/2=1.$

5.2. $a=xi+yj+zk,$
 $P: 2x+3y+z=1.$

5.3. $a=yj+zk,$
 $P: x+y+z=1.$

5.4. $a=-2xi+yj+4zk,$
 $P: x/3+y+z/2=1.$

5.5. $a=2xi+3yj+zk,$
 $P: 2x+3y+z=1.$

5.6. $a=xi+3yj+2zk,$
 $P: x+y+z=1.$

5.7. $a=2xi+5yj+5zk,$
 $P: x/3+y+z/2=1.$

5.8. $a=xi+9yj+8zk,$
 $P: x+2y+3z=1.$

5.9. $a=xi+yj+zk,$
 $P: x/2+y+z=1.$

5.10. $a=2xi+yj-2zk,$
 $P: 2x+y/2+z=1.$

5.11. $a=-xi+2yj+zk,$
 $P: x+2y+3z=1.$

5.12. $a=yj+3zk,$
 $P: x/2+y+z=1.$

5.13. $a=-xi+yj+12zk,$
 $P: 2x+y/2+z=1.$

5.14. $a=xi+yj+zk,$
 $P: x+y+z=1.$

5.15. $a=2xi+yj+zk,$
 $P: x+y/2+z/3=1.$

5.16. $a=3xi+2zk,$
 $P: x+y/2+z/3=1.$

5.17. $a=2xi+yj+zk,$
 $P: x+y+z=1.$

5.18. $a=2xi+yj+zk,$
 $P: 2x+3y+z=1.$

5.19. $a=xi+3yj-zk,$
 $P: x/3+y+z/2=1.$

5.20. $a=2xi+3yj,$
 $P: x+y+z=1.$

5.21. $a=2xi+3yj+4zk,$
 $P: 2x+3y+z=1.$

5.22. $a=xi-yj+6k,$
 $P: x/2+y/3+z=1.$

5.23. $a=xi+2yj+zk,$
 $P: x/2+y+z=1.$

5.24. $a=8xi+11yj+17zk,$
 $P: x+2y+3z=1.$

5.25. $a=xi+yj+zk,$
 $P: 2x+y/2+z=1.$

5.26. $a=xi+yj+zk,$
 $P: x+y/2+z/3=1.$

5.27. $a=xi-yj+6k,$
 $P: x+2y+z/2=1.$

5.28. $a=xi+yj+zk,$
 $P: 2x+y/2+z=1.$

5.29. $a=xi+3yj+8zk,$
 $P: x+2y+z/2=1.$

5.30. $a=xi+2yj+5zk,$
 $P: x+2y+z/2=1.$

6. Вычислить поток векторного поля $a(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образованную плоскостью (P) и координатными плоскостями, двумя способами:

а) с использованием определения потока вектора;

б) с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

6.1. $a(M)=(2x-z)i+(y-x)j+(x+2z)k, (P): x-y+z=2.$

6.2. $a(M)=(2y-z)i+(y+x)j+xk, (P): x+2y+2z=4.$

6.3. $a(M)=(2z-x)i+(x-y)j+(3x+z)k, (P): x+y+2z=2.$

6.4. $a(M)=(x+z)i+(x+3y)j+yk, (P): x+y+2z=2.$

6.5. $a(M)=(y+2z)i+(x+2z)j+(x-2y)k, (P): 2x+y+2z=2.$

6.6. $a(M)=(x+z)i+2yj+(x+y-z)k, (P): x+2y+z=2.$

6.7. $a(M)=(3x-y)i+(2y+z)j+(2z-x)k, (P): 2x-3y+z=6.$

6.8. $a(M)=(2y+z)i+(x-y)j-2zk, (P): x-y+z=2.$

$$6.9. \mathbf{a}(M) = (2y - z)\mathbf{i} + (x + 2y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad (P): x + 3y + 2z = 6.$$

$$6.10. \mathbf{a}(M) = (y + z)\mathbf{i} + x\mathbf{j} + (y - 2)z\mathbf{k}, \quad (P): 2x + 2y + z = 2.$$

$$6.11. \mathbf{a}(M) = (x + z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x - y)\mathbf{k}, \quad (P): 3x + 2y + z = 6.$$

$$6.12. \mathbf{a}(M) = z\mathbf{i} + (x + y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad (P): 2x + y + 2z = 2.$$

$$6.13. \mathbf{a}(M) = 3x\mathbf{i} + (z + y)\mathbf{j} + (x - z)\mathbf{k}, \quad (P): x + 3y + z = 3.$$

$$6.14. \mathbf{a}(M) = (3x - 1)\mathbf{i} + (y - x + z)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \quad (P): 2x - y - 2z = 2.$$

$$6.15. \mathbf{a}(M) = x\mathbf{i} + (z + x)\mathbf{j} + (y + z)\mathbf{k}, \quad (P): 3x + 3y + z = 3.$$

$$6.16. \mathbf{a}(M) = (x + z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + 2y + z)\mathbf{k}, \quad (P): x + y + z = 2.$$

$$6.17. \mathbf{a}(M) = (x + z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x - y)\mathbf{k}, \quad (P): 2x + 2y + z = 4.$$

$$6.18. \mathbf{a}(M) = (3x + y)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad (P): x + 2y + z = 2.$$

$$6.19. \mathbf{a}(M) = (y + z)\mathbf{i} + (2x - z)\mathbf{j} + (y + 3z)\mathbf{k}, \quad (P): 2x + y + 3z = 6.$$

$$6.20. \mathbf{a}(M) = (y + z)\mathbf{i} + (x + 6y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, \quad (P): x + 2y + 2z = 2.$$

$$6.21. \mathbf{a}(M) = (x + y)\mathbf{i} + 3y\mathbf{j} + (y - z)\mathbf{k}, \quad (P): 2x - y - 2z = -2.$$

$$6.22. \mathbf{a}(M) = (x + y - z)\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} + (x + 2z)\mathbf{k}, \quad (P): x + 2y + z = 2.$$

$$6.23. \mathbf{a}(M) = (y - z)\mathbf{i} + (2x + y)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \quad (P): 2x + y + z = 2.$$

$$6.24. \mathbf{a}(M) = x\mathbf{i} + (y - 2z)\mathbf{j} + (2x - y + 2z)\mathbf{k}, \quad (P): x + 2y + 2z = 2.$$

$$6.25. \mathbf{a}(M) = (x + 2z)\mathbf{i} + (y - 3z)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \quad (P): 3x + 2y + 2z = 6.$$

$$6.26. \mathbf{a}(M) = 4x\mathbf{i} + (x - y - z)\mathbf{j} + (3y + 2z)\mathbf{k}, \quad (P): 2x + y + z = 4.$$

$$6.27. \mathbf{a}(M) = (2z - x)\mathbf{i} + (x + 2y)\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}, \quad (P): x + 4y + 2z = 8.$$

$$6.28. \mathbf{a}(M) = 4z\mathbf{i} + (x - y - z)\mathbf{j} + (3y + z)\mathbf{k}, \quad (P): x - 2y + 2z = 2.$$

$$6.29. \mathbf{a}(M) = (x + y)\mathbf{i} + (y + z)\mathbf{j} + 2(z + x)\mathbf{k}, \quad (P): 3x - 2y + 2z = 6.$$

$$6.30. \mathbf{a}(M) = (x + y - z)\mathbf{i} + 2z\mathbf{j} + (y - 7z)\mathbf{k}, \quad (P): 2x + 3y + z = 6.$$

7. Найти поток векторного поля \mathbf{a} через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя).

$$7.1. \mathbf{a} = (z + y)\mathbf{i} + (x - z)\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + 4y^2 = 4 \\ 3x + 4y + z = 12, z = 1. \end{cases}$$

$$7.2. \mathbf{a} = 6x\mathbf{i} - 2y\mathbf{j} - z\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} z = 3 - 2(x^2 + y^2) \\ z^2 = x^2 + y^2, (z \geq 0). \end{cases}$$

$$7.3. \mathbf{a} = (y + 6x)\mathbf{i} + 5(x + z)\mathbf{j} + 4y\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} y = x, y = 2x, y = 2, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$$

$$7.4. \mathbf{a} = (y + 2z)\mathbf{i} - y\mathbf{j} + 3x\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} 3z = 27 - 2(x^2 + y^2) \\ z^2 = x^2 + y^2, (z \geq 0). \end{cases}$$

$$7.5. \mathbf{a} = z\mathbf{i} + (3y - x)\mathbf{j} - z\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x^2 + y^2 + 2, z = 0. \end{cases}$$

$$7.6. \mathbf{a} = y\mathbf{i} + 5y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x, z = 0, (z \geq 0). \end{cases}$$

- 7.7. $\mathbf{a}=(x+y+z)\mathbf{i}+(2y-x)\mathbf{j}+(3z+y)\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} y=x, y=2x, x=1, \\ z=x^2+y^2, \\ z=0. \end{cases}$
- 7.8. $\mathbf{a}=y\mathbf{i}+(x+2y)\mathbf{j}+x\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x^2+y^2=2x, \\ z=x^2+y^2, \\ z=0. \end{cases}$
- 7.9. $\mathbf{a}=17x\mathbf{i}+7y\mathbf{j}+11z\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x^2+y^2=z, \\ z=2(x^2+y^2), \\ y=x^2, y=x. \end{cases}$
- 7.10. $\mathbf{a}=7x\mathbf{i}+z\mathbf{j}+(x-y+5z)\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ z=x^2+2y^2, \\ y=x, y=2x, x=1. \end{cases}$
- 7.11. $\mathbf{a}=(x+z)\mathbf{i}+(z+y)\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x^2+y^2=9, \\ z=x, z=0, (z\geq 0). \end{cases}$
- 7.12. $\mathbf{a}=2x\mathbf{i}+z\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} z=3x^2+2y^2+1, \\ x^2+y^2=4, z=0. \end{cases}$
- 7.13. $\mathbf{a}=2x\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} y=x^2, y=4x^2, y=1(x\geq 0), \\ z=x, z=0. \end{cases}$
- 7.14. $\mathbf{a}=3x\mathbf{i}-z\mathbf{j}$,
 $S:\begin{cases} z=6-x^2-y^2, \\ z^2=x^2+y^2, (z\geq 0). \end{cases}$
- 7.15. $\mathbf{a}=(z+y)\mathbf{i}+y\mathbf{j}-x\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x^2+y^2=2y, \\ y=2. \end{cases}$
- 7.16. $\mathbf{a}=x\mathbf{i}-(x+2y)\mathbf{j}+y\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x^2+y^2=1, z=0 \\ x+2y+3z=6. \end{cases}$
- 7.17. $\mathbf{a}=2(z-y)\mathbf{i}+(x-z)\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} z=x^2+3y^2+1, z=0, \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$
- 7.18. $\mathbf{a}=x\mathbf{i}+z\mathbf{j}-y\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} z=4-2(x^2+y^2), \\ z=2(x^2+y^2). \end{cases}$
- 7.19. $\mathbf{a}=z\mathbf{i}-4y\mathbf{j}+2x\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} z=x^2+y^2, \\ z=1. \end{cases}$
- 7.20. $\mathbf{a}=4x\mathbf{i}-2y\mathbf{j}-z\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} 3x+2y=12, 3x+y=6, y=0, \\ x+y+z=6, z=0. \end{cases}$
- 7.21. $\mathbf{a}=8x\mathbf{i}-2y\mathbf{j}+x\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} x+y=1, x=0, y=0, \\ z=x^2+y^2, z=0. \end{cases}$
- 7.22. $\mathbf{a}=z\mathbf{i}+x\mathbf{j}-z\mathbf{k}$,
 $S:\begin{cases} 4z=x^2+y^2, \\ z=4. \end{cases}$

$$7.23. \mathbf{a} = (2x+y)\mathbf{j} + (y+2z)\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} z = 2 - 4(x^2 + y^2), \\ z = 4(x^2 + y^2). \end{cases}$$

$$7.25. \mathbf{a} = -2xi + z\mathbf{j} + (x+y)\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$$

$$7.27. \mathbf{a} = (y+z)\mathbf{i} + (x-2y+z)\mathbf{j} + x\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$$

$$7.29. \mathbf{a} = (x+z)\mathbf{i} + y\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} z = 8 - x^2 - y^2, \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

$$7.24. \mathbf{a} = xi - 2y\mathbf{j} + 3z\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 2x. \end{cases}$$

$$7.26. \mathbf{a} = (2y-3x)\mathbf{i} + (3x+2x)\mathbf{j} + (x+y+z)\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 4 - x - y, z = 0. \end{cases}$$

$$7.28. \mathbf{a} = (2y-15x)\mathbf{i} + (z-y)\mathbf{j} - (x-3y)\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} z = 3x^2 + y^2 + 1, z = 0, \\ x^2 + y^2 = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

$$7.30. \mathbf{a} = (x+y)\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + (z+x)\mathbf{k},$$

$$S: \begin{cases} y = 2x, y = 4x, x = 1, \\ z = y^2, z = 0. \end{cases}$$

8. Вычислить циркуляцию векторного поля $\mathbf{a}(M)$ по контуру треугольника, полученного в результате пересечения плоскости $(p): Ax + By + Cz = D$ с координатными плоскостями, при положительном направлении обхода относительно нормального вектора $\bar{n} = (A, B, C)$ этой плоскости двумя способами:

1) используя определение циркуляции; 2) с помощью формулы Стокса.

$$8.1. \mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + z\mathbf{j} + (2x-y)\mathbf{k}, (p): 2x + 2y + z = 4.$$

$$8.2. \mathbf{a}(M) = (x+z)\mathbf{i} + (x+3y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, (p): x + y + 2z = 2.$$

$$8.3. \mathbf{a}(M) = (2y-z)\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j} + x\mathbf{k}, (p): x + 2y + 2z = 4.$$

$$8.4. \mathbf{a}(M) = (2z-x)\mathbf{i} + (x-y)\mathbf{j} + (3x+z)\mathbf{k}, (p): x + y + 2z = 2.$$

$$8.5. \mathbf{a}(M) = (2x-z)\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j} + (x+2z)\mathbf{k}, (p): x - y + z = 2.$$

$$8.6. \mathbf{a}(M) = (x+y+z)\mathbf{i} + 2z\mathbf{j} + (y-7z)\mathbf{k}, (p): 2x + 3y + z = 6.$$

$$8.7. \mathbf{a}(M) = (x+y)\mathbf{i} + (y+z)\mathbf{j} + 2(x+z)\mathbf{k}, (p): 3x - 2y + 2z = 6.$$

$$8.8. \mathbf{a}(M) = 4z\mathbf{i} + (x-y-z)\mathbf{j} + (3y+z)\mathbf{k}, (p): x - 2y + 2z = 2.$$

$$8.9. \mathbf{a}(M) = (2z-x)\mathbf{i} + (x+2y)\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}, (p): x + 4y + 2z = 8.$$

$$8.10. \mathbf{a}(M) = 4x\mathbf{i} + (x-y-z)\mathbf{j} + (3y+2z)\mathbf{k}, (p): 2x + y + z = 4.$$

$$8.11. \mathbf{a}(M) = (x+2z)\mathbf{i} + (y-3z)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, (p): 3x + 2y + 2z = 6.$$

$$8.12. \mathbf{a}(M) = xi + (y-2z)\mathbf{j} + (2x-y+2z)\mathbf{k}, (p): x + 2y + 2z = 2.$$

$$8.13. \mathbf{a}(M) = (y-z)\mathbf{i} + (2x+y)\mathbf{j} + z\mathbf{k}, (p): 2x + y + z = 2.$$

$$8.14. \mathbf{a}(M) = zi + (x+y)\mathbf{j} + y\mathbf{k}, (p): 2x + y + 2z = 2.$$

- 8.15. $a(M)=(x+z)i+zj+(2x-y)k$, $(p):3x+2y+z=6$.
 8.16. $a(M)=(y+z)i+xj+(y-2z)k$, $(p):2x+2y+z=2$.
 8.17. $a(M)=(2y-z)i+(x+2y)j+yk$, $(p):x+3y+2z=6$.
 8.18. $a(M)=(y+z)i+(x+6y)j+yk$, $(p):x+2y+2z=2$.
 8.19. $a(M)=(y+z)i+(2x-z)j+(y+3z)k$, $(p):2x+y+3z=6$.
 8.20. $a(M)=(3x+y)i+(x+z)j+yk$, $(p):x+2y+z=2$.
 8.21. $a(M)=(y+2z)i+(x+2z)j+(x-2y)k$, $(p):2x+y+2z=2$.
 8.22. $a(M)=(x+z)i+(z-x)j+(x+2y+z)k$, $(p):x+y+z=2$.
 8.23. $a(M)=xi+(x+z)j+(y+z)k$, $(p):3x+3y+z=3$.
 8.24. $a(M)=(3x-1)i+(y-x+z)j+4zk$, $(p):2x-y-2z=-2$.
 8.25. $a(M)=3xi+(y+z)j+(x-z)k$, $(p):x+3y+z=3$.
 8.26. $a(M)=(x+y-z)i-2yj+(x+2z)k$, $(p):x+2y+z=2$.
 8.27. $a(M)=(x+y)i+3yj+(y-z)k$, $(p):2x-y-z=-2$.
 8.28. $a(M)=(2y+z)i+(x-y)j-2zk$, $(p):x-y+z=2$.
 8.29. $a(M)=(3x-y)i+(2y+z)j+(2z-x)k$, $(p):2x-3y+z=6$.
 8.30. $a(M)=(x+z)i+2yj+(x+y-z)k$, $(p):x+2y+z=2$.

9. Найти наибольшую плотность циркуляции векторного поля $a(M)$ в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

- 9.1. $a(M)=y^2 i-xyj+z^2 k$, $M_0(-2, 1, 1)$.
 9.2. $a(M)=xzi-xyj+x^2 zk$, $M_0(0, 1, 1)$.
 9.3. $a(M)=xyi-y^2 zj-xzk$, $M_0(0, -2, 1)$.
 9.4. $a(M)=xzi-yj-zyk$, $M_0(0, 1, 2)$.
 9.5. $a(M)=y^2 i-xy^2 j+z^2 k$, $M_0(-1, 2, 1)$.
 9.6. $a(M)=xyi-xy^2 j+z^2 k$, $M_0(1, -1, 1)$.
 9.7. $a(M)=(x+y)i+yzj+xzk$, $M_0(2, 1, 0)$.
 9.8. $a(M)=(x-y)i+yzj-yk$, $M_0(-4, 1, 0)$.
 9.9. $a(M)=(y-z)i-z^2 j+xyzk$, $M_0(3, 0, 1)$.
 9.10. $a(M)=yzi-z^2 j+(x+y)zk$, $M_0(1, 3, 0)$.
 9.11. $a(M)=z^2 i-xzj+z^2 k$, $M_0(1, -2, 1)$.
 9.12. $a(M)=xyi+(x-z)j+(y-x)k$, $M_0(0, 0, 1)$.
 9.13. $a(M)=xyi-(y+z)j+xzk$, $M_0(4, 0, 1)$.
 9.14. $a(M)=xi-zyj+x^2 zk$, $M_0(-3, 0, 2)$.

- 9.15. $a(M) = (x + y^2)i + yzj - x^2k, M_0(1, 0, 4).$
 9.16. $a(M) = xzi - yj + yzk, M_0(0, -1, 4).$
 9.17. $a(M) = xyi - xj + yzk, M_0(2, 2, 2).$
 9.18. $a(M) = (x + y)i + xyzj - xk, M_0(4, 1, -3).$
 9.19. $a(M) = xzi + (x - y)j + x^2zk, M_0(1, 1, -2).$
 9.20. $a(M) = (x - z)i + xyj + y^2zk, M_0(2, 2, 1).$
 9.21. $a(M) = (x - z)i + xyzj + xk, M_0(-2, 2, 1).$
 9.22. $a(M) = (y - z)i + yj - z^2k, M_0(-1, 2, 1).$
 9.23. $a(M) = (x - y)i - xj + xzk, M_0(0, 2, -2).$
 9.24. $a(M) = (x - z)i - yj + xyk, M_0(1, -1, 0).$
 9.25. $a(M) = x^2i - xy^2j + z^2k, M_0(0, 1, -2).$
 9.26. $a(M) = xyi + yzj + xzk, M_0(2, 0, 3).$
 9.27. $a(M) = xy^2i + yz^2j - x^2k, M_0(1, -2, 0).$
 9.28. $a(M) = xzi + zj + yzk, M_0(3, 0, 1).$
 9.29. $a(M) = xyi + xyzj - xk, M_0(-1, 0, 3).$
 9.30. $a(M) = yzi - z^2j + xyzk, M_0(2, 1, -1).$

10. Выяснить, является ли векторное поле $a(M)$ соленоидальным, потенциальным или гармоническим.

- 10.1. $a(M) = (yz - 2x)i + (xz + zy)j + xyk.$
 10.2. $a(M) = yzi + xzj + xyk.$
 10.3. $a(M) = 6xyi + (3x^2 - 2y)j + zk.$
 10.4. $a(M) = (2x - yz)i + (2x - xy)j + yzk.$
 10.5. $a(M) = (y - z)i + 3xyzj + (z - x)k.$
 10.6. $a(M) = (y - z)i + (x + z)j + (x^2 - y^2)k.$
 10.7. $a(M) = (x + y)i - 2xzj - 3(y + z)k.$
 10.8. $a(M) = (yz - 2x)i + (xz + 2y)j + xyk.$
 10.9. $a(M) = (x^2 - z^2)i - 3xyj + (y^2 + z^2)k.$
 10.10. $a(M) = 2xyzi - y(yz + 1)j + zk.$
 10.11. $a(M) = 2x - 3yi + 2xyj - z^2k.$
 10.12. $a(M) = (x^2 - y^2)i + (y^2 - z^2)j + (z^2 - x^2)k.$
 10.13. $a(M) = z^2i + (xz + y)j + x^2yk.$

- 10.14. $a(M) = xy(3x - 4y)i + x^2(x - 4y)j + 3z^2k$.
- 10.15. $a(M) = 6x^2i + 3\cos(3x + 2z)j + \cos(3y + 2z)k$.
- 10.16. $a(M) = (x + y)i + (z - y)j + 2(x + z)k$.
- 10.17. $a(M) = 3(x - z)i + (x^2 - y^2)j + 3zk$.
- 10.18. $a(M) = (2x - yz)i + (xz - 2y)j + 2xyzk$.
- 10.19. $a(M) = 3x^2i + 4(x - y)j + (x - z)k$.
- 10.20. $a(M) = yzi + (x - y)j + z^2k$.
- 10.21. $a(M) = (y + z)i + (x + z)j + (x + y)k$.
- 10.22. $a(M) = 3x^2yi - 2xy^2j - 2xyzk$.
- 10.23. $a(M) = (x + y)i - 2(y + z)j + (z - x)k$.
- 10.24. $a(M) = x^2zi + y^2j - xz^2k$.
- 10.25. $a(M) = (x + y)i + (y + z)j + (x + z)k$.
- 10.26. $a(M) = \frac{x}{y}i + \frac{y}{z}j + \frac{z}{x}k$.
- 10.27. $a(M) = yzi + xzj + xyk$.
- 10.28. $a(M) = (y - z)i + (z - x)j + (x - y)k$.
- 10.29. $a(M) = (\alpha - \beta)xi + (\gamma - \alpha)yj + (\beta - \gamma)zk$
- 10.30. $a(M) = x^2yi - 2xy^2j + 2xyzk$.

10. РЯДЫ

1. Найти сумму ряда.

$$1.1. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{90}{n^2 - 5n + 4}$$

$$1.2. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 7n + 10}$$

$$1.3. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{18}{n^2 - 13n + 40}$$

$$1.4. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}$$

$$1.5. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 5n + 4}$$

$$1.6. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 11n + 28}$$

$$1.7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{36}{n^2 + 7n + 10}$$

$$1.8. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{54}{n^2 + n - 2}$$

$$1.9. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 9n + 18}$$

$$1.10. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{54}{n^2 - 11n + 28}$$

$$1.11. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{18}{n^2 - n - 2}$$

$$1.12. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 7n + 10}$$

1.13.
$$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{72}{n^2 - 9n + 18}$$

1.14.
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{36}{n^2 + n - 2}$$

1.15.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 6n + 8}$$

1.16.
$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{10}{n^2 - 6n + 8}$$

1.17.
$$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 10n + 24}$$

1.18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 5n + 4}$$

1.19.
$$\sum_{n=4}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 4n + 3}$$

1.20.
$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{60}{n^2 - 8n + 15}$$

1.21.
$$\sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$$

1.22.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{16}{n^2 + 4n + 3}$$

1.23.
$$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{48}{n^2 - 6n + 8}$$

1.24.
$$\sum_{n=8}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 12n + 35}$$

1.25.
$$\sum_{n=10}^{\infty} \frac{30}{n^2 - 14n + 48}$$

1.26.
$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 4n + 3}$$

1.27.
$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 10n + 24}$$

1.28.
$$\sum_{n=9}^{\infty} \frac{36}{n^2 - 12n + 35}$$

1.29.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{24}{n^2 + 4n + 3}$$

1.30.
$$\sum_{n=6}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}$$

2. Найти сумму ряда.

2.1.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$$

2.2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$$

2.3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{12^n}$$

2.4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n + 3^n}{21^n}$$

2.5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 5^n}{15^n}$$

2.6.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+5)(2n+7)}$$

2.7.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$$

2.8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$$

2.9.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 8^n}{24^n}$$

2.10.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 3^n}{21^n}$$

2.11.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 3^n}{15^n}$$

2.12.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n+4)}$$

2.13.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$$

2.14.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}$$

2.15.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n - 3^n}{24^n}$$

2.16.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n - 2^n}{14^n}$$

2.17.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{10^n}$$

2.18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)(3n+5)}$$

2.19.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$$

2.20.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+6)}$$

2.21.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n - 2^n}{18^n}$$

2.22.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n + 5^n}{20^n}.$$

2.25.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}.$$

2.28.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 4^n}{20^n}.$$

2.23.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n - 2^n}{10^n}.$$

2.26.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+7)(2n+9)}.$$

2.29.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}.$$

2.24.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{14^n}.$$

2.27.
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}.$$

2.30.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

3. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

3.1.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}.$$

3.4.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}.$$

3.7.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{2\pi}{3^n}.$$

3.10.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n/2}}{n!}.$$

3.13.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+2)!}{n^5}.$$

3.16.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n-1}{5^n(n+1)!}.$$

3.19.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{8}\right)^n \left(\frac{1}{n}\right)^7.$$

3.22.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}.$$

3.25.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}.$$

3.2.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+1)!}.$$

3.5.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^3}{(2n)!}.$$

3.8.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(2n-1)}.$$

3.11.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n} \cdot 2^n}.$$

3.14.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}.$$

3.17.
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{5^n}.$$

3.20.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)}{(n+1)!}.$$

3.23.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n+3)!}.$$

3.26.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}.$$

3.3.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdots (4n-3)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}.$$

3.6.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}.$$

3.9.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdots (5n-3)}.$$

3.12.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n(n+3)!}.$$

3.15.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n-4)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$$

3.18.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n n^7.$$

3.21.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 7 \cdot 13 \cdots (6n-5)}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots (n+1)}.$$

3.24.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n-1)}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdots (4n-1)}.$$

3.27.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdots (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdots (2n+3)}.$$

$$3.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-1}{\sqrt{n \cdot 7^n}}.$$

$$3.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{3^n}.$$

$$3.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{n!}.$$

4. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+2))^n}.$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)/n)^{n^2}}{5^n}.$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{2^n} \right)^{3n}.$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n+1} \right)^n.$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n}.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n+8}{3n^2-2} \right)^n.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{((n+1)/n)^{n^2}}.$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{5^n} \right)^n.$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n-1} \right)^{2n}.$$

$$4.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^3}.$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n/(n+1))^{n^2}}{2^n}.$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(\ln(n+5))^2}.$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}.$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}.$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n.$$

$$4.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3^n} \right)^n.$$

$$4.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}.$$

$$4.21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+5}{6n^2-3n-1} \right)^{n^2}.$$

$$4.22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}.$$

$$4.23. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}.$$

$$4.24. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-n-1}{7n^2+3n+4} \right)^n.$$

$$4.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{\left(\frac{n+1}{n} \right)^n}.$$

$$4.26. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^{5n}.$$

$$4.27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2n+1} \right)^n.$$

$$4.28. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n} \right)^{n^2}.$$

$$4.29. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^n.$$

$$4.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}.$$

5. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(4+9n)^5}}.$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+n}{9+n^2-2n}.$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[8]{(7n-5)^3}}.$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln(n+2)}.$$

$$5.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[6]{(2n+3)^7}}.$$

$$5.11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n^2+1} \right)^2.$$

$$5.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\ln^3(2n+1)}.$$

$$5.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)\ln^2(3n+4)}.$$

$$5.17. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7+n}{49+n^2} \right)^2.$$

$$5.19. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

$$5.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6+n}{36+n^2}.$$

$$5.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n-1)^4}}.$$

$$5.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+5)\ln(10n+5)}.$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}.$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\ln(n+4)\ln(\ln(n+4))}.$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n)\ln^3(3+8n)}.$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(10n+3)\ln^2(10n+3)}.$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln(n+5)\ln(\ln(n+5))}.$$

$$5.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)\ln(3n+2)}.$$

$$5.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}.$$

$$5.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(7n-5)^5}}.$$

$$5.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\ln(3n-1)}.$$

$$5.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(5n-2)\ln(5n-2)}.$$

$$5.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[7]{(3+7n)^{10}}}.$$

$$5.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}.$$

$$5.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln(n+3)\ln(\ln(n+3))}.$$

$$5.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(4n-3)^3}}.$$

$$5.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+2n)\ln^5(3+2n)}.$$

$$5.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{4+n^2-n}.$$

$$5.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(9n-4)\ln^2(9n-4)}.$$

6. Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд.

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)3^n}.$$

$$6.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3\sqrt{n}}.$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n}.$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n}.$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n^2+1}.$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n+5}{3n-1}.$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}.$$

$$6.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}.$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$6.14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{6n+5}.$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}.$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{\ln(n+1)}.$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$6.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}.$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

$$6.21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+1) \cdot 3^n}.$$

$$6.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n+1)n}.$$

$$6.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

$$6.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{2n+7} \right)^n.$$

$$6.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(3n-2)!}.$$

$$6.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right).$$

$$6.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1}.$$

$$6.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 3^n}{(2n+1)^n}.$$

$$6.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}.$$

$$6.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+5}{3^n}.$$

7. Исследовать на условную и абсолютную сходимость знакочередующийся ряд.

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}.$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}.$$

$$7.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(\ln(n+1))^n}.$$

$$7.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

$$7.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)!}.$$

$$7.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{(n+1)^{3/2}}.$$

$$7.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}.$$

$$7.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}.$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{9n-1}.$$

$$7.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(5n+1)^n}.$$

$$7.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{n^2+1}.$$

$$7.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}.$$

$$7.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin^n \frac{\pi}{6n}.$$

$$7.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-3}{n^2-1}.$$

$$7.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4n}{5n+1} \right)^n.$$

$$7.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)!}.$$

$$7.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 2^n}.$$

$$7.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3^n}.$$

$$7.21. \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}.$$

$$7.23. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}.$$

$$7.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n} \sqrt[5]{(n+1)^3}}.$$

$$7.27. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$7.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{7^n}.$$

$$7.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(n+1)}.$$

$$7.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n}{n^4}.$$

$$7.22. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n^3}.$$

$$7.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+1}.$$

$$7.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln n)^2}.$$

$$7.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln n}.$$

$$7.30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{12^n}.$$

8. Найти область сходимости ряда.

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}.$$

$$8.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n}.$$

$$8.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

$$8.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n}.$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}}.$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}}.$$

$$8.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}}.$$

$$8.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n}.$$

$$8.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}.$$

$$8.17. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1}.$$

$$8.6. \sum_{n=1}^{\infty} (\ln x)^n.$$

$$8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

$$8.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2+1)}.$$

$$8.15. \sum_{n=1}^{\infty} (n(n+1)x^n).$$

$$8.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^{n-1}}{2^{n-1} \cdot 3^n}.$$

$$8.19. \sum_{n=1}^{\infty} (\lg x)^n.$$

$$8.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n}.$$

$$8.21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}.$$

$$8.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}.$$

$$8.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n^2 + 1}.$$

$$8.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$8.25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}}.$$

$$8.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

$$8.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}}.$$

$$8.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^{n+1}}{n^3}.$$

$$8.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}.$$

9. Найти область сходимости ряда.

$$9.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

$$9.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1} \sqrt{n^2+1}}.$$

$$9.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} \cdot n^n}.$$

$$9.4. \sum_{n=0}^{\infty} 2n^2 (x+2)^{n^2}.$$

$$9.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

$$9.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}.$$

$$9.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$9.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+10)^n}{n^n}.$$

$$9.9. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

$$9.10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}.$$

$$9.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

$$9.12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln^3(n+1)}}{n+1} (x+1)^n.$$

$$9.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln(1+1/n)}.$$

$$9.14. \sum_{n=0}^{\infty} (2-x)^n \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

$$9.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n}.$$

$$9.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3-2x)^n}{n - \ln^2 n}.$$

$$9.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2}.$$

$$9.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^n}{n^2}.$$

$$9.21. \sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n.$$

$$9.23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}.$$

$$9.25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{(n+1)\ln(n+1)}.$$

$$9.27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}.$$

$$9.29. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)^{2n}(x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}.$$

$$9.18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3-2x)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}.$$

$$9.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}.$$

$$9.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1) \cdot 2^n}.$$

$$9.24. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[3]{n+2}}{n+1} (x-2)^n.$$

$$9.26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-3)^n}{(n+1)\ln(n+1)}.$$

$$9.28. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-5)^n}{n \cdot 3^n}.$$

$$9.30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}.$$

10. Найти сумму ряда.

$$10.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n(n+1)}.$$

$$10.4. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n+1}.$$

$$10.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{nx^{3n-3}}.$$

$$10.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+3}}{n(n+1)}.$$

$$10.13. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^3)^n}{n+1}.$$

$$10.16. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^2)^n}{n+1}.$$

$$10.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{nx^{5n-5}}.$$

$$10.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+5}}{n(n+1)}.$$

$$10.8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^5)^n}{n+1}.$$

$$10.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{nx^{2n-2}}.$$

$$10.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^{n-1} x}{n}.$$

$$10.17. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos^n x}{n+1}.$$

$$10.3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)x^{5n}}.$$

$$10.6. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+3}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$10.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^4)^{n-1}}{n}.$$

$$10.12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)x^{2n}}.$$

$$10.15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+4}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$10.18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)x^n}.$$

$$10.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{nx^{4n-4}}.$$

$$10.22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

$$10.25. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(1-x^4)^n}{n+1}.$$

$$10.28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n-1}}{nx^{n-1}}.$$

$$10.20. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)x^{4n}}.$$

$$10.23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+6}}{(n+1)(x+2)}.$$

$$10.26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^5)^{n-1}}{n}.$$

$$10.29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^2)^{n-1}}{n}.$$

$$10.21. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)(x+2)}.$$

$$10.24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-x^5)^{n-1}}{n}.$$

$$10.27. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{3n}}.$$

$$10.30. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{(n+1)(x+2)}.$$

11. Найти сумму ряда.

$$11.1. \sum_{n=2}^{\infty} (n+1)x^{n-2}.$$

$$11.4. \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n}.$$

$$11.7. \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^{3n}.$$

$$11.10. \sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{4n}.$$

$$11.13. \sum_{n=0}^{\infty} (n+4)x^{5n}.$$

$$11.16. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)x^{n-1}.$$

$$11.19. \sum_{n=2}^{\infty} nx^{n-2}.$$

$$11.22. \sum_{n=2}^{\infty} (n+4)x^{n-2}.$$

$$11.25. \sum_{n=2}^{\infty} (n+3)x^{n-2}.$$

$$11.2. \sum_{n=3}^{\infty} (n+1)x^{n-3}.$$

$$11.5. \sum_{n=3}^{\infty} (n+2)x^{n-3}.$$

$$11.8. \sum_{n=3}^{\infty} (n+3)x^{n-3}.$$

$$11.11. \sum_{n=3}^{\infty} (n+4)x^{n-3}.$$

$$11.14. \sum_{n=1}^{\infty} (n+5)x^{n-1}.$$

$$11.17. \sum_{n=1}^{\infty} (n+4)x^{n-1}.$$

$$11.20. \sum_{n=1}^{\infty} (n+3)x^{n-1}.$$

$$11.23. \sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}.$$

$$11.26. \sum_{n=0}^{\infty} (n+5)x^{6n}.$$

$$11.3. \sum_{n=1}^{\infty} nx^{6n}.$$

$$11.6. \sum_{n=1}^{\infty} nx^{5n}.$$

$$11.9. \sum_{n=1}^{\infty} nx^{4n}.$$

$$11.12. \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{3n+3}.$$

$$11.15. \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n+2}.$$

$$11.18. \sum_{n=0}^{\infty} (n+5)x^{2n}.$$

$$11.21. \sum_{n=0}^{\infty} (n+4)x^{3n}.$$

$$11.24. \sum_{n=0}^{\infty} (n+3)x^{4n}.$$

$$11.27. \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)x^{5n}.$$

$$11.28. \sum_{n=2}^{\infty} (n+2)x^{n-2}.$$

$$11.29. \sum_{n=0}^{\infty} (n+6)x^{7n}.$$

$$11.30. \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{6n}.$$

12. Разложить функцию в ряд Маклорена.

$$12.1. x\sqrt[3]{27-2x}.$$

$$12.2. 6/(8+2x-x^2).$$

$$12.3. 5/(6+x-x^2).$$

$$12.4. (\sin 3x)/x - \cos 3x$$

$$12.5. \ln(1-x-12x^2).$$

$$12.6. \ln(1+x-12x^2).$$

$$12.7. 5/(6-x-x^2).$$

$$12.8. (\arcsin x)/x - 1.$$

$$12.9. (\operatorname{arctg} x)/x.$$

$$12.10. \ln(1-x-20x^2).$$

$$12.11. x^2\sqrt{4-3x}.$$

$$12.12. \sqrt[4]{16-5x}.$$

$$12.13. (x-1)\operatorname{ch} x.$$

$$12.14. 2x\sin^2(x/2) - x.$$

$$12.15. (2-e^x)^2.$$

$$12.16. 1/\sqrt[4]{16-3x}.$$

$$12.17. x/\sqrt{4-5x}.$$

$$12.18. 9/(20-x-x^2).$$

$$12.19. (3+e^{-x})^2.$$

$$12.20. 2x\cos^2(x/2) - x.$$

$$12.21. \ln(1-x-6x^2).$$

$$12.22. 7/(12-x-x^2).$$

$$12.23. 7/(12+x-x^2).$$

$$12.24. (\operatorname{sh} 2x)/x - 2.$$

$$12.25. \ln(1+2x-8x^2).$$

$$12.26. \ln(1+x-6x^2).$$

$$12.27. x/\sqrt[3]{27-2x}.$$

$$12.28. (x-1)\operatorname{sh} x.$$

$$12.29. (\operatorname{ch} 3x - 1)/x^2.$$

$$12.30. (x-1)\sin 5x.$$

13. Вычислить интеграл с точностью до 0,001.

$$13.1. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$$

$$13.2. \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x^2}{x^2} dx.$$

$$13.3. \int_0^1 \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} \right) dx.$$

$$13.4. \int_0^{25} \frac{e^{-2x^2}}{\sqrt{x}} dx.$$

$$13.5. \int_0^{0,8} \frac{1-\cos x}{x} dx.$$

$$13.6. \int_0^{0,5} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

$$13.7. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$$

$$13.8. \int_0^1 \sin x^2 dx.$$

$$13.9. \int_0^{0,4} \sqrt{1-x^3} dx.$$

$$13.10. \int_0^1 \sqrt[3]{1+x^2/4} dx.$$

$$13.11. \int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$13.12. \int_0^{0,5} e^{-x^2} dx.$$

$$13.13. \int_0^{0,5} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

$$13.14. \int_0^1 \cos \sqrt[3]{x} dx.$$

$$13.15. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$13.16. \int_0^{0,5} \ln(1+x^3) dx.$$

$$13.19. \int_0^1 x^2 \sin x dx.$$

$$13.22. \int_0^1 e^{-x^2/2} dx.$$

$$13.25. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^2} dx.$$

$$13.28. \int_0^{0,5} \frac{dx}{1+x^5}.$$

$$13.17. \int_0^{0,25} \ln(1+\sqrt{x}) dx.$$

$$13.20. \int_0^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{2}\right) dx.$$

$$13.23. \int_0^{0,2} \sqrt{x} e^{-x} dx.$$

$$13.26. \int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx.$$

$$13.29. \int_0^{0,2} \sqrt{x} \cos x dx.$$

$$13.18. \int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx.$$

$$13.21. \int_0^{0,5} x^2 \cos 3x dx.$$

$$13.24. \int_0^{0,5} \ln(1+x^2) dx.$$

$$13.27. \int_0^{0,4} \sqrt{x} e^{-x/4} dx.$$

$$13.30. \int_{0,3}^{0,5} \frac{1+\cos x}{x^2} dx.$$

14. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$.

14.1.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 2x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.3.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3 - x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.5.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 2 + x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.7.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 1 - 4x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.9.

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.2.

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.4.

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.6.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ (\pi - x)/2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.8.

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.10.

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.11.

$$f(x) = \begin{cases} x/3 - 3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.13.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/2 + 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.15.

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.17.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3x - 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.19.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.21.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/4, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.23.

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.25.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x - 1, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.27.

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.29.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 6x - 5, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.12.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 3 - 8x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.14.

$$f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.16.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 11, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.18.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4 - 9x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.20.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ x/5 - 2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.22.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 10x - 3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.24.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.26.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ 4x - 3, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

14.28.

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1/2, & -\pi \leq x \leq 0, \\ 0, & 0 < x \leq \pi. \end{cases}$$

14.30.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0, \\ \pi/4 - x/2, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

15. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$, заданную в интервале $(0; \pi)$, продолжив ее четным и нечетным образом.

15.1. $f(x) = (x+1)^2$. **15.2.** $f(x) = ch(x/\pi)$.

15.3. $f(x) = chx$. **15.4.** $f(x) = e^{-3x}$.

15.5. $f(x) = (2x-1)^2$. **15.6.** $f(x) = e^{-2x/3}$.

15.7. $f(x) = 6^{x/4}$. **15.8.** $f(x) = e^{-x/4}$.

15.9. $f(x) = x^2$. **15.10.** $f(x) = 7^{-x/7}$.

15.11. $f(x) = e^{4x}$. **15.12.** $f(x) = (x-\pi)^2$.

15.13. $f(x) = e^{2x}$. **15.14.** $f(x) = ch(x/2)$.

15.15. $f(x) = e^{4x/3}$. **15.16.** $f(x) = e^{-x}$.

15.17. $f(x) = sh2x$. **15.18.** $f(x) = (x-5)^2$.

15.19. $f(x) = 5^{-x}$. **15.20.** $f(x) = 10^{-x}$.

15.21. $f(x) = e^x$. **15.22.** $f(x) = (x-2)^2$.

15.23. $f(x) = sh3x$. **15.24.** $f(x) = 2^x$.

15.25. $f(x) = ch4x$. **15.26.** $f(x) = 4^{x/3}$.

15.27. $f(x) = x^2 + 1$. **15.28.** $f(x) = sh(x/5)$.

15.29. $f(x) = (x-1)^2$. **15.30.** $f(x) = 3^{-x/2}$.

16. Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию $f(x)$ с периодом $T = 2l$.

16.1. $f(x) = 1 - |x|$, $-3 < x < 3$, $l = 3$. **16.2.** $f(x) = 5x - 1$, $-1 < x < 1$, $l = 5$.

16.3. $f(x) = 2x - 3$, $-3 < x < 3$, $l = 3$. **16.4.** $f(x) = e^x$, $-2 < x < 2$, $l = 2$.

16.5. $f(x) = 2x$, $-1 < x < 1$, $l = 1$. **16.6.** $f(x) = |x| - 3$, $-4 < x < 4$, $l = 4$.

16.7. $f(x) = 3 - |x|$, $-5 < x < 5$, $l = 5$. **16.8.** $f(x) = |x|$, $-1 < x < 1$, $l = 1$.

16.9. $f(x) = 1 + x$, $-1 < x < 1$, $l = 1$. **16.10.** $f(x) = 4x - 3$, $-5 < x < 5$, $l = 5$.

16.11.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \end{cases} l = 2.$$

16.13.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 3/2, \\ -1, & 3/2 < x < 3, \end{cases} l = 3.$$

16.15.

$$f(x) = 3-x, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2.$$

16.17.

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -4 < x < 0, \\ 1, & x = 0, \\ 2, & 0 < x < 4, \end{cases} l = 4.$$

16.19.

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, \\ x/2, & 0 < x < 2, \end{cases} l = 2.$$

16.21.

$$f(x) = 2x+2, \quad -1 < x < 3, \quad l = 2.$$

16.23.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 3, \end{cases} l = 3.$$

16.25.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ 2, & 0 < x < 2, \end{cases} l = 2.$$

16.27.

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x < 2, \\ 3-x, & 2 \leq x \leq 3, \end{cases} l = 3.$$

16.29.

$$f(x) = |x|-5, \quad -2 < x < 2, \quad l = 2.$$

16.12.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ 1/2, & x = 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases} l = 1.$$

16.14.

$$f(x) = \begin{cases} -1/2, & -6 < x < 0, \\ 1, & 0 < x < 6, \end{cases} l = 6.$$

16.16.

$$f(x) = 10-x, \quad 5 < x < 15, \quad l = 5.$$

16.18.

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 < x < 0, \\ 2, & x = 0, \\ 4, & 0 < x < 2, \end{cases} l = 2.$$

16.20.

$$f(x) = \begin{cases} -2, & -4 < x < 0, \\ -1/2, & x = 0, \\ 1+x, & 0 < x < 4, \end{cases} l = 4.$$

16.22.

$$f(x) = x, \quad 1 < x < 3, \quad l = 1.$$

16.24.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ -1, & 1 < x < 2, \end{cases} l = 1.$$

16.26.

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \end{cases} l = 1.$$

16.28.

$$f(x) = \begin{cases} 3, & -3 < x < 0, \\ 3/2, & x = 0, \\ -x, & 0 < x < 3, \end{cases} l = 3.$$

16.30.

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 < x < -1, \\ 1, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2-x, & 1 < x < 2, \end{cases} l = 2.$$

11. ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Найти все значения корня.

- | | | |
|--|---------------------------------------|---|
| 1.1. $\sqrt[4]{-8+i8\sqrt{3}}$. | 1.2. $\sqrt[4]{-1/16}$. | 1.3. $\sqrt[3]{i}$. |
| 1.4. $\sqrt[4]{1/16}$. | 1.5. $\sqrt[3]{i/8}$. | 1.6. $\sqrt[3]{-1}$. |
| 1.7. $\sqrt[3]{-1/8}$. | 1.8. $\sqrt[3]{-1/(8i)}$. | 1.9. $\sqrt[4]{\frac{1+i\sqrt{3}}{32}}$. |
| 1.10. $\sqrt[4]{1/256}$. | 1.11. $\sqrt[3]{27}$. | 1.12. $\sqrt[4]{16}$. |
| 1.13. $\sqrt[4]{256}$. | 1.14. $\sqrt[3]{i/27}$. | 1.15. $\sqrt[3]{-8i}$. |
| 1.16. $\sqrt[3]{1}$. | 1.17. $\sqrt[3]{1/8}$. | 1.18. $\sqrt[4]{\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}}$. |
| 1.19. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$. | 1.20. $\sqrt[4]{-8-i8\sqrt{3}}$. | 1.21. $\sqrt[4]{1}$. |
| 1.22. $\sqrt[3]{-16}$. | 1.23. $\sqrt[4]{-128+i128\sqrt{3}}$. | 1.24. $\sqrt[3]{-i}$. |
| 1.25. $\sqrt[3]{8i}$. | 1.26. $\sqrt[4]{-128-i128\sqrt{3}}$. | 1.27. $\sqrt[3]{8}$. |
| 1.28. $\sqrt[3]{-8}$. | 1.29. $\sqrt[3]{-i27}$. | 1.30. $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{32}}$. |

2. Представить в алгебраической форме.

- | | | |
|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 2.1. $ch(1+\pi i)$. | 2.2. $Ln(-1-i)$. | 2.3. $cos(\pi/6+2i)$. |
| 2.4. $cos(\pi/3+3i)$. | 2.5. $Ln(1-i)$. | 2.6. $ch(2+\pi i/2)$. |
| 2.7. $ch(2-\pi i/6)$. | 2.8. l^{2i} | 2.9. $cos(\pi/4+i)$. |
| 2.10. $cos(\pi/6-i)$. | 2.11. i^{3i} | 2.12. $ch(1-\pi i)$. |
| 2.13. $(-i)^{5i}$ | 2.14. $(-i)^{4i}$ | 2.15. $cos(\pi/4-2i)$. |
| 2.16. $Ln 6$. | 2.17. $sh(2+\pi i/4)$. | 2.18. $sin(\pi/6-3i)$. |
| 2.19. $Ln(1+i)$. | 2.20. $sin(\pi/3+i)$. | 2.21. $sh(1-\pi i/3)$. |
| 2.22. $Ln(\sqrt{3}+i)$. | 2.23. $sh(1+\pi i/2)$. | 2.24. $sin(\pi/3-2i)$. |
| 2.25. $Ln(1+\sqrt{3}i)$. | 2.26. $Ln(-1+i)$. | 2.27. $sh(2-\pi i)$. |
| 2.28. $sin(\pi/2-5i)$. | 2.29. $sh(3+\pi i/6)$. | 2.30. $ch(3+\pi i/4)$. |

3. Представить в алгебраической форме.

3.1. $\operatorname{Arccos}(-5)..$

3.4. $\omega = \sin \frac{i}{z}$, при $z = \frac{8+2\pi i}{\pi^2+16}$.

3.7. $\operatorname{Arth} \left(\frac{3+i2\sqrt{3}}{7} \right).$

3.10. $\operatorname{Arctg} \left(\frac{3\sqrt{3}+8i}{7} \right).$

3.13. $(-12+5i)^{-i}$

3.16. $\operatorname{Arctg} \left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{3} \right).$

3.19. $\operatorname{Arth} \left(\frac{3+i2\sqrt{3}}{3} \right).$

3.22. $(-1-i)^{4i}$

3.25. $\operatorname{Arctg} \left(\frac{3+4i}{5} \right).$

3.28. $\operatorname{Arth} \left(\frac{4-3i}{5} \right).$

3.2. $\operatorname{Arctg} \left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{7} \right).$

3.5. $\operatorname{Arsh}(-4i).$

3.8. $\omega = e^{\frac{1}{z}}$, при $z = \frac{4+2\pi i}{\pi^2+4}$.

3.11. $\operatorname{Arth} \left(\frac{4+3i}{5} \right).$

3.14. $\operatorname{Arccos}(-3i).$

3.17. $\operatorname{Arcsin} 4.$

3.20. $\operatorname{Arth} \left(\frac{3-4i}{5} \right).$

3.23. $\cos \left(\frac{\pi}{2} - i \right).$

3.26. $\sin(\pi/4+i).$

3.29. $\operatorname{Arcctg} \left(\frac{8+i3\sqrt{3}}{7} \right).$

3.3. $\operatorname{Arth} \left(\frac{3-i2\sqrt{3}}{7} \right).$

3.6. $(-\sqrt{3}+i)^{-6i}.$

3.9. $\operatorname{Arcctg} \left(\frac{2\sqrt{3}+3i}{7} \right).$

3.12. $\omega = chiz$,
при $z = \pi/4 + 2i.$

3.15. $(4-3i)^i.$

3.18. $\operatorname{Arch}(-2).$

3.21. $\operatorname{Arcctg} \left(\frac{4+3i}{5} \right).$

3.24. $sh \left(1 - \frac{\pi}{2}i \right).$

3.27. $\operatorname{Arch}(3i).$

3.30. $\operatorname{Arctg} \left(\frac{3\sqrt{3}-8i}{7} \right).$

4. Вычертить область, заданную неравенствами.

- 4.1. $|z+i| < 2, 0 < \operatorname{Re} z \leq 1.$ 4.2. $|z-1-i| < 1, |\arg z| \leq \pi/4.$
 4.3. $|z-i| \leq 2, 0 < \operatorname{Im} z < 2.$ 4.4. $|z| < 2, -\pi/4 \leq \arg(z-1) \leq \pi/4.$
 4.5. $|\operatorname{Re} z| \leq 1, |\operatorname{Im} z| < 2.$ 4.6. $|z| \leq 1, \arg(z+1) > \pi/4.$
 4.7. $|z-1| \leq 1, |z+1| > 2.$ 4.8. $1 < |z-1| \leq 2, \operatorname{Im} z \geq 0, \operatorname{Re} z < 1.$
 4.9. $|z-i| \leq 2, \operatorname{Re} z > 1.$ 4.10. $1 \leq |z-i| < 2, \operatorname{Re} z \leq 0, \operatorname{Im} z > 1.$
 4.11. $|z+1| < 1, |z-i| \leq 1.$ 4.12. $z\bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z > -1.$
 4.13. $|z-i| \leq 1, 0 < \arg z < \pi/4.$ 4.14. $1 < z\bar{z} < 2, \operatorname{Re} z \leq 0, 0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1.$
 4.15. $|z+i| > 1, -\pi/4 \leq \arg z < 0.$ 4.16. $|z-1| < 1, \arg z \leq \pi/4, \arg(z-1) > \pi/4.$
 4.17. $|z-1-i| \leq 1, \operatorname{Im} z > 1, \operatorname{Re} z \geq 1$ 4.18. $|z-i| < 1, \arg z \geq \pi/4, \arg(z+1-i) \leq \pi/4$
 4.19. $|z-1+i| \geq 1, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z \leq -1$ 4.20. $|z-2-i| \geq 1, 1 \leq \operatorname{Re} z < 3, 0 < \operatorname{Im} z \leq 3$
 4.21. $|z-2-i| \leq 2, \operatorname{Re} z \geq 3, \operatorname{Im} z < 1$ 4.22. $|z| < 2, \operatorname{Re} z \geq 1, \arg z < \pi/4.$
 4.23. $|z+i| \geq 1, |z| < 2.$ 4.24. $|z| > 1, -1 < \operatorname{Im} z \leq 1, 0 < \operatorname{Re} z \leq 2.$
 4.25. $|z+1| \geq 1, |z+i| < 1.$ 4.26. $|z-1| > 1, -1 \leq \operatorname{Im} z < 0, 0 \leq \operatorname{Re} z < 3.$
 4.27. $|z+i| \leq 2, |z-i| > 2.$ 4.28. $|z+i| < 1, 3\pi/4 \leq \arg z \leq -\pi/4.$
 4.29. $z\bar{z} \leq 2, \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > -1.$ 4.30. $|z-i| \leq 1, -\pi/2 < \arg(z-i) < \pi/4.$

5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию

$f(z)$ по заданной действительной $u(x, y)$ или мнимой $v(x, y)$ части и значению $f(z_0)$.

- 5.1. $v = e^{-y} \sin x, f(0) = 1.$ 5.2. $u = y - 2xy, f(0) = 0.$
 5.3. $u = x/(x^2 + y^2) + x, f(1) = 2.$ 5.4. $u = x^2 - y^2 - 2x + 1, f(0) = 1.$
 5.5. $u = -2xy - 2y, f(0) = i.$ 5.6. $v = 2xy + y, f(0) = 0.$
 5.7. $u = x^3 - 3xy^2 - x, f(0) = 0.$ 5.8. $v = e^x(x \cos y - y \sin y), f(0) = 0.$
 5.9. $v = x^2 - y^2 + 2x + 1, f(0) = i$ 5.10. $v = 2xy + 2x, f(0) = 0.$
 5.11. $v = 3x^2 y - y^3 - y, f(0) = 0$ 5.12. $u = x^3 - 3xy^2 + y, f(0) = 1.$
 5.13. $v = 3x^2 y - y^3, f(0) = 1.$ 5.14. $u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y, f(0) = 2.$
 5.15. $u = 1 - \sin y \cdot e^x, f(0) = 1 + i.$ 5.16. $v = e^{-y} \sin x + y, f(0) = 1.$
 5.17. $v = 1 - \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1) = 1 + i.$ 5.18. $v = -\frac{y}{(x+1)^2 + y^2}, f(0) = 1.$
 5.19. $v = e^x(y \cos y + x \sin y), f(0) = 0.$ 5.20. $u = e^{-y} \cos x, f(0) = 1$

$$5.21. u = x^2 - y^2 - 2y, f(0) = 0.$$

$$5.22. v = \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \sin y, f(0) = 2.$$

$$5.23. u = \frac{x}{x^2 + y^2}, f(1) = 1 + i.$$

$$5.24. u = e^{-y} \cos x + x, f(0) = 1.$$

$$5.25. v = e^x \cos y, f(0) = 1 + i.$$

$$5.26. u = \frac{x+1}{(x+1)^2 + y^2}, f(0) = 1.$$

$$5.27. v = y - \frac{y}{x^2 + y^2}, f(1) = 2.$$

$$5.28. v = x^2 - y^2 - x, f(0) = 0.$$

$$5.29. u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0.$$

$$5.30. v = 2xy - 2y, f(0) = 1.$$

6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой .

$$6.1. \int_{ABC} \operatorname{Re} \frac{\bar{z}}{z} dz; \quad AB: \{ |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0 \}, \quad BC - \text{отрезок}, \quad z_B = 1, \quad z_C = 2.$$

$$6.2. \int_{ABC} (z^2 + \cos z) dz; \quad ABC - \text{ломаная}, \quad z_A = 0, \quad z_B = 1, \quad z_C = i.$$

$$6.3. \int_L \frac{\bar{z}}{z} dz; \quad L - \text{граница области: } \{ 1 < |z| < 2, \operatorname{Re} z > 0 \}.$$

$$6.4. \int_{AB} (2z + 1) dz; \quad AB: \{ y = x^3, z_A = 0, z_B = 1 + i \}.$$

$$6.5. \int_{AB} z \bar{z} dz; \quad AB: \{ |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0 \}.$$

$$6.6. \int_L (\cos iz + 3z^2) dz; \quad L: \{ |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0 \}.$$

$$6.7. \int_L |z| dz; \quad L: \{ |z| = \sqrt{2}, 3\pi/4 \leq \arg z \leq 5\pi/4 \}.$$

$$6.8. \int_{ABC} (z^9 + 1) dz; \quad ABC - \text{ломаная}, \quad z_A = 0, \quad z_B = 1 + i, \quad z_C = i.$$

$$6.9. \int_{ABC} (ch z + \cos iz); \quad ABC - \text{ломаная}, \quad z_A = 0, \quad z_B = -1, \quad z_C = i.$$

$$6.10. \int_L |z| \bar{z} dz; \quad L: \{ |z| = 4, \operatorname{Re} z \geq 0 \}.$$

- 6.11. $\int_L (ch z + z) dz; L: \{|z|=1, Im z \leq 0\}$.
- 6.12. $\int_L |z| Re z^2 dz; L: \{|z|=R, Im z \geq 0\}$.
- 6.13. $\int_{AB} (3z^2 + 2z) dz; AB: \{y=x^2, z_A=0, z_B=1+i\}$.
- 6.14. $\int_L (z+1)e^z dz; L: \{|z|=1, Re z \geq 0\}$.
- 6.15. $\int_{AB} Im z^3 dz; AB$ – отрезок прямой, $z_A=0, z_B=2+2i$.
- 6.16. $\int_{AB} (z^2 + 7z + 1) dz; AB$ – отрезок прямой, $z_A=1, z_B=1-i$.
- 6.17. $\frac{1}{2i} \int_{|z|=R} \bar{z} dz$.
- 6.18. $\int_{ABC} (\sin z + z^5) dz; ABC$ – ломаная, $z_A=0, z_B=1, z_C=2i$.
- 6.19. $\int_{AB} z Im z^2 dz; AB$ – отрезок прямой, $z_A=0, z_B=1+i$.
- 6.20. $\int_L (z^3 + \sin z) dz; L: \{|z|=1, Re z \geq 0\}$.
- 6.21. $\int_L z |z| dz; L: \{|z|=1, Im z \geq 0\}$.
- 6.22. $\int_L z Re z^2 dz; L: \{|z|=R, Im z \geq 0\}$.
- 6.23. $\int_{ABC} (z^2 + 1) dz; ABC$ – ломаная, $z_A=0, z_B=-1+i, z_C=i$.
- 6.24. $\int_{AB} e^{|z|^2} Im z dz; AB$ – отрезок прямой, $z_A=1+i, z_B=0$.
- 6.25. $\int_L (\sin iz + z) dz; L: \{|z|=1, Re z \geq 0\}$.
- 6.26. $\int_{AB} z Re z^2 dz; AB$ – отрезок прямой, $z_A=0, z_B=1+2i$.

$$6.27. \int_{ABC} |z| dz; \text{ } ABC \text{ — ломаная, } z_A=0, z_B=-1+i, z_C=1+i.$$

$$6.28. \int_{AB} (12z^5 + 4z^3 + 1) dz; \text{ } AB \text{ — отрезок прямой, } z_A=1, z_B=i.$$

$$6.29. \int_{AB} \bar{z}^2 dz; \text{ } AB \text{ — отрезок прямой, } z_A=0, z_B=1+i.$$

$$6.30. \int_{ABC} z^3 e^{z^4} dz; \text{ } ABC \text{ — ломаная, } z_A=i, z_B=1, z_C=0.$$

7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z .

$$7.1. \frac{z+4}{2z^2+z^3-z^4}.$$

$$7.2. \frac{2z-16}{z^4+2z^3-8z^2}.$$

$$7.3. \frac{3z+18}{9z+3z^2-2z^3}.$$

$$7.4. \frac{5z+50}{25z+5z^2-2z^3}.$$

$$7.5. \frac{7z-98}{2z^3+7z^2-49z}.$$

$$7.6. \frac{3z+36}{18z^2+3z^3-z^4}.$$

$$7.7. \frac{4z+64}{32z^2+4z^3-z^4}.$$

$$7.8. \frac{5z-100}{z^4+5z^3-50z^2}.$$

$$7.9. \frac{9z+162}{81z+9z^2-2z^3}.$$

$$7.10. \frac{11z+242}{121z+11z^2-2z^3}.$$

$$7.11. \frac{13z-338}{2z^3+12z^2-169z}.$$

$$7.12. \frac{6z+144}{72z^2+6z^3-z^4}.$$

$$7.13. \frac{7z+196}{98z^2+7z^3-z^4}.$$

$$7.14. \frac{7z-256}{z^4+8z^3-128z^2}.$$

$$7.15. \frac{15z+450}{225z+15z^3-2z^3}.$$

$$7.16. \frac{3z-18}{2z^3+3z^2-9z}.$$

$$7.17. \frac{z+2}{z+z^2-2z^3}.$$

$$7.18. \frac{z-4}{z^4+z^3-2z^2}.$$

$$7.19. \frac{3z-36}{z^4+3z^3-18z^2}.$$

$$7.20. \frac{2z+16}{8z^2+2z^3-z^4}.$$

$$7.21. \frac{5z-50}{2z^3+5z^2-25z}.$$

$$7.22. \frac{9z-162}{2z^3+9z^2-81z}.$$

$$7.23. \frac{7z+98}{49z+7z^2-2z^3}.$$

$$7.24. \frac{4z-64}{z^4+4z^3-32z^3}.$$

$$7.25. \frac{6z-144}{z^4+6z^3-72z^2}.$$

$$7.26. \frac{5z+100}{50z^2+5z^3-z^4}.$$

$$7.27. \frac{11z-242}{2z^3+11z^2-121z}.$$

$$7.28. \frac{15z-450}{2z^3+15z^2-225z}.$$

$$7.29. \frac{13z+338}{169z+13z^2-2z^3}.$$

$$7.30. \frac{7z-196}{z^4+7z^3-98z^2}.$$

8. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

8.1. $\frac{\sin z}{z^3(1-\cos z)}$.

8.2. $\frac{\sin \pi z}{z^4-1} e^{1/z}$.

8.3. $\frac{e^z-1}{\sin \pi z}$.

8.4. $\frac{z^2}{(z^2-4)^2 \cos \frac{1}{z-2}}$.

8.5. $\frac{1}{z^2} + \sin \frac{1}{z^2}$.

8.6. $\frac{e^{1/z}}{(e^z-1)(1-z)^3}$.

8.7. $\frac{\sin \pi z}{(z^3-1)^2}$.

8.8. $\frac{\cos \frac{\pi}{2} z}{z^4-1}$.

8.9. $z^2 \sin \frac{1}{z}$.

8.10. $\frac{\sin 3z^2}{z(z^3+1)} e^{1/z}$.

8.11. $\operatorname{ctg} \frac{1}{z} - \frac{1}{z^2}$.

8.12. $\frac{\sin 3z}{z(1-\cos z)}$.

8.13. $\frac{2z-\sin 2z}{z^2(z^2+1)}$.

8.14. $\frac{\sin 3z}{z(1-\cos z)}$.

8.15. $\frac{\cos \pi z}{(4z^2-1)(z^2+1)}$.

8.16. $1/\cos z$.

8.17. $e^{1/z} / \sin(1/z)$.

8.18. $\operatorname{tg}^2 z$.

8.19. $\frac{e^z-1}{z^3(z+1)^2}$.

8.20. $z \operatorname{tg} z e^{1/z}$.

8.21. $\frac{z^2+1}{(z-i)^2(z^2+4)}$.

8.22. $\operatorname{tg} \frac{1}{z}$.

8.23. $\frac{(z+\pi) \sin \frac{\pi}{2} z}{z \sin^2 z}$.

8.24. $\operatorname{ctg} \frac{1}{z}$.

8.25. $\operatorname{ctg} \pi z$.

8.26. $\frac{1}{e^z-1}$.

8.27. $\frac{\sin \pi z}{(z-1)^3}$.

8.28. $\frac{\sin 3z-3 \sin z}{z(\sin z-z)}$.

8.29. $\frac{1}{\sin z^2}$.

8.30. $\frac{1}{e^z-1} - \frac{1}{z}$.

9. Вычислить интеграл.

9.1. $\oint_{|z|=2} z^2 \sin \frac{i}{z^2} dz$.

9.2. $\oint_{|z|=1} \frac{\cos i z - 1}{z^3} dz$.

9.3. $\oint_{|z|=1} \frac{e^{iz}-1}{z^3} dz$.

9.4. $\oint_{|z|=1/3} \frac{1-2z^4+3z^5}{z^4} dz$.

9.5. $\oint_{|z|=2} z^3 \cos \frac{2i}{z} dz$.

9.6. $\oint_{|z|=1/2} \frac{z^5-3z^3+5z}{z^4} dz$.

$$9.7. \oint_{|z|=3} \frac{2z^3 + 3z^2 - 2}{2z^5} dz.$$

$$9.8. \oint_{|z|=3} \frac{\cos z^2 - 1}{z^4} dz.$$

$$9.9. \oint_{|z|=1} \frac{ze^{1/z} - z - 1}{z^3} dz.$$

$$9.10. \oint_{|z|=1/2} \frac{2 - z^3 + 3z^3}{4z^3} dz.$$

$$9.11. \oint_{|z|=1/2} \frac{z^4 + 2z^2 + 3}{2z^6} dz.$$

$$9.12. \oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1 - \cos z} dz.$$

$$9.13. \oint_{|z|=1/3} \frac{1 - z^4 + 2z^6}{2z^3} dz.$$

$$9.14. \oint_{|z|=2} \frac{1 - \cos z^2}{z^2} dz.$$

$$9.15. \oint_{|z|=1/3} \frac{e^z - \sin z}{z^2} dz.$$

$$9.16. \oint_{|z|=3} \frac{1 - \sin \frac{1}{z}}{z} dz.$$

$$9.17. \oint_{|z|=1} \frac{z^2 e^{1/z^2} - 1}{z} dz.$$

$$9.18. \oint_{|z|=1/3} \frac{3 - 2z + 4z^3}{z^3} dz.$$

$$9.19. \oint_{|z|=1} \frac{z^3 - 3z^2 + 1}{2z^4} dz.$$

$$9.20. \oint_{|z|=3} \frac{e^{1/z} + 1}{z} dz.$$

$$9.21. \oint_{|z|=1} \frac{e^{2z} - z}{z^2} dz.$$

$$9.22. \oint_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z + 3z^2 + 4z^3}{2z^2} dz.$$

$$9.23. \oint_{|z|=1} \frac{\cos iz - 1}{z^3} dz.$$

$$9.24. \oint_{|z|=1} \frac{3z^2 - 2z^3 + 5}{z^4} dz.$$

$$9.25. \oint_{|z|=3} \frac{z^2 + \cos z}{z^3} dz.$$

$$9.26. \oint_{|z|=1/2} \frac{e^{2z^2} - 1}{z^3} dz.$$

$$9.27. \oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{z^4} dz.$$

$$9.28. \oint_{|z|=2} \frac{z - \sin z}{2z^3} dz.$$

$$9.29. \oint_{|z|=1/2} \frac{2 + 3z^3 - 5z^4}{z^5} dz$$

$$9.30. \oint_{|z|=1/3} \frac{4z^5 - 3z^3 + 1}{z^6} dz$$

10. Вычислить интеграл.

$$10.1. \oint_{|z-1/2|=1} \frac{e^z + 1}{z(z-1)} dz.$$

$$10.2. \oint_{|z-1|=2} \frac{z(z+\pi)}{\sin 2z} dz.$$

$$10.3. \oint_{|z-2|=3} \frac{\cos^2 z + 1}{z^2 - \pi^2} dz.$$

$$10.4. \oint_{|z-3/2|=1} \frac{z(z+\pi)}{\sin 3z(z-\pi)} dz$$

$$10.5. \oint_{|z-6|=1} \frac{\sin^3 z + 2}{z^2 - 4\pi^2} dz.$$

$$10.6. \oint_{|z-\pi|=1} \frac{(z^2 + \pi)^2}{i \sin z} dz.$$

$$10.7. \oint_{|z+3/2|=1} \frac{\cos^2 z + 3}{2z^2 + \pi z} dz.$$

$$10.8. \oint_{|z-\pi|=2} \frac{\cos^2 z}{z \sin z} dz.$$

$$10.9. \oint_{|z|=1/4} \frac{\ln(e+z)}{z \sin\left(z + \frac{\pi}{4}\right)} dz.$$

$$10.10. \oint_{|z-3|=1} \frac{\sin 3z + 2}{z^2(z-\pi)} dz.$$

$$10.11. \oint_{|z|=1} \frac{z^3 - i}{\sin 2z(z-\pi)} dz.$$

$$10.12. \oint_{|z|=1} \frac{e^{zi} + 2}{\sin 3zi} dz.$$

$$10.13. \oint_{|z|=1} \frac{2 + \sin z}{z(z+2i)} dz.$$

$$10.14. \oint_{|z-1|=3/2} \frac{\ln(z+2)}{\sin z} dz.$$

$$10.15. \oint_{|z-3/2|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz.$$

$$10.16. \oint_{|z+1|=1/2} \frac{\operatorname{tg} z + 2}{4z^2 + \pi z} dz.$$

$$10.17. \oint_{|z-3/2|=2} \frac{2z|z-1|}{\sin z} dz.$$

$$10.18. \oint_{|z+1|=2} \frac{\sin^2 z - 3}{z^2 + 2\pi z} dz.$$

$$10.19. \oint_{|z-1/2|=1} \frac{iz(z-i)}{\sin \pi z} dz.$$

$$10.20. \oint_{|z|=\pi/2} \frac{z^2 + z + 3}{\sin z(\pi + z)} dz.$$

$$10.21. \oint_{|z|=2} \frac{z^2 + \sin z + 2}{z^2 + \pi z} dz.$$

$$10.22. \oint_{|z|=1/2} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}.$$

$$10.23. \oint_{|z-3/2|=2} \frac{\sin z}{z(z-\pi)\left(z + \frac{\pi}{3}\right)} dz.$$

$$10.24. \oint_{|z-i|=3/2} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}.$$

$$10.25. \oint_{|z|=2} \frac{\sin^2 z}{z \cos z} dz.$$

$$10.26. \oint_{|z-3|=1/2} \frac{e^z dz}{\sin z}.$$

$$10.27. \oint_{|z-3/2|=2} \frac{\sin z}{\sin \frac{z}{2}(z-\pi)} dz.$$

$$10.28. \oint_{|z-1|=3} \frac{ze^z}{\sin z} dz.$$

$$10.29. \oint_{|z-1-i|=5/4} \frac{2dz}{z^2(z-1)}.$$

$$10.30. \oint_{|z-1/4|=1/3} \frac{z(z+1)^2}{\sin 2\pi z} dz.$$

11. Вычислить интеграл.

$$11.1. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sin t + 5}.$$

$$11.2. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{3-2\sqrt{2}\sin t}.$$

$$11.3. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{3}\sin t - 7}.$$

$$11.4. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{3\sqrt{7}\sin t + 8}.$$

$$11.5. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5-\sqrt{21}\sin t}.$$

$$11.6. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{3\sin t + 5}.$$

$$11.7. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{7}\sin t + 4}.$$

$$11.8. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{8-2\sqrt{15}\sin t}.$$

$$11.9. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{5}\sin t + 9}.$$

$$11.10. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{2}\sin t + 3}.$$

$$11.11. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{15}\sin t - 4}.$$

$$11.12. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{5}\sin t + 3}.$$

$$11.13. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{21}\sin t + 5}.$$

$$11.14. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{35}\sin t - 6}.$$

$$11.15. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{3}\sin t + 4}.$$

$$11.16. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{3-\sqrt{5}\sin t}.$$

$$11.17. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{2+\sqrt{3}\sin t}.$$

$$11.18. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4+\sqrt{15}\sin t}.$$

$$11.19. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4-2\sqrt{3}\sin t}.$$

$$11.20. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5+2\sqrt{6}\sin t}.$$

$$11.21. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{6+\sqrt{35}\sin t}.$$

$$11.22. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{6-4\sqrt{2}\sin t}.$$

$$11.23. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{7+4\sqrt{3}\sin t}.$$

$$11.24. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5-4\sin t}.$$

$$11.25. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{\sqrt{3}\sin t - 2}.$$

$$11.26. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 - 3\sin t}.$$

$$11.27. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{8 - 3\sqrt{7}\sin t}.$$

$$11.28. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{2\sqrt{6}\sin t - 5}.$$

$$11.29. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{9 - 4\sqrt{5}\sin t}.$$

$$11.30. \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 - \sqrt{7}\sin t}.$$

12. Вычислить интеграл.

$$12.1. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^2(x^2 + 10)^2}.$$

$$12.2. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2(x^2 + 16)}.$$

$$12.3. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 10}{(x^2 + 4)^2} dx.$$

$$12.4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)^2}.$$

$$12.5. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 3)^2(x^2 + 15)^2}.$$

$$12.6. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 4)^2}.$$

$$12.7. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - 10x + 29)^2}.$$

$$12.8. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)^2}.$$

$$12.9. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4x + 13)^2} dx.$$

$$12.10. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 16)}.$$

$$12.11. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 4)}.$$

$$12.12. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^5}.$$

$$12.13. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1 + x^2)^3}.$$

$$12.14. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 8x + 17)^2} dx.$$

$$12.15. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2(x^2 + 5)^2}.$$

$$12.16. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}.$$

$$12.17. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 4}{(x^2 + 9)^2} dx.$$

$$12.18. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 7x^2 + 12} dx.$$

$$12.19. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx.$$

$$12.21. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{(x^2 + x + 1)^2} dx.$$

$$12.23. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 5)^2} dx.$$

$$12.25. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 5}{x^4 + 5x^2 + 6} dx.$$

$$12.27. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 + 3}{(x^2 - 10x + 29)^2} dx.$$

$$12.29. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 12}.$$

$$12.20. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{(x^2 + 11)^2} dx.$$

$$12.22. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^4}.$$

$$12.24. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^2}.$$

$$12.26. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^4 + 10x^2 + 9}.$$

$$12.28. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + 3)^2}.$$

$$12.30. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)^2}.$$

13. Вычислить интеграл.

$$13.1. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 - 2) \cos \frac{x}{2}}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

$$13.3. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x}{x^2 - 2x + 17} dx.$$

$$13.5. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 5x dx}{(x^2 + 1)^2 (x^2 + 4)}.$$

$$13.7. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1) \cos x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$$

$$13.9. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x - \cos x}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

$$13.2. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x dx}{x^4 + 10x^2 + 9}.$$

$$13.4. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^3 + 1) \sin x}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$$

$$13.6. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2 + x) \sin x}{x^4 + 13x^2 + 36} dx.$$

$$13.8. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - 1) \sin x}{(x^2 + 9)^2} dx.$$

$$13.10. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2 + 1)^2} dx.$$

$$13.11. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+x)\cos x}{x^4+13x^2+36} dx.$$

$$13.13. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x dx}{x^2-2x+10}.$$

$$13.15. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2}}{x^2+4} dx.$$

$$13.17. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x dx}{(x^2-x+1)^2}.$$

$$13.19. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\sin 2x}{x^2+2x+2} dx.$$

$$13.21. \int_0^{\infty} \frac{\cos 2x}{\left(x^2+\frac{1}{4}\right)^2} dx.$$

$$13.23. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+16)(x^2+9)}.$$

$$13.25. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos x dx}{x^2-2x+10}.$$

$$13.27. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x}{(x^2-x+1)^2} dx.$$

$$13.29. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+5x)\sin x}{x^4+10x^2+9} dx.$$

$$13.12. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2}}{(x^2+1)(x^2+9)} dx.$$

$$13.14. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \sin x}{x^4+5x^2+4} dx.$$

$$13.16. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{(x^2+1)^2} dx$$

$$13.18. \int_0^{\infty} \frac{\cos x dx}{(x^2+1)^3}.$$

$$13.20. \int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2+4)^2} dx.$$

$$13.22. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2+1)^2} dx.$$

$$13.24. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1)\cos x}{x^4+5x^2+6} dx.$$

$$13.26. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2+3)\cos 2x}{x^4+3x^2+2} dx.$$

$$13.28. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x^2-x)\sin x}{x^4+9x^2+20} dx.$$

$$13.30. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin 2x - \sin x}{(x^2+4)^2} dx.$$

14. Найти оригинал по заданному изображению.

$$14.1. \frac{p}{(p+1)(p^2+4p+5)}.$$

$$14.2. \frac{p}{(p^2+1)(p^2-2)}.$$

14.3. $\frac{4}{p^3+8}$.

14.5. $\frac{p+4}{p^2+4p+5}$.

14.7. $\frac{p+5}{(p+1)(p^2-2p+5)}$.

14.9. $\frac{3p+2}{(p+1)(p^2+4p+5)}$.

14.11. $\frac{1}{p(p^2-4)}$.

14.13. $\frac{2p+3}{(p-1)(p^2-p+1)}$.

14.15. $\frac{2}{(p+1)(p^2+2p+2)}$.

14.17. $\frac{3p-2}{(p-1)(p^2-6p+10)}$.

14.19. $\frac{p}{(p+1)(p^2+p+1)}$.

14.21. $\frac{1}{p(p^2+1)^2}$.

14.23. $\frac{1}{p^5+p^3}$.

14.25. $\frac{p}{(p^2+1)(p^2+4)}$.

14.27. $\frac{1}{p^3+p^2+p}$.

14.29. $\frac{1}{p(p^3+1)}$.

14.4. $\frac{p}{(p^2+1)(p^2+2)}$.

14.6. $\frac{5p}{(p+2)(p^2-2p+2)}$.

14.8. $\frac{p}{(p^2+4p+8)^2}$.

14.10. $\frac{2p+1}{(p+1)(p^2+2p+3)}$.

14.12. $\frac{4p+5}{(p-2)(p^2+4p+5)}$.

14.14. $\frac{2p}{(p^2+4p+8)^2}$.

14.16. $\frac{p+3}{p^3+2p^2+3p}$.

14.18. $\frac{6}{p^3-8}$.

14.20. $\frac{5}{(p-1)(p^2+4p+5)}$.

14.22. $\frac{1}{(p-2)(p^2+2p+3)}$.

14.24. $\frac{1-p}{p(p^2+3p+3)}$.

14.26. $\frac{2-3p}{(p-2)(p^2-4p+5)}$.

14.28. $\frac{2-p}{p^3-2p^2+5p}$.

14.30. $\frac{2-p}{(p-1)(p^2-4p+5)}$.

15. Операционным методом решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

15.1. $y''+2y'+10y=2e^{-t} \cos 3t,$
 $y(0)=5, y'(0)=1.$

15.3. $y''+y'-2y=e^{-t},$
 $y(0)=-1, y'(0)=0.$

15.5. $y''+4y'+4y=t^3 e^{2t},$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.7. $y''+4y=3 \sin t+10 \cos 3t,$
 $y(0)=-2, y'(0)=3.$

15.9. $y''+3y'-10y=47 \cos 3t-\sin 3t,$
 $y(0)=3, y'(0)=-1.$

15.11. $y''-2y'=e^t(t^2+t-3),$
 $y(0)=2, y'(0)=2.$

15.13. $y''-y=4 \sin t+5 \cos 2t,$
 $y(0)=-1, y'(0)=-2.$

15.15. $y''-y'=t^2,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.17. $y''-y=\cos 3t,$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.19. $y''+y'-2y=-2(t+1),$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.21. $y''+2y'=2+e^t,$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.23. $y''+2y'=\sin t/2,$
 $y(0)=-2, y'(0)=4.$

15.25. $y''+4y'+29y=e^{-2t},$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.27. $2y''+3y'+y=3e^t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.29. $y''+y'+y=t^2+t,$
 $y(0)=1, y'(0)=-3.$

15.2. $y''+y=2 \cos t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.4. $y''-3y'+2y=2e^t \cos \frac{t}{2},$
 $y(0)=1, y'(0)=0.$

15.6. $y''-2y'-3y=2t,$
 $y(0)=1, y'(0)=1.$

15.8. $2y''+5y'=29 \cos t,$
 $y(0)=-1, y'(0)=0.$

15.10. $y''+4y=8 \sin 2t,$
 $y(0)=3, y'(0)=-1.$

15.12. $y''+4y=4e^{2t}+4t^2,$
 $y(0)=1, y'(0)=2.$

15.14. $y''-3y'+2y=12e^{3t},$
 $y(0)=2, y'(0)=6.$

15.16. $y''+4y=\sin 2t,$
 $y(0)=0, y'(0)=1.$

15.18. $y''+y=6e^{-t},$
 $y(0)=3, y'(0)=1.$

15.20. $y''+y'=t^2+2t,$
 $y(0)=0, y'(0)=-2.$

15.22. $y''+y'+y=7e^{2t},$
 $y(0)=1, y'(0)=4.$

15.24. $y''-9y=\sin t-\cos t,$
 $y(0)=-3, y'(0)=2.$

15.26. $2y''-y'=\sin 3t,$
 $y(0)=2, y'(0)=1.$

15.28. $y''+y=\sin t,$
 $y(0)=2, y'(0)=1.$

15.30. $y''-3y'+2y=e^t,$
 $y(0)=1, y'(0)=0.$

16. Операционным методом решить систему дифференциальных уравнений.

$$16.1. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 5y + 2, \\ \dot{y} = 3x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$$

$$16.2. \begin{cases} \dot{x} = 2y, \\ \dot{y} = 2x + 3y + 1; \\ x(0) = 2, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.3. \begin{cases} \dot{x} = x + 4y, \\ \dot{y} = 2x - y + 9; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.4. \begin{cases} \dot{x} = 2y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.5. \begin{cases} \dot{x} = 4x + 3, \\ \dot{y} = x + 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.6. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 5y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2; \\ x(0) = 1, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.7. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 2y + 2, \\ \dot{y} = 4y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.8. \begin{cases} \dot{x} = x + 3y + 3, \\ \dot{y} = x - y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.9. \begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2; \\ x(0) = 2, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.10. \begin{cases} \dot{x} = x - 2y + 1, \\ \dot{y} = -3x; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.11. \begin{cases} \dot{x} = 2y, \\ \dot{y} = 3x + 1; \\ x(0) = 2, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.12. \begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 2; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.13. \begin{cases} \dot{x} = x + 4y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3y; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.14. \begin{cases} \dot{x} = -2x + y, \\ \dot{y} = 3x; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.15. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = 2x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 5. \end{cases}$$

$$16.16. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1, \\ \dot{y} = 4x - y; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.17. \begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + 1, \\ \dot{y} = -\frac{3}{2}x + y; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.18. \begin{cases} \dot{x} = -2x + y + 2, \\ \dot{y} = 3x; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.19. \begin{cases} \dot{x} = -2x + 5y + 1, \\ \dot{y} = x + 2y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$$

$$16.20. \begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y, \\ \dot{y} = \frac{5}{2}x - y + 2; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.21. \begin{cases} \dot{x} = y + 3, \\ \dot{y} = x + 2; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.22. \begin{cases} \dot{x} = -3x - 4y + 1, \\ \dot{y} = 2x + 3y; \\ x(0) = 0, y(0) = 2. \end{cases}$$

$$16.23. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 8y + 1, \\ \dot{y} = 3x + 4y; \\ x(0) = 2, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.24. \begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 2, \\ \dot{y} = x + y + 1; \\ x(0) = 0, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.25. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 1, \\ \dot{y} = 4x - 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.26. \begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 4x + y + 1; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.27. \begin{cases} \dot{x} = x + 3y, \\ \dot{y} = x - y; \\ x(0) = 1, y(0) = 0. \end{cases}$$

$$16.28. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 2y, \\ \dot{y} = -4x; \\ x(0) = 3, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.29. \begin{cases} \dot{x} = 3y + 2, \\ \dot{y} = x + 2y; \\ x(0) = -1, y(0) = 1. \end{cases}$$

$$16.30. \begin{cases} \dot{x} = -x + 3y + 1, \\ \dot{y} = x + y; \\ x(0) = 1, y(0) = 2. \end{cases}$$

Библиографический список

1. *Бермант, А.Ф.* Краткий курс математического анализа/ А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – М.: Физматлит, 2003. – 800 с.
2. *Пискунов, Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов: в 2 т./ Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-Пресс, 2006. – Т.1-2.
3. *Ефимов, Н.В.* Краткий курс аналитической геометрии/ Н.В. Ефимов. – М.: Физматлит, 2006. – 240 с.
4. *Мышкис, А.Д.* Лекции по высшей математике: учебник для вузов/ А.Д. Мышкис. – СПб.: Лань, 2007. – 688 с.
5. *Письменный, Д.Т.* Конспект лекций по высшей математике: полный курс/ Д.Т. Письменный. – М.: Айрис-пресс, 2007. – 608 с.
6. *Высшая математика для экономистов: учебник для вузов/ Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; под ред. проф. Н.Ш. Кремера.* – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1998. – 471 с.
7. *Красс, М.С.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании/ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Дело, 2001. – 688 с.
8. *Кузнецов, Б.Т.* Математика: учебник для студентов вузов по специальностям экономики и управления/ Б.Т. Кузнецов. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 720 с.
9. *Малыхин, В.И.* Математика в экономике: учебное пособие/ В.И. Малыхин. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 352 с.
10. *Математика в экономике: в 2 ч./ А.С. Солодовников, В.А. Бабайцов, А.В. Браилов, И.Г. Шандра.* – М.: Финансы и статистика, 1999. – Ч. 1-2.
11. *Сборник задач по математике для вузов. В 4 ч. Ч. 1-3/ Под общ. ред. А.В. Ефимова и А.С. Поспелова.* – М.: Физматлит, 2003. –
12. *Берман, Г.Н.* Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для вузов/ Г.Н. Берман. – СПб.: Профессия, 2003. – 432 с.
13. *Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов/ Г.С. Бараненков, Б.П. Демидович, В.А. Ефименко и др.; под ред. Б.П. Демидовича.* – М.: АСТ, 2007. – 495 с.
14. *Клетеник, Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов/ Д.В. Клетеник. – СПб.: Профессия, 2005. – 199 с.
15. *Минорский, В.П.* Сборник задач по высшей математике: учебное пособие для вузов/ В.П. Минорский. – М.: Физматлит, 2001. – 336 с.

16. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие/ В.И. Ермаков, Г.И. Бобрик, Р.К. Гринцевичюс и др.; под ред. В.И. Ермакова. – М.: Инфра-М, 2006. – 575 с.
17. Сборник задач по курсу математики/ В.А. Бабайцов, А.В. Браилов, В.Б. Гисин и др.; под ред. А.С. Солодовникова, А.В. Браилова. – М.: Финансовая академия, 2001. – 508 с.
18. *Кузнецов, Л.А.* Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учебное пособие/Л.А. Кузнецов. – СПб.: Лань, 2005. – 240 с.
19. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: в 3 ч./ А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть. – Минск: Академическая книга, 2005. – Ч.1-3.
20. Сборник типовых расчетов по высшей математике: учебное пособие/ под ред. В.Б. Миносцева. – М.: МГИУ, 2001. – 511с.
21. *Федоренко, Б.З.* Математика. Сборник индивидуальных заданий: в 4 ч.: учебное пособие/ сост. Б.З. Федоренко, В.И. Петрашев. – Белгород: БелГТАСМ, БИИММАП, 1999. – Ч. 1-4.

Учебное издание

Федоренко Борис Зиновьевич
Петрашев Владимир Иванович

Индивидуальные задания по математике

Практикум

Компьютерный набор: Селиванова Е. В.
Компьютерная вёрстка: Федоренко А. Б.

Подписано в печать 19.01.2017. Формат 60×84/16. Усл.печ.л. 13,4. Уч-изд.л. 14,4.
Тираж 100 экз. Заказ Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете им. В.
Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.