

1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ВБЛИЗИ ВСАСЫВАЮЩИХ ОТВЕРСТИЙ

1.1. Общая характеристика методов

Расчет течений газа вблизи всасывающих отверстий выполняют эмпирическими, полуэмпирическими, аналитическими, аналитико-численными и численными методами.

Эмпирические методы состоят в замерах поля скоростей, их обработке и построении спектров всасывания вблизи вытяжных устройств, т.е. линий равных скоростей. Экспериментальный путь является наиболее точным, но является и наиболее дорогостоящим. Кроме того, не всегда возможно поставить эксперимент, например для областей сложной конфигурации, где исследуется развитие вихревой нестационарной структуры во времени и поведение пылевой частицы в этом потоке.

Полуэмпирические методы основываются на статистической обработке данных эксперимента, получение аналитических зависимостей и применение их для областей похожей конфигурации. К этим методом можно отнести и метод электрогидродинамической аналогии. На электропроводной бумаге вычерчивается исследуемая область, реализуются граничные условия и определяется искомая величина скорости в данной точке.

Аналитические методы расчета основывались на предположении потенциальности течения вблизи всасывающего отверстия, так как подтекание газа к всасывающему отверстию ламинарное, установившееся. Вихревыми зонами, образующими при срыве потока с острых кромок и на изломах области пренебрегалось. К аналитическим методам отнесем метод стоков, метод наложения потоков, метод вихревой или магнитной аналогии, метод конформных отображений, метод Н.Е. Жуковского.

Метод стоков состоит в том, что при значительном удалении от всасывающего отверстия, его заменяют линейным (в плоскости) и точечным стоком (в пространстве). В трехмерном случае скорость в заданной точке вычисляется по формуле

$$v = \frac{L}{4\pi r^2}, \quad (1.1)$$

где L – расход отсасываемого воздуха; r – расстояние от центра отсоса до рассматриваемой точки.

Для плоского случая выражение для скорости примет вид

$$v = \frac{L}{2\pi r} . \quad (1.2)$$

Для областей сложной конфигурации и вблизи всасывающих отверстий эти формулы не применимы.

Метод наложения потоков заключается в том, что скорость в рассматриваемом течении представляется в виде суммы скоростей составляющих его потоков:

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n , \quad (1.3)$$

где n – количество складываемых потоков.

Этим методом получены аналитические формулы для расчета осевой скорости вблизи всасывающих отверстий различной геометрической формы, встроенных в плоскую безграничную стенку. Этот метод применим для областей конфигурации, где известно каким образом можно расположить стоки известной интенсивности.

Метод конформных отображений состоит из следующих этапов.

1. Определяется отображение физической плоскости течения z на геометрическую t (область с известным комплексным потенциалом):

$$z = f(t) . \quad (1.4)$$

2. Задается точка z , в которой необходимо определить скорость течения, и вычисление параметра t из формулы (1.4).

3. Вычисляется комплексная скорость

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} , \quad (1.5)$$

откуда определяются искомые составляющие векторы скорости.

Метод конформных отображений был использован для расчета щелевидных всасывающих отверстий в неограниченном пространстве или над непроницаемой плоскостью. Этот метод не позволяет

рассчитывать течения в многосвязных областях и в трехмерных областях, а также учесть вихревые области.

Метод Н.Е. Жуковского основывается на следующих классических допущениях: жидкость невесома, несжимаема, вихри отсутствуют, течение стационарное. Нормальная составляющая скорости на твердых стенках и неизвестных свободных линиях тока (образующихся при срыве потока) равна нулю. На свободных линиях тока модуль скорости u_0 постоянен. Течение определено, если известен потенциал скоростей $w(z)$, где $z = x + iy$ – физическая плоскость течения воздуха.

Функция Жуковского имеет вид

$$\begin{aligned}\omega &= -\ln \frac{dw}{u_0 dz} = -\ln \frac{u_x - iu_y}{u_0} = -\ln \frac{u(\cos \theta - i \sin \theta)}{u_0} = \\ &= -\ln \left(\frac{u}{u_0} e^{-i\theta} \right) = -\ln \frac{u}{u_0} + i\theta,\end{aligned}\quad (1.6)$$

где θ – угол наклона вектора скорости \vec{u} к положительному направлению оси OX .

Плоскость функции Жуковского ω отображается на параметрическую плоскость t , где известен комплексный потенциал течения, затем связывается физическая плоскость z с плоскостью t . Если отображение $\omega = \omega(t)$ известно, то из выражения $\omega(t) = -\ln \frac{dw}{u_0 dz}$ определяется

$$z = \frac{1}{u_0} \int e^{\omega(t)} \frac{dw}{dt} dt. \quad (1.7)$$

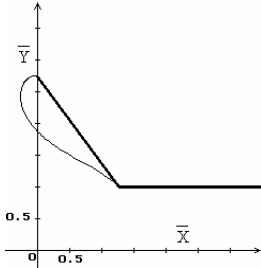
С использованием последней формулы определяется искомая комплексная скорость:

$$\frac{dw}{dz} = \frac{dw}{dt} \frac{dt}{dz} = u_0 e^{-\omega(t)}. \quad (1.8)$$

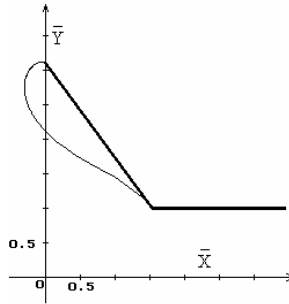
Метод Жуковского позволяет определить очертание границ вихревых областей, но обладает теми же недостатками, что и метод конформных отображений.

В серии статей [3] методом Жуковского исследовано течение на входе в щелевой отсос-раструб и построены границы первой вихревой

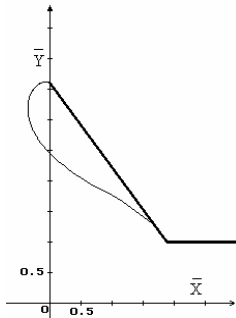
области при разных длинах и углах раскрытия раструба. Поле скоростей внутри вихревой области и развитие вихревой структуры потока во времени произведено не было из-за ограниченности применяемого метода. На рисунке 1 приведен пример расчета свободной линии тока.



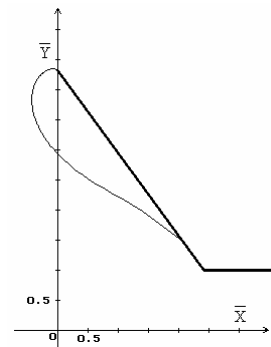
а) $l = 2,143$



б) $l = 2,596$



в) $l = 3,214$



г) $l = 4,108$

Рис. 1.1. Форма первой свободной линии тока при угле раскрытия раструба 54° и его длины l

Методы конформных отображений и Н.Е.Жуковского можно отнести и к аналитико-численным методам, так как при расчете областей сложной конфигурации необходимо численно вычислять

интегралы (часто сходящиеся несобственные), а также численно решать системы нелинейных алгебраических уравнений.

Методы вихревой или магнитной аналогии применены для расчета всасывающих патрубков круглого, прямоугольного, треугольного и для круглого переменного сечения полубесконечных отсасывающих патрубков в неограниченном пространстве. Основа этого метода - отождествление поля скоростей воздуха полю магнитной индукции полубесконечного соленоида или полубесконечной «вихревой пленки». Эти методы не позволяют рассчитывать течения при сложной конфигурации границ области.

Конечно-разностные методы расчета течений газа у всасывающих отверстий применены в работах [4, 5]. В этих работах численно интегрировалось уравнение Лапласа записанного в цилиндрической системе координат. Отметим также работы [6, 7], в которых моделировались течения при общеобменной вентиляции. Местные отсосы заменялись точечными стоками, что справедливо только при большем удалении от них. Использовались уравнение переноса и диффузии вихря, полученное из уравнения Навье-Стокса в приближении Буссинеска, а также уравнение Пуассона для функции тока.

Точечными стоками заменялись отсосы и в работе [8], в которой определялось оптимальное место расположения местных отсосов и объемы аспирируемого воздуха, позволяющие обеспечить наибольшую концентрацию примесей в отсасываемом воздухе. Здесь численно интегрировалось уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial u \varphi}{\partial x} + \frac{\partial v \varphi}{\partial y} + \frac{\partial (w - w_s) \varphi}{\partial z} + \sigma \varphi = \\ & = \operatorname{div}(\mu \nabla \varphi) + \sum_{i=1}^N q_i(t) \delta(r - r_i(t)) - \sum_{j=1}^M \varphi Q_j(t) \delta(r - r_j), \end{aligned}$$

где $q_i(t)$ – интенсивность точечного источника выброса загрязняющего вещества; $r_i(x_i, y_i, z_i)$ – декартовы координаты указанного источника; Q_j – расход воздуха удаляемым местным отсосом; $\delta(r - r_i), \delta(r - r_j)$ – дельта функции Дирака; φ - концентрация загрязнения; u, v, w – проекции скорости воздуха; w_s – скорость гравитационного оседания вредностей.

1.2. Метод граничных интегральных уравнений

Метод граничных интегральных уравнений (ГИУ) в сравнении с конечно-разностными имеет существенное преимущество. Понижается размерность задачи, которая сводится к определению неизвестных интенсивностей источников (стоков) по границе области.

Для расчета течений газа вблизи всасывающих отверстий метод ГИУ был применен для расчета круглого, квадратного и кольцевого полубесконечных патрубков, свободно расположенных в пространстве. Течения со сложными границами не рассчитывались.

Значительный прогресс в применении метода ГИУ достигнут в работах [1,2]. Разработаны алгоритмы и компьютерные программы, позволяющие исследовать пыле- и аэродинамику вблизи всасывающих отверстий в многосвязных областях со сложными границами при следующих особенностях: 1) содержащих вращающиеся цилиндры; 2) с изменяющимися во времени граничными условиями; 3) с разрезами.

Решение задач достигалось путем непрерывного размещения по границе области источников (стоков) неизвестной заранее интенсивности. Вихри размещались в центрах вращающихся цилиндров, на поверхности которых выполнялось условие непроницаемости, а интенсивность вихря определялась из заданной линейной составляющей скорости вращения цилиндров. При изменении величины нормальной составляющей скорости во времени (например, при моделировании течений у вращающейся цилиндрической трубы с отсасывающей щелью) интенсивности источников (стоков) изменяются в каждый расчетный момент времени. Из заданных граничных условий задачи путем численного решения граничного интегрального аналога уравнения Лапласа определялись неизвестные интенсивности источников (стоков), а затем строились поле скоростей или линии тока.

Изложим алгоритм построения решения методом ГИУ для трехмерной области, содержащей вращающийся цилиндр.

Пусть область течения ограничена поверхностью S . Для простоты, будем считать, что внутри области содержится только один вращающийся со скоростью $v_{вр}$ цилиндр радиуса R . На непроницаемой граничной поверхности S , включающей и поверхность цилиндра, нормальная составляющая скорости $v_n = 0$. В проемах отсосов и приточных отверстий скорость вдоль направления внешней нормали

известна. Определим скорость $\vec{v} = \{v_1, v_2, v_3\}$ в произвольной точке $x(x_1, x_2, x_3)$ вдоль заданного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$, где $|\vec{n}| = 1$.

Расположим по граничной поверхности S источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности $q(\xi)$, где $\xi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ - произвольная точка S . По оси цилиндра поместим бесконечно длинный вихревой шнур с циркуляцией $\Gamma = v_{\text{вр}} \cdot 2\pi R$. Определим неизвестные величины $q(\xi)$ исходя из заданных граничных условий для нормальной составляющей скорости.

Скорость воздуха в точке $x(x_1, x_2, x_3)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$, вызываемая действием неизвестных источников (стоков) $q(\xi)$ и вихревого шнура определяется соотношением:

$$v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r), \quad (1.9)$$

где функция

$$F(x, \xi) = \frac{\sum_{i=1}^3 (\xi_i - x_i) n_i}{4\pi \left[\sum_{i=1}^3 (\xi_i - n_i)^2 \right]^{3/2}}$$

выражает влияние на точку x вдоль направления \vec{n} единичного точечного источника расположенного в точке $\xi(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$.

Получим выражение для функции $G_n(x, r)$, выражающей влияние на точку x вдоль направления \vec{n} вихревого шнура с единичной циркуляцией, расположенного на прямой

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{n},$$

где (x_0, y_0, z_0) - заданная на прямой точка; $\vec{a} = \{m, l, n\}$ - направляющий вектор прямой. Вращение вокруг вихревого шнура осуществляется против часовой стрелки, если смотреть из конца вектора \vec{a} .

Вначале определяется расстояние от точки $x(x_1, x_2, x_3)$ до вихревого шнура:

$$r = \sqrt{(x_1 - mt - x_0)^2 + (x_2 - lt - y_0)^2 + (x_3 - nt - z_0)^2}, \quad (1.10)$$

где

$$t = \frac{(x_1 - x_0)m + (x_2 - y_0)l + (x_3 - z_0)n}{m^2 + n^2 + l^2}.$$

Вычисляется единичный вектор $\vec{\tau}$, направленный по касательной к окружности радиусом r с центром в точке $(mt + x_0, lt + y_0, nt + z_0)$:

$$\vec{\tau} = [\vec{a} \times \vec{r}] / |\vec{a} \times \vec{r}|,$$

где

$$\vec{r} = \{r_1, r_2, r_3\} = \{x_1 - mt - x_0, x_2 - lt - y_0, x_3 - nt - z_0\}.$$

Таким образом, координаты вектора $\vec{\tau}$ следующие:

$$\vec{\tau} = \left\{ \frac{lr_3 - nr_2}{|\vec{a} \times \vec{r}|}, \frac{nr_1 - mr_3}{|\vec{a} \times \vec{r}|}, \frac{mr_2 - lr_1}{|\vec{a} \times \vec{r}|} \right\}, \quad (1.11)$$

$$|\vec{a} \times \vec{r}| = \sqrt{(lr_3 - nr_2)^2 + (nr_1 - mr_3)^2 + (mr_2 - lr_1)^2}.$$

Тогда величина скорости, вызываемой вращением со скоростью $v_{\text{вр}}$ цилиндра радиуса R в точке x , удаленной на расстоянии r от его оси, вдоль направления \vec{n} выражается формулой

$$v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3) \quad (1.12)$$

и, следовательно:

$$G_n(x, r) = \frac{1}{2\pi r} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3).$$

Для того чтобы определить неизвестные величины $q(\xi)$ в уравнении (1.9) устремим внутреннюю точку x к граничной x_0 . Тогда получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = \frac{1}{2}q(x_0) + \iint_S F(x_0, \xi)q(\xi)dS(\xi) + 2\pi Rv_{\text{вп}}G_n(x_0, r), \quad (1.13)$$

где первое слагаемое соответствует случаю $x_0 = \xi$, а интеграл не содержит эту точку. Поверхностный интеграл 1 рода в (1.13) интегрируется по переменной ξ .

Поскольку интегральное уравнение (1.13) аналитически не решается, воспользуемся численным методом. Разобьем граничную поверхность S на N плоских треугольников, вдоль каждого, из которых будем считать, что интенсивность $q(\xi)$ постоянна. Тогда дискретный аналог уравнения (1.13) примет вид:

$$v_n(x_0^p) = \frac{1}{2}q(x_0^p) + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q(\xi^k) \iint_{\Delta S} F(x_0^p, \xi^k)dS(\xi^k) + 2\pi Rv_{\text{вп}}G_n(x_0^p, r), \quad (1.14)$$

где x_0^p - центр тяжести p -го треугольника; $p = 1, 2, \dots, n$; ξ^k - точка на k -ом треугольнике. Обозначим: $v_n(x_0^p) = v^p$; $q(x_0^p) = q^p$; $q(\xi^k) = q^k$; $2\pi Rv_{\text{вп}}G_n(x_0^p, r) = G^p$; $\iint_{\Delta S} F(x_0^p, \xi^k)dS(\xi^k) = F^{pk}$.

Тогда решив систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными q^p :

$$\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} = v^p - G^p, \quad (1.15)$$

где $p = 1, 2, \dots, n$, определим скорость во внутренней точке x вдоль заданного направления \vec{n} по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + 2\pi Rv_{\text{вп}}G_n(x, r), \quad (1.16)$$

где $F^k = \iint_{\Delta S} F(x, \xi^k)dS(\xi^k)$.

В качестве примера применения предложенного метода рассмотрим течение воздуха вблизи прямоугольного отверстия, в спектре действия которого находится вращающийся цилиндр. Дискретизация граничной поверхности осуществлялась 296 плоскими треугольниками.

Из представленных на рисунке 1.2. результатов расчетов видно, что при фиксированной скорости отсоса и увеличении скорости вращения цилиндра возникает циркуляционное течение воздуха вокруг него, не учет которого может привести к значительным погрешностям при расчете местных отсосов (рис.1.2 е). Заметим, что при отсутствии отсоса (рис.1.2 д) картина течения несколько асимметрична относительно оси цилиндра. Скорость под цилиндром выше, чем над ним, что указывает на влияние непроницаемой плоскости.

Предложенный алгоритм, может с незначительными изменениями, применен для течений, не только содержащих несколько вращающихся цилиндров, но и имеющих конечную длину. В этом случае необходимо использовать для их моделирования вихревой шнур конечной длины.

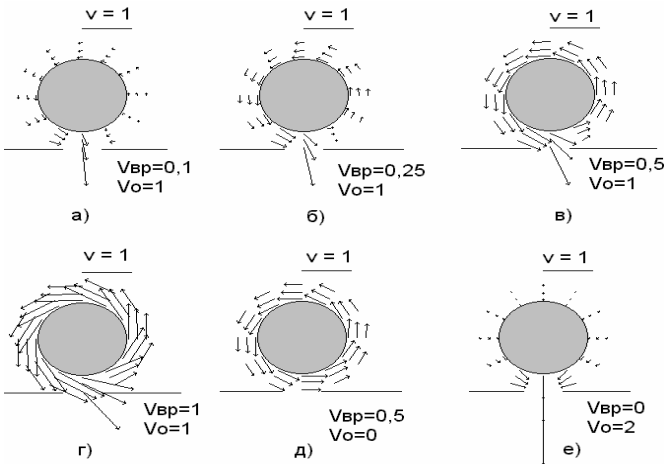


Рис.1.2. Поле скоростей в сечении перпендикулярном оси цилиндра и проходящего через ось симметрии всасывающего прямоугольника (отрезок, озаглавленный $V = 1$ обозначает масштаб величины скорости)

Опишем алгоритм вычисления скорости потенциального течения в областях с разрезами.

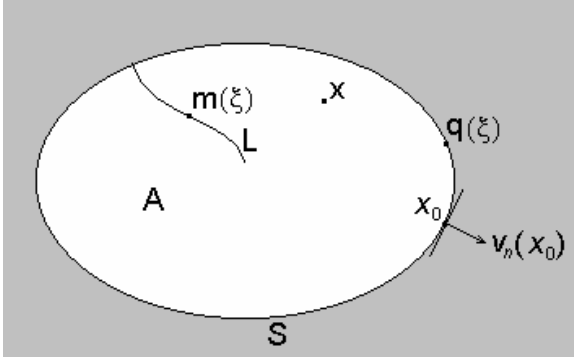


Рис. 1.3. Область с разрезом

Пусть дана область течения A , ограниченная контуром S и имеющая разрез L (рис.1.3). На контуре S расположим источники (стоки) с интенсивностью $q(\xi)$, а на разрезе L – диполи с моментом $m(\xi)$, где ξ – произвольная точка границы ($\xi \in S+L$). Величины $q(\xi), m(\xi)$ заранее неизвестны. Тогда скорость во внутренней точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления \vec{n} определится из следующего уравнения:

$$v_n(x) = \int_S q(\xi) F(x, \xi) dS(\xi) + \int_L m(\xi) D(x, \xi) dL(\xi), \quad (1.17)$$

где

$$D(x, \xi) = \frac{[r_1^2 - r_2^2](n_1 \cos \alpha - n_2 \sin \alpha) + 2r_1 r_2 (n_1 \sin \alpha + n_2 \cos \alpha)}{2\pi [r_1^2 + r_2^2]^2},$$

$r_1 = x_1 - \xi_1, r_2 = x_2 - \xi_2$, α – угол между осью диполя и положительным направлением оси Ox .

При стремлении внутренней точки x к граничной ($x \rightarrow x_0 \in S+L$) получим следующее граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = -\frac{1}{2}q(x_0) + cm(x_0) + \int_S q(\xi)F(x_0, \xi)dS(\xi) + \int_L m(\xi)D(x_0, \xi)dL(\xi), \quad (1.18)$$

где интегралы не содержат точку $x_0 = \xi$, что учтено в первых двух слагаемых. Величину C определим позже. Разобьем границу $S+L$ на N частей (S на $M < N$ частей). Дискретный аналог уравнения (1.18) примет вид:

$$v^p = \sum_{k=1}^M q^k F^{pk} + \sum_{k=M+1}^N m^k D^{pk}, \quad (1.19)$$

где $F^{pp} = -1/2$; $D^{pp} = c$; $p = 1, 2, \dots, N$ – номера граничных отрезков, получившихся при разбиении границы области; $v^p = v_n(x_0^p)$ – нормальная составляющая скорости в центре p -го отрезка (известна при постановке задачи); $q^k = q(\xi^k)$ – интенсивность источника (стока) в произвольной точке k -го отрезка; $m^k = m(\xi^k)$ – момент диполя в точке k -го отрезка;

$F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k)dS(\xi^k)$, $D^{pk} = \int_{\Delta L^k} D(x_0^p, \xi^k)dL(\xi^k)$ – интегралы по длинам k -х отрезков – ΔS^k , ΔL^k . Здесь считалось, что q^k, m^k постоянны на каждом из отрезков.

Изменяя p от 1 до N в формуле (1.19), получим систему N -линейных алгебраических уравнений с N неизвестными $q^1, q^2, \dots, q^M, m^{M+1}, m^{M+2}, \dots, m^N$. После определения неизвестных скорость воздуха во внутренней точке x вдоль данного направления \vec{n} определяется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^M q^k F^k + \sum_{k=M+1}^N m^k D^k, \quad (1.20)$$

где $F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k)dS(\xi^k)$, $D^k = \int_{\Delta L^k} D(x, \xi^k)dL(\xi^k)$.

При всей своей универсальности метод ГИУ не применим для расчета вихревых течений. На изломах области получаем физически нереальные линии тока.

1.3. Вихревой метод

При моделировании течений вблизи всасывающих отверстий местных отсосов методом граничных интегральных уравнений использовались источники и стоки, распределенные по границе области течения, т.е. применялся так называемый простой слой. В работе [1] по граничной поверхности распределены вихри или, иначе говоря, использовался вихревой слой. Такой вихревой слой, как указывается в работах профессора Фабриканта Н.Я., кинематически эквивалентен пограничному слою. Это объясняется тем, что в непосредственной близости от непроницаемой поверхности происходит быстрое изменение величины скорости вдоль направления нормали и, соответственно вращение частиц.

Опишем построения алгоритм решения задач с помощью вихревого слоя. Пусть контур S ограничивает область A течения. Граничная нормальная составляющая скорости воздуха $\vec{v}_n(x)$ задана. Распределим по границе области течения линейные вихри с циркуляцией $\Gamma = \Gamma(\xi)$. Необходимо определить скорость воздуха во внутренних точках области вдоль любого заданного направления. Величина скорости воздуха $\vec{v}_n(x)$ в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, вызываемая действием линейного вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$, определяется по следующей формуле:

$$\vec{v}_n(x) = \Gamma(\xi)G(x, \xi), \quad (1.21)$$

где

$$G(x, \xi) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi \left[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 \right]},$$

$\{n_1, n_2\}$ -координаты единичного вектора \vec{n} ; $\{x_1, x_2\}$ -координаты внутренней точки x ; (ξ_1, ξ_2) - координаты точки ξ , находящейся на границе области.

Просуммировав действие на точку x всех таких вихрей, непрерывным образом распределенных по граничному контуру, получим следующее интегральное уравнение:

$$v_n(x) = \int_S \Gamma(\xi) G(x, \xi) dS(\xi). \quad (1.22)$$

Разобьем границу S на N прямолинейных отрезков. Циркуляцию линейного вихря $\Gamma(\xi)$ считаем постоянной по всей длине каждого из отрезков, тогда дискретный аналог уравнения (1.22) примет вид:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x, \xi^k) dS(\xi^k), \quad (1.23)$$

где интегралы берутся по отрезкам ΔS^k , ξ^k – произвольная точка k -го отрезка является переменной интегрирования, Γ^k – циркуляция в любой точке k -го отрезка. Устремив внутреннюю точку x к граничной точке x_0 , получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0, \xi^k) dS(\xi^k). \quad (1.24)$$

Заметим, что при совпадении точек x_0 и ξ^k интеграл принимает нулевое значение, поскольку вихрь сам на себя влияние не оказывает.

Используя точку x_0 в качестве центра p -го отрезка x_0^p и перебирая все N граничных отрезков, получим систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = v_n(x_0^p), \quad (1.25)$$

где $p = 1, 2, 3, \dots, N$.

Добавим к этой системе условие бесциркуляционного обтекания непроницаемой поверхности:

$$\sum_{k=1}^N \Gamma^k l^k = 0, \quad (1.26)$$

где l^k - длина k -го отрезка.

Получим переопределенную систему $N+1$ уравнений с N неизвестными, которая, как правило, не совместна. Поэтому, следуя работам профессора Лифанова И.К., введем новую дополнительную переменную (регуляризирующий фактор) γ .

Обозначая $\int_{\Delta S^k} G(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k) = G^{pk}$; $v_n(x_0^p) = v^p$ и, используя

вышеизложенное, получим систему $N+1$ линейных алгебраических уравнений с $N+1$ неизвестными:

$$\begin{cases} \Gamma^1 G^{11} + \Gamma^2 G^{12} + \Gamma^3 G^{13} + \dots + \Gamma^N G^{1N} + \gamma = v^1, \\ \Gamma^1 G^{21} + \Gamma^2 G^{22} + \Gamma^3 G^{23} + \dots + \Gamma^N G^{2N} + \gamma = v^2, \\ \Gamma^1 G^{31} + \Gamma^2 G^{32} + \Gamma^3 G^{33} + \dots + \Gamma^N G^{3N} + \gamma = v^3, \\ \dots \\ \Gamma^1 G^{N1} + \Gamma^2 G^{N2} + \Gamma^3 G^{N3} + \dots + \Gamma^N G^{NN} + \gamma = v^N, \\ \Gamma^1 l^1 + \Gamma^2 l^2 + \Gamma^3 l^3 + \dots + \Gamma^N l^N = 0, \end{cases}$$

решив которую, например, методом Гаусса с выбором главного элемента, определим неизвестные циркуляции $\Gamma^1, \Gamma^2, \Gamma^3, \dots, \Gamma^N$.

Искомая величина скорости определяется из выражения:

$$v_n(x) = g^1 \Gamma^1 + g^2 \Gamma^2 + \dots + g^N \Gamma^N.$$

В работу [1] вихревой метод применялся для расчета вязких течений.

Предполагалось, что жидкость вязкая, несжимаемая, ее течение установившееся. Из уравнения неразрывности и определения завихренности, удовлетворяющих граничным условиям, в [9] получено их интегральное представление:

$$\vec{v}(\xi) = -\frac{1}{2\pi} \left[\iint_R \frac{\vec{\omega}(x) \times (\vec{r}(x) - \vec{r}(\xi))}{(\vec{r}(x) - \vec{r}(\xi))^2} dR(x) - \right.$$

$$-\int_B \left\{ \frac{\bar{v}(x) \cdot \bar{n}(x) - (\bar{v}(x) \times \bar{n}(x)) \times (\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))}{(\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))^2} \right\} dB(x), \quad (1.27)$$

где R – область, занимаемая жидкостью; B – граница области течения; точка x – переменная интегрирования; ξ – точка, в которой определяется скорость $\bar{v}(\xi) = \{u(\xi), v(\xi)\}$; $\bar{n}(x)$ – единичный вектор внешней нормали; $\bar{\omega}(x)$ – вектор завихренности в точке x ; $\bar{r}(x), \bar{r}(\xi)$ – радиусы-векторы точек x и ξ .

Завихренность определялась из уравнения Навье-Стокса, записанного в терминах завихренности:

$$\bar{\nabla} \times \bar{\omega} = \frac{1}{\nu} (\bar{v} \times \bar{\omega} - \bar{\nabla} h_0), \quad (1.28)$$

где $h_0 = \frac{p}{\rho_{-p}} + \frac{|\bar{v}|^2}{2}$ – полный напор; p – относительное статическое давление; ρ_{-p} – плотность среды; $|\bar{v}|$ – модуль скорости; ν – коэффициент кинематической вязкости.

Интегральный аналог этого уравнения имеет вид

$$\bar{\omega}(\xi) = -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{\nu} \iint_R \frac{[\bar{v}(x) \times \bar{\omega}(x)] \times (\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))}{(\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))^2} dR - \int_B \frac{\{h_0(x) / \nu \cdot \bar{n}(x) \times + \bar{\omega}(x) \cdot \bar{n}(x) - [\bar{\omega}(x) \times \bar{n}(x)] \times (\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))\}}{(\bar{r}(x) - \bar{r}(\xi))^2} dB \right]. \quad (1.29)$$

При заданных корректных граничных значениях вертикальной $v(x)$ и горизонтальной $u(x)$ составляющих скорости найти поле скоростей внутри области течения возможно с помощью следующей итерационной процедуры.

1. По заданному начальному приближению для завихренности внутри области течения из уравнения (1.27), записанного на границе области, определить соответствующие граничные значения завихренности.

2. Определить из уравнения (1.27) горизонтальную и вертикальную составляющие скорости в расчетных точках внутри области течения.

3. Из уравнения (1.29), записанного на границе области, определить граничное значение полного напора h_0 .

4. По вычисленным значениям скорости u и v , завихренности ω и полного напора h_0 определить новое распределение завихренности внутри области течения по формуле (1.29).

5. Перейти к первому пункту данной итерационной процедуры и продолжать вычисления до тех пор, пока различия между старыми и новыми значениями завихренности станут несущественными.

На основании этой итерационной процедуры было рассчитано взаимодействие двух параллельных струй, без учета искривления их осей. Заметим, что данный алгоритм не устойчив и при числе Рейнольдса больше 300 он расходится.

Метод дискретных вихрей применяется в аэродинамике для исследования течений у несущих поверхностей, турбулентных струй и следов. Непрерывный вихревой слой, моделирующий эту поверхность, а также след за ним заменяется системой дискретных вихрей. На несущей поверхности выбираются расчетные точки, в которых выполняется условие непроницаемости. Задача определения неизвестных циркуляций сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Впервые, метод дискретных вихрей был сформулирован в 1955г., в своей докторской диссертации профессором Белоцерковским С.М. Опыт использования, перспективы, математическое обоснование метода можно найти в трудах [10-14].

Отметим работы с использованием МДВ в рассматриваемой нами предметной области.

Для расчета динамики твердой примеси в вентиляционных струях в безграничном и замкнутом пространстве используются стохастические и детерминированные методы. Необходимы значительные вычислительные затраты для описания дисперсной фазы на основе кинетического уравнения для одночастичной функции распределения. Детерминированный подход на основе метода дискретных вихрей использован для расчета распространения дисперсной примеси в турбулентных струях и следе летательного аппарата [13]. В [15] на основе метода траекторий и определения максимального диаметра пылевых частиц предложен метод прогнозирования дисперсного состава пылевых частиц в аспираторе.

воздухе при перегрузках сыпучих материалов. Предполагалось, что величина максимального диаметра является реперной точкой и дисперсный состав пыли подчинен нормально–логарифмическому распределению. По нашему мнению этот подход справедлив для узкого класса задач аспирации укрытий при перегрузках сыпучих материалов. Полуэмпирический метод прогнозирования дисперсного состава и концентрации аспирируемых пылевых частиц на основе расчета граничных траекторий пылевых частиц разных диаметров имеет большие возможности, но требует данные эксперимента для исследуемого типа укрытия. Кроме того, вызывает затруднения построить граничные траектории во вращающихся и вихревых течениях. Заметим, что определение дисперсного состава и концентрации пылевых частиц в аспирируемом воздухе является достаточно сложной и неоднозначной задачей и в экспериментальной аэродинамике. Результаты экспериментов имеют достаточно большой разброс и иногда противоречат друг другу в связи с пульсационным характером технологических процессов.

1.4. Вопросы для повторения

1. Какие методы применяются для расчета течений газа вблизи всасывающих отверстий?
2. В чем состоят эмпирические методы расчета всасывающих факелов?
3. В чем состоят полуэмпирические методы расчета всасывающих факелов?
4. Какие методы относятся к аналитическим методам расчета всасывающих факелов?
5. Какие расчетные соотношения лежат в основе метода стоков?
6. В чем заключается метод наложения потоков?
7. Назовите основные этапы реализации метода конформных отображений.
8. На каких классических допущениях основан метод Н.Е.Жуковского.

9. Зачем необходимо определять границы вихревых областей на входе во всасывающие отверстия?

10. Для каких задач применимы методы вихревой или магнитной аналогии?

11. Какие численные методы использовались для расчета течений вблизи всасывающих отверстий?

12. Какими преимуществами обладает метод ГИУ по сравнению с конечно-разностными?

13. В чем состоит основная идея метода ГИУ?

14. Изложите численный алгоритм реализации метода ГИУ.

15. Как в методе ГИУ можно учесть наличие в расчетной области вращающихся цилиндрических деталей?

16. В каком случае в методе ГИУ можно учесть тонкие козырьки?

17. Что называется вихревым методом расчета?

18. Опишите алгоритм расчета всасывающих факелов, основанный на вихревом методе.

19. Как модернизируется вихревой метод для расчета вязких течений?

20. Опишите итерационную процедуру Ву-Вахбаха.

21. Для каких задач аэродинамики использовался метод дискретных вихрей?

22. Какие методы существуют для расчета концентрации и дисперсного состава пыли в аспирационных системах?

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ВБЛИЗИ ВСАСЫВАЮЩИХ ОТВЕРСТИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ

2.1. Основные расчетные отношения для плоских и осесимметричных вихревых нестационарных течений

Расположим вихрь в т. $\xi(\xi_1, \xi_2)$ (рис.2.1). Определим скорость в т. $x(x_1, x_2)$.

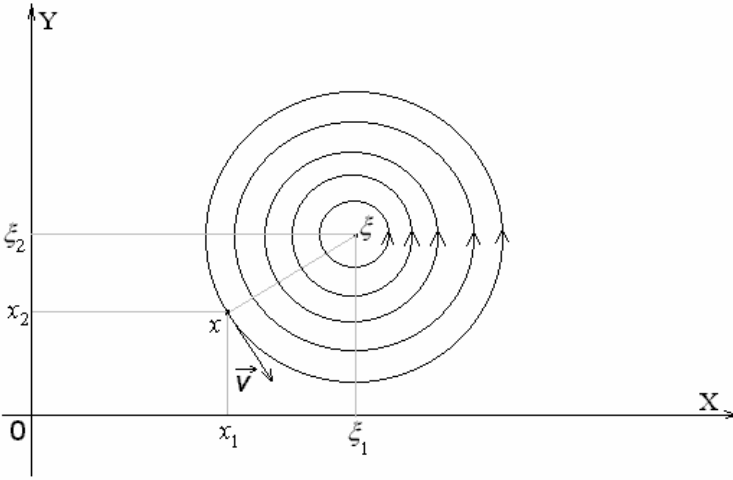


Рис.2.1. К определению скорости от плоского вихря.

Составляющие скорости \vec{v} в точке $x(x_1, x_2)$, вызываемая действием в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ вихря определяются из выражений:

$$v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2) \Gamma(\xi)}{2\pi [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]},$$

$$v_y = \frac{(x_1 - \xi_1) \Gamma(\xi)}{2\pi [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]},$$

$\Gamma(\xi)$ - циркуляция вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$.

Вдоль заданного единичного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ величина скорости в точке x определяется по формуле:

$$v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi), \quad (2.1)$$

$$G(x, \xi) = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}. \quad (2.2)$$

Основная идея МДВ заключается в дискретизации границы области на присоединенные вихри и расчетные точки, а также срыве свободных вихрей с острых кромок и гладкой поверхности в местах изменения направления тангенциальной составляющей скорости. Опишем алгоритм расчета течений у всасывающих отверстий на основе МДВ.

Пусть дана плоская область течения с произвольными границами. С L точек этой области происходит сход вихрей. Тогда скорость воздуха в p -й расчетной точке вдоль внешней нормали $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определится из равенства:

$$v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau, \quad (2.3)$$

где v_n^p известная скорость вдоль направления нормали \vec{n} к границе области; G^{pk} - функция, выражающая влияние на p -ую расчетную точку k -го присоединенного вихря с циркуляцией Γ^k ; m - момент времени; $G_l^{p\tau}$ - функция выражающая влияние свободного вихря с интенсивностью γ_l^τ сорвавшегося с l -й точки в момент времени $t = m\Delta t$, на эту же p -ую расчетную точку. Функция G вычисляется по формулам (2.2), где вместо $\xi(\xi_1, \xi_2)$ берутся точки расположения присоединенных или свободных вихрей.

В углах границы должны быть расположены вихри. Между вихрями по середине расположены расчетные точки. Шаг дискретности должен быть приблизительно одинаков. К уравнению (2.3) нужно добавить условие неизменности циркуляции:

$$\sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0, \quad (2.4)$$

Если число расчетных точек на 1 меньше числа присоединенных вихрей то система (2.3), (2.4) является системой, в которой количество неизвестных равно количеству уравнений. Если же эти числа равны, то система переопределена, т.е. количество уравнений больше количества неизвестных. Тогда вводят регуляризующую переменную Λ , предложенную И.К. Лифановым. В этом случае система (2.3)-(2.4) запишется в следующем виде:

$$\begin{cases} v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau + \Lambda, \\ \sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0. \end{cases} \quad (2.5)$$

После определения неизвестных циркуляций присоединенных вихрей можно найти скорость в m -й расчетный момент времени в произвольной точке x вдоль данного направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ по формуле (2.3). В каждый расчетный момент времени необходимо определять новые положения свободных вихрей, вычисляемые по формулам:

$$x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t, \quad (2.6)$$

$\{x_1, y_1\}$ – точка предыдущего положения свободного вихря, $\{x_2, y_2\}$ – новое его положение.

Для нахождения составляющих скорости каждого вихря используется формула:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r),$$

Для вычисления v_x направление $\vec{n} = \{1, 0\}$, а для v_y - $\vec{n} = \{0, 1\}$.

Рассмотрим течение, индуцируемое бесконечно тонкой вихревой нитью (рис.2.2).

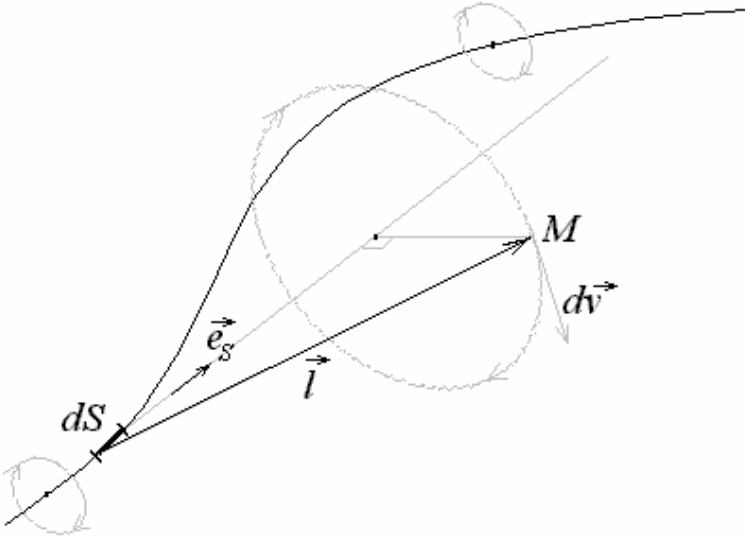


Рис.2.2. Иллюстрация к формуле Био-Савара

Скорость в т.М, вызываемая бесконечно малым вихревым элементом dS определяется согласно закону Био-Савара:

$$d\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{e}_s \times \vec{l}}{l^3} dS, \quad (2.7)$$

где \vec{e}_s - единичный вектор. Циркуляция Γ считается положительной величиной, если при наблюдении из конца вектора \vec{e}_s вращение жидкости осуществляется против часовой стрелки. Такой случай изображен на рисунке 2.2.

Расположим вихревое кольцо радиусом ξ_2 в плоскости YOZ , так, чтобы его центр лежал на оси симметрии (рис.2.3).

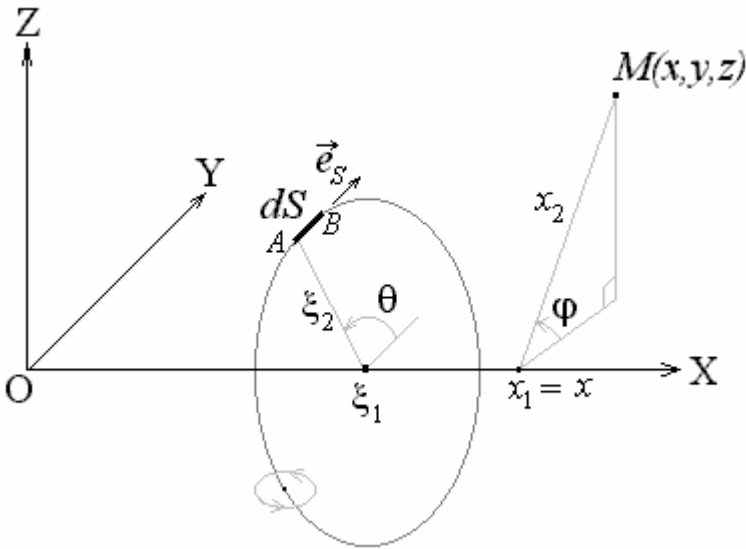


Рис.2.3. К определению скорости в точке, вызванной действием вихревого кольца

Определим скорость воздуха в т. M , вызванной действием бесконечно тонкого вихревого кольца с циркуляцией Γ (рис.2.3).

Координаты точки A обозначим $(0, \eta, \zeta)$. Соответственно, координаты точки B $(0, \eta + d\eta, \zeta + d\zeta)$. Вектор $\vec{AB} = dS \cdot \vec{e}_s = \{0; d\eta; d\zeta\}$, $\vec{l} = \vec{AM} = \{x - \xi_1, y - \eta, z - \zeta\}$. Тогда векторное произведение:

$$\vec{AB} \times \vec{l} = \{(z - \zeta)d\eta - (y - \eta)d\zeta, (x - \xi_1)d\zeta, -(x - \xi_1)d\eta\}$$

и, соответственно, проекции вектора скорости, индуцируемой действием вихревого отрезка dS , выражаются следующими формулами:

$$dv_x = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} [(z - \zeta)d\eta - (y - \eta)d\zeta],$$

$$dv_y = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x - \xi_1)d\zeta,$$

$$dv_z = -\frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x - \xi_1)d\eta,$$

где $l = \sqrt{(x - \xi_1)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$.

Введем цилиндрическую систему координат (x_1, x_2, φ) , где x_1 - проекция точки на ось OX , x_2 - расстояние от оси OX , φ - угол отсчитываемый от плоскости OXY (рис.2.3). Тогда координаты т.М и вектора \vec{AB} преобразуются следующим образом:

$$x = x_1, \quad y = x_2 \cos \varphi, \quad z = x_2 \sin \varphi, \quad \eta = \xi_2 \cos \theta,$$

$$\zeta = \xi_2 \sin \theta, \quad d\eta = -\xi_2 \sin \theta d\theta, \quad d\zeta = \xi_2 \cos \theta d\theta.$$

Тогда составляющие скорости $d\vec{v}$ преобразуются к следующему виду:

$$dv_x = \frac{\Gamma \xi_2}{4\pi l^3} [\xi_2 - x_2 \cos(\theta - \varphi)],$$

$$dv_y = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x_1 - \xi_1) \xi_2 \cos \theta d\theta,$$

$$dv_z = \frac{\Gamma}{4\pi l^3} (x_1 - \xi_1) \xi_2 \sin \theta d\theta.$$

Интегрируя полученные выражения с учетом осевой симметрии течения, возникающего у вихревого кольца (для простоты полагаем, что $\varphi = 0$):

$$v_1 = \frac{\Gamma \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\xi_2 - x_2 \cos \theta}{l^3} d\theta,$$

$$v_2 = \frac{\Gamma(x_1 - \xi_1) \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{l^3} d\theta,$$

$$v_\varphi = \frac{\Gamma(x_1 - \xi_1) \xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta}{l^3} d\theta = 0,$$

где $l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta}$, v_1 , v_2 - проекции вектора скорости на направления Ox_1 и Ox_2 соответственно.

Скорость вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определяется выражением

$$v_n = v_1 n_1 + v_2 n_2 = \Gamma \cdot \frac{\xi_2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(\xi_2 - x_2 \cos \theta) n_1 + (x_1 - \xi_1) n_2 \cos \theta}{[(x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta]^{3/2}} d\theta.$$

После несложных преобразований, выражение для скорости в т. (x_1, x_2) , индуцируемой бесконечно тонким кольцевым вихрем в т. (ξ_1, ξ_2) с циркуляцией $\Gamma(\xi)$, примет вид:

$$v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1) n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}}$$

или по другому:

$$v_n(x) = \Gamma(\xi) \cdot G(x, \xi), \quad (2.8)$$

где

$$\begin{cases} G(x, \xi) = \frac{(A_1 b + A_2 a)}{b} \cdot \frac{4}{(a-b)\sqrt{a+b}} E(t) - \frac{A_2}{b} \cdot \frac{4}{\sqrt{a+b}} K(t) & \text{npub} \neq 0, \\ G(x, \xi) = \frac{\xi_2^2 \cdot n_1}{2a\sqrt{a}} & \text{npub} = 0, \end{cases} \quad (2.9)$$

$$2x_2 \xi_2 = b > 0,$$

$$a = (x_1 - \xi_1)^2 + \xi_2^2 + x_2^2 > 0,$$

$$A_1 = \frac{\xi_2^2 n_1}{4\pi}, \quad A_2 = \frac{\xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1].$$

$$K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-t^2 \sin^2 \theta} d\theta \quad - \quad \text{полные}$$

эллиптические интегралы 1 и 2 рода;

$$t = \frac{2b}{a+b};$$

$$K(t) = \sum_{i=0}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=0}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t};$$

$$E(t) = 1 + \sum_{i=1}^4 c_i (1-t)^i + \sum_{i=1}^4 d_i (1-t)^i \ln \frac{1}{1-t};$$

c_i, d_i взяты из таблицы 2.1 [30].

Таблица 2.1

$K(t)$		$E(t)$	
$c_0=1,38629436112$	$d_0=0.5$		
$c_1=0,09666344259$	$d_1=0,12498593597$	$c_1=0,44325141463$	$d_1=0,24998368310$
$c_2=0,03590092383$	$d_2=0,06880248576$	$c_2=0,06260601220$	$d_2=0,09200180037$
$c_3=0,03742563713$	$d_3=0,03328355346$	$c_3=0,04757383546$	$d_3=0,04069697526$
$c_4=0,01451196212$	$d_4=0,00441787012$	$c_4=0,01736506451$	$d_4=0,00526449639$

2.2. Расчеты нестационарных течений

2.2.1. Расчет вихревого течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двухгранным углом

Условие задачи: разработать алгоритма и программу расчета вихревого течения у щелевидного отсоса над двухгранным углом.

Данная задача решалась аналитически в работе [36] на основе метода Н.Е.Жуковского и экспериментально [37]. Представляет интерес сопоставить результаты исследований, полученных разными способами. Поставленную задачу можно считать модельной (тестовой), которая является элементом значительно более сложных задач промышленной вентиляции.

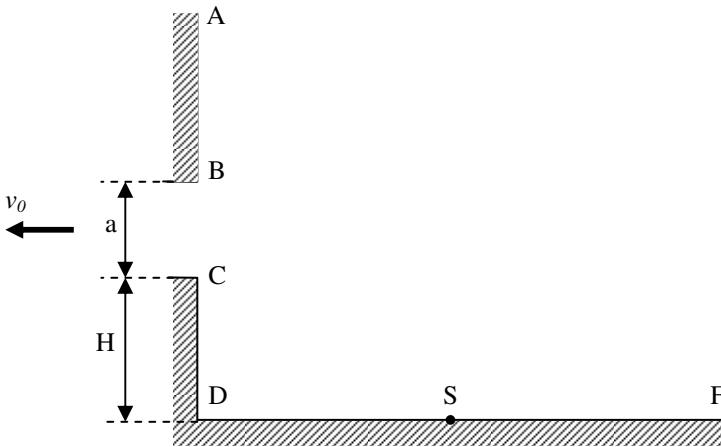


Рис.2.4. Границы области течения

Пусть во всасывающем проеме BC задана скорость v_0 (рис.2.4). На остальной части границы задано условие непротекания. Необходимо определить скорость воздуха в любой точке области течения, построить линии тока и вихревую структуру течения.

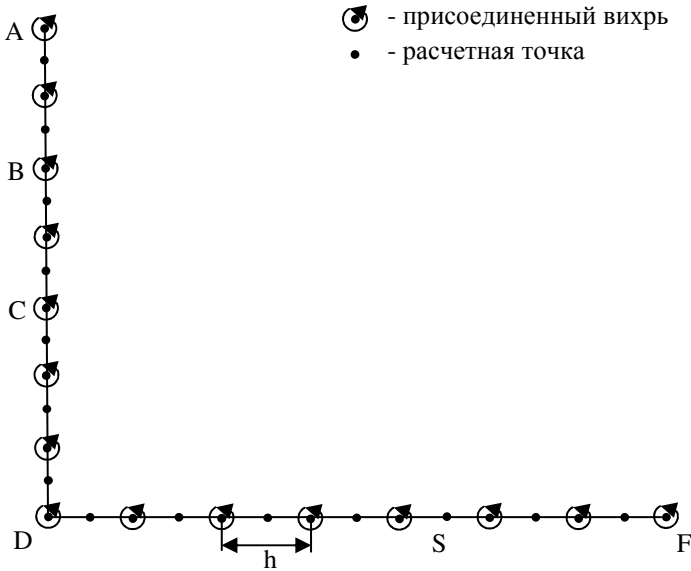


Рис. 2.5. Дискретизация границы области течения

На границе области течения разместим вихри (рис. 2.5). Посредине между этими присоединенными вихрями поместим расчетные точки, в которых будут выполняться граничные условия для нормальной составляющей скорости воздуха ($v_n = 0$ всюду, кроме отрезка BC, на котором $v_n = v_0$). Расстояние между любыми двумя соседними расчетными точками или двумя соседними присоединенными вихрями одинаково и равно h .

Рассмотрим начальный момент времени $t = 0$. При $t = 0$ существуют только присоединенные вихри. Свободных вихрей, сошедших с точки S (точки отрыва потока), нет. Скорость в расчетной точке x_i вдоль направления внешней нормали к границе определится путем суммирования воздействия на нее всех вихрей:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j), \quad (2.10)$$

где $\Gamma(\xi_j)$ - циркуляция вихря, расположенного в точке ξ_j ; n – количество присоединенных вихрей, $\{n_1, n_2\}$ – координаты единичного вектора внешней нормали \vec{n} в точке $x_i(x_1, x_2)$; (ξ_1, ξ_2) - координаты точки ξ_j расположения вихря. Функция $G(x_i, \xi_j)$ вычисляется по формуле (2.5) и выражает собой значение скорости в точке x_i , вызываемой действием в точке ξ_j вихря единичной циркуляции.

Заметим, что при дискретизации границы области, показанной на рис.2.5, количество расчетных точек на 1 меньше, чем присоединенных вихрей. Поэтому, изменяя i в формуле (1) от 1 до $n-1$, получим систему $n-1$ линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Добавим к системе (2.10) условие неизменности циркуляции вихрей:

$$\sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) = 0. \quad (2.11)$$

Решив полученную систему уравнений, найдем неизвестные $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$.

Рассмотрим следующий момент времени $t = \Delta t$.

С точки S вдоль направления нормали к границе, направленной внутрь области, сходит первый свободный вихрь интенсивностью γ_1 , равной циркуляции присоединенного вихря, расположенного в точке S . Заметим, что определение точки отрыва вихревого слоя с гладкой поверхности является проблемой. Она решается достаточно сложно: с учетом вязкости и с привлечением уравнений пограничного слоя. Выдвинем в качестве гипотезы следующее кинематическое условие для отрыва потока: отрыв вихревого слоя осуществляется между расчетными точками с разными знаками тангенциальной составляющей скорости. Строго говоря, отрыв должен происходить по касательной к поверхности. Однако, в силу дискретности модели, это осуществить не удастся, поскольку оторвавшийся вихрь может вылететь за границу области течения. Поэтому первый свободный вихрь помещается над точкой отрыва S на расстоянии равном шагу дискретности $h/2$. Затем он движется по траектории жидкой частицы. Возможно, что с течением времени точка S будет менять свое положение и соответственно в

каждый момент времени необходимо ее расположение определять заново.

Естественно предположить, что при значительном увеличении t точка S уже не будет «плавать».

Итак, произошел отрыв 1-го свободного вихря из точки S . Тогда система (2.10) – (2.11) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \gamma_1 G(x_i, y_1), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \gamma_1 = 0, \end{cases} \quad (2.12)$$

где y_1 – точка расположения 1-го свободного вихря (на расстоянии $h/2$ от точки S по нормали внутрь области течения). Интенсивность γ_1 этого свободного вихря не изменяется, т.е. он будет двигаться с этой интенсивностью, пока не достигнет отсоса ВС.

Решается система (2.12) и вновь находятся циркуляции $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$.

Следующий момент времени $t = 2 \cdot \Delta t$. Вновь с точки S происходит срыв вихря интенсивностью γ_2 (он также будет на расстоянии $h/2$ от точки S по нормали внутрь области течения). Нужно определить положение вихря γ_1 в этот момент времени. Для этого необходимо вычислить скорость $\{v_x, v_y\}$ в точке его предыдущего положения по формуле (1), где $x_i = \{x_1, x_2\}$ – точка предыдущего положения вихря γ_1 . Для вычисления v_x направление $\vec{n} = \{1, 0\}$, а для v_y - $\vec{n} = \{0, 1\}$. Новое положение свободного вихря определится из формул (2.6)

Таким образом, в момент времени $t = 2 \cdot \Delta t$ существует уже 2 свободных вихря γ_1 и γ_2 . При этом система (2.12) преобразуется к виду:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \gamma_1 G(x_i, y_1) - \gamma_2 G(x_i, y_2), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \gamma_1 + \gamma_2 = 0, \end{cases} \quad (2.13)$$

где y_2 – точка расположения вихря γ_2 . Решив систему (2.13) и определив интенсивности $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, вновь находим расположение вихрей γ_1 и γ_2 в следующий момент времени $t = 3 \cdot \Delta t$. Составляющие скорости для каждого вихря определяются по формуле:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r), \quad (2.14)$$

где вновь для вычисления v_x используется $\bar{n} = \{1, 0\}$, а для v_y - $\bar{n} = \{0, 1\}$; $r = 1$ для вихря γ_2 и $r = 2$ для вихря γ_1 (сам на себя вихрь не влияет). В этот же момент времени $t = 3 \cdot \Delta t$ происходит срыв из точки S нового свободного вихря γ_3 .

Рассмотрим произвольный момент времени $t = m \cdot \Delta t$. В этом случае имеем m свободных вихрей. При этом система (2.13) примет вид:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) = v_n(x_i) - \sum_{k=1}^m \gamma_k G(x_i, y_k), \\ \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) + \sum_{k=1}^m \gamma_k = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Решив эту систему и определив $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, находим положения вихрей $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m$ в момент времени $t = (m+1)\Delta t$. Для нахождения составляющих скорости каждого вихря используется формула:

$$v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r) \quad (2.16)$$

В следующий момент времени происходит срыв из точки S вихря γ_{m+1} .

Если вихрь в определенный момент времени приближается к твердой стенке на расстояние, меньшее $h/2$, то он отодвигается от нее по нормали так, чтобы расстояние до границы течения стало равно $h/2$. Если то же самое происходит с вихрем и открытым проемом, то вихрь исчезает.

В случае приближения двух вихрей на расстояние меньше $h/2$ (рис. 2.5) их взаимное влияние определяется путем линейной аппроксимации:

$$\frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2} \quad (2.17)$$

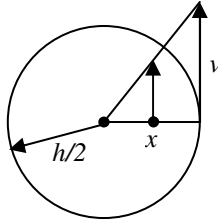


Рис. 2.5. К определению взаимного влияния вихрей

Продольные и поперечные пульсации скорости определяются по формулам:

$$v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}, \quad (2.18)$$

где $\langle v_x \rangle$, $\langle v_y \rangle$ - осредненные за M моментов времени составляющие скорости, v_{kx}, v_{ky} - составляющие скорости в k -й момент времени; v_x, v_y - составляющие скорости в данный момент времени; $m, M+m$ - начальный и конечный моменты времени для расчета пульсаций.

Среднеквадратичные продольные и поперечные пульсации скорости определяются из формул:

$$\left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{kx})^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{ky})^2 \right]^{1/2}, \quad (2.19)$$

где v'_{kx}, v'_{ky} - продольные и поперечные пульсации скорости в k -й момент времени.

Проведенные по программе методические исследования позволили выбрать шаг дискретности $h = 0,01$ и получить следующую формулу для шага по времени:

$$\Delta t = \frac{h}{4v_0} \left(\frac{H}{a} \right)^2. \quad (2.20)$$

Количество присоединенных вихрей на отрезках AB - 70, BC - 10, DF - 300. На отрезке CD - 20,30,40, что соответствует случаям $H/a = 2, 3, 4$. В расчетах скорость $v_0 = 1$.

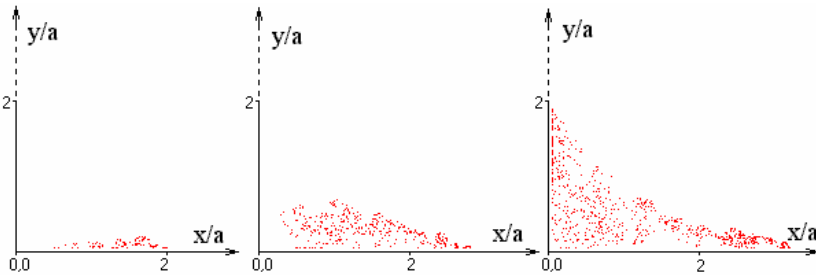


Рис.2.6. Развитие вихревой структуры во времени ($t = 1, 4, 8$ слева направо)

Как видно из рисунка 2.6 ($H/a = 2$) точка отрыва с течением времени смещается вправо, но скорость ее движения замедляется и в определенный момент времени она останавливается. Вихревая область течения, полученная по программе (рис. 2.7а, рис.2.8) имеет похожее очертание с данными эксперимента (рис.2.9) [37]. Визуализированная вихревая зона (рис.2.9) получена в [37] следующим образом. Плоское течение в опытах имитировалось с помощью двух горизонтальных плоскостей. Нужная геометрия отсоса создавалась вертикальными пластинами. Воздух отсасывался из сформированной таким образом области пылесосом. В начале опыта нижняя плоскость покрывалась измельченной луковой шелухой. При действии пылесоса вся шелуха, кроме находящейся в вихревой зоне, уносилась в отсос. Пунктиром на

фотографии рис.2.9 нанесена граница вихревой зоны, рассчитанная по формулам, полученных с помощью метода Жуковского [36]. В работе [37] предложена формула для определения абсциссы точки отрыва

$$S_x / a = 1,316 \cdot H/a + 0,47. \quad (2.21)$$

Полученные по программе значения абсциссы точки отрыва имеют удовлетворительное согласие с экспериментом и формулой (2.21) (табл.2.2).

Абсциссы точки отрыва S_x/a

Таблица 2.2

№ п/п	$H/a = 2$	$H/a = 3$	$H/a = 4$
1) по программе	3,2	4,3	5,6
2) эксперимент	3,65	4,7	6,0
3) по формуле (14)	3,1	4,2	5,7

Очертание вихревой зоны хотя и несущественно, но постоянно изменяется во времени. Вихри образуются не только в углу, но и вблизи непроницаемой стенки левее точки отрыва (рис.2.8). Турбулентные пульсации наблюдаются как в точках вихревой области (рис.2.10а), так и вне ее. Однако, в последнем случае пульсации значительно меньшей интенсивности. Степень турбулентности, характеризуемая величинами $\left(\langle v_x^2 \rangle\right)^{1/2}$, $\left(\langle v_y^2 \rangle\right)^{1/2}$ более чем на порядок меньше в безвихревой области, чем внутри нее.

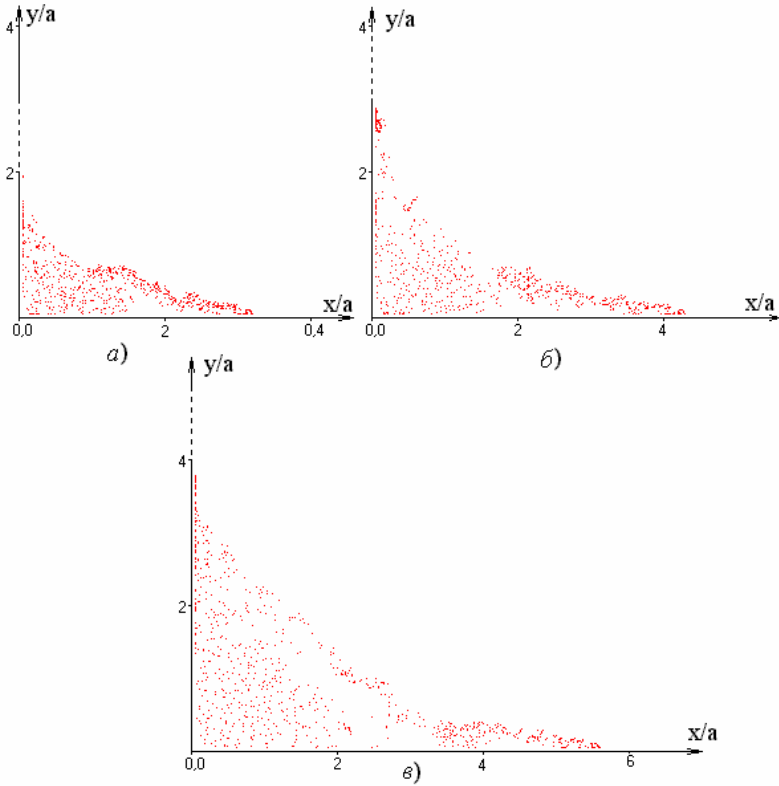


Рис. 2.7. Вихревая структура течения при:
 а) $H/a=2$; $t=10,04$; $S_x = 0,32$; б) $H/a=3$; $t=21,02$; $S_x = 0,44$;
 в) $H/a=4$; $t=33,88$; $S_x = 0,56$.

Предложенный подход для определения точки отрыва может быть использован для расчета вихревых течений, образующихся при натекании воздуха на препятствия. Такие течения, рассматриваемые в практике промышленной вентиляции, наблюдаются при обтекании зданий, экранов, а также при действии местных отсосов в укрытиях кабинного типа.

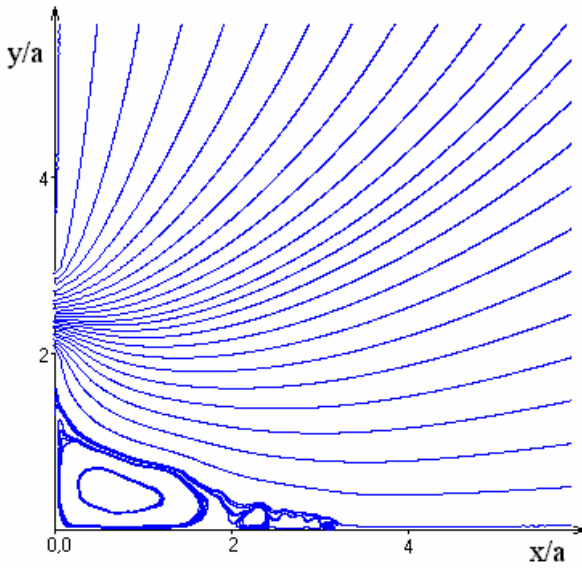


Рис.2.8. Линии тока при $H/a=2$, $t=10,04$

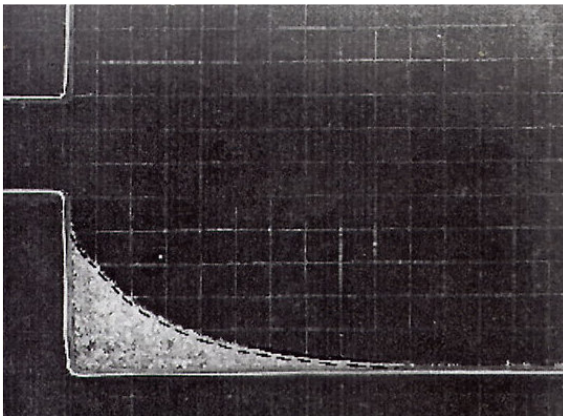


Рис.2.9. Фотография очертания вихревой области
вблизи бокового отсоса при $H/a = 2$

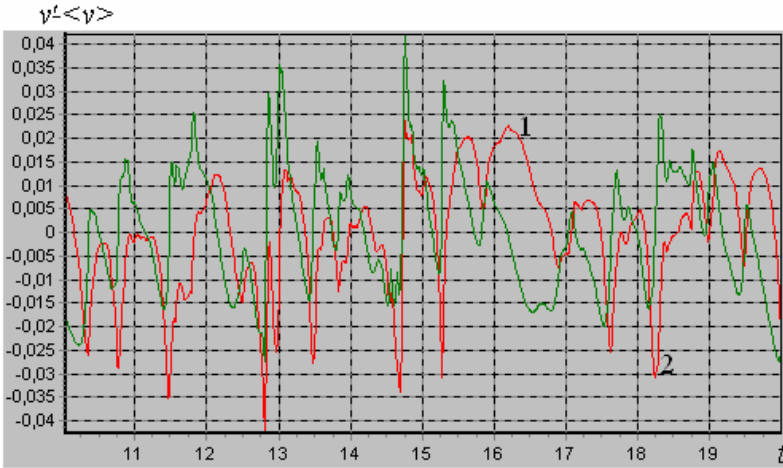


Рис.2.10. Продольные (1) и поперечные (2) пульсации скорости в точке (0,1;0,1) -

$$\langle v_x \rangle = -0,187; \quad \langle v_y \rangle = -0,0075; \quad \left(\langle v_x^2 \rangle \right)^{1/2} = \left(\langle v_y^2 \rangle \right)^{1/2} = 0,013 .$$

2.2.2. Расчет течения на входе в щелевидное всасывающее отверстие, свободно расположенное в пространстве

Условие задачи: разработать алгоритм и программу расчета течения у щелевого отсоса, свободно расположенного в пространстве, где всасывающее сечение расположено на конечном расстоянии от входного проема в отсос и, соответственно граничные условия заданы приближенно.

Течение идеальной несжимаемой жидкости на входе в щелевой отсос исследовалось методами конформных отображений и граничных интегральных уравнений (безотрывная модель), методом Жуковского (отрывное течение) и методом дискретных вихрей [38]. В работе [38] исследовалось течение на основе суперпозиции МДВ и конформных отображений с точным выполнением граничных условий. Однако, такой строгий подход возможен для узкого класса задач, где возможно найти функцию, отображающую физическую область течения на геометрическую. К таким областям не относятся плоские многосвязные и пространственные области течения.

Представляет интерес сопоставить решения, полученные разными способами и определить геометрические параметры, при которых наблюдаются их хорошее согласование.

Как известно, скорость движения воздуха в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, вызванного действием в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ стока интенсивности $q(\xi)$, определяется из следующей формулы:

$$v_n(x) = -\frac{(x_1 - \xi_1)n_1 + (x_2 - \xi_2)n_2}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2} \frac{q(\xi)}{2\pi}.$$

Получим скорость движения воздуха в той же точке, вызванного отрезком (рис.2.11) с непрерывно распределенными по нему стоками интенсивностью:

$$q(\xi) = \frac{u_0 \cdot 2B}{2B}.$$

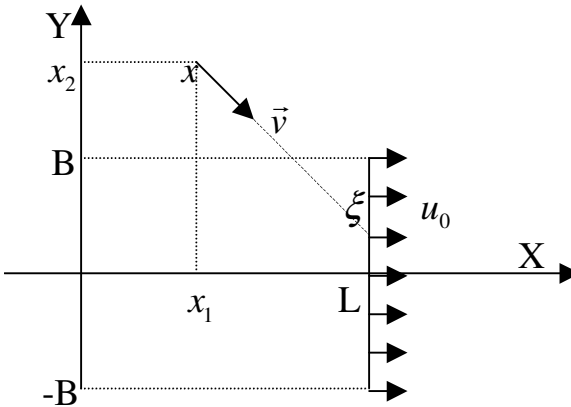


Рис.2.11. Всасывающий отрезок

Интегрируя по длине отрезка с учетом того, что $\xi_1 = L$; $\xi_2 = \xi$, получим следующее выражение:

$$v_n(x) = -\frac{u_0}{2\pi} \int_{-B}^B \frac{(x_1 - L)n_1 + (x_2 - \xi)n_2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 - \xi)^2} d\xi =$$

$$= -\frac{u_0}{2\pi} \left[n_1 \cdot \left\{ \arctg \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \arctg \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right].$$

Рассмотрим течение у щелевидного отсоса (рис.2.12).

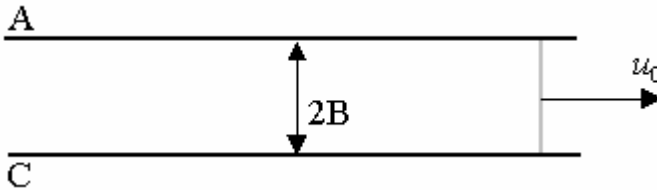


Рис.2.12. Щелевой отсос, свободно расположенный в пространстве

С точек А и С происходит отрыв потока (сход вихревой пелены). Проследим развитие вихревой структуры с течением времени. Будем считать стенки бесконечно тонкими. Расположим по границе области расчетные точки и точки расположения присоединенных вихрей так, как показано на рис.2.13.

Шаг дискретизации - h (расстояние между соседними расчетной точкой и вихрем). Количество расчетных точек - $2N$, присоединенных вихрей- $2N-2$, свободных - 2. Такое расположение вихрей будет наблюдаться в начальный момент времени: $t = 0$.

Неизвестные циркуляции вихрей определяются из условия непротекания на границе:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p = 0, \quad (2.22)$$

где G^{pk} вычисляется по формуле (2.2)

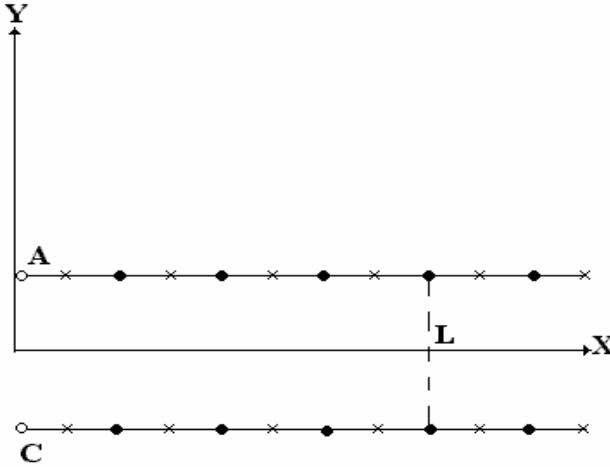


Рис.2.13. Дискретизация границы области:
 X- расчетные точки; ● - присоединенные вихри;
 ○ - свободные вихри.

$$F^p = -\frac{u_0}{\pi} \left[n_1 \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \operatorname{arctg} \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right],$$

$x(x_1, x_2)$ - расчетная точка, $\xi(\xi_1, \xi_2)$ - точка расположения вихря, L - удаленность всасывающего отрезка от начала координат.

В следующий момент времени $t = \Delta t = h / u_0$ первые свободные вихри смещаются внутрь области течения.

В этот момент времени система уравнений (2.2), с учетом появившихся 2-х свободных вихрей будет иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + G_1^{p1} \gamma_1^1 + G_2^{p1} \gamma_2^1 = 0, \quad (2.23)$$

где γ_1^1, γ_2^1 - циркуляции двух сорвавшихся свободных вихрей в 1-й момент времени, равные циркуляциям свободных вихрей в точках А и С

в предыдущий момент времени. Эти циркуляции не будут изменяться в последующие моменты времени. Величины G_1^{p1}, G_2^{p1} определяются из формулы (2.2), в которой (x_1, x_2) - координаты p -й расчетной точке, (ξ_1, ξ_2) - координаты соответственно 1 или 2 свободного вихря. Решив систему (4) получим новое распределение циркуляций граничных вихрей. С острых кромок срываются еще 2 вихря с циркуляциями γ_1^2, γ_2^2 . Вихри γ_1^1, γ_2^1 приобретают новое положение.

В момент времени $t = m \cdot \Delta t$ система уравнений (2.22) преобразуется к виду:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + \sum_{k=1}^m (G_1^{pk} \gamma_1^k + G_2^{pk} \gamma_2^k) = 0.$$

В величинах G_1^{pk}, G_2^{pk} нижние индексы обозначают, что вихри срываются соответственно с 1 и 2 кромок (верхней и нижней). Индекс k обозначает, что вихрь сорвался в k -ый момент времени.

Решив эту систему получим распределение граничных вихрей в m -ый момент времени. С острых кромок вновь срываются вихри. Остальные вихри приобретают новые положения. Если вихри достигают всасывающего отрезка - то они исчезают.

По построенным алгоритмам разработана компьютерная программа, при расчетах по которой было обнаружено, что симметрия расположения свободных вихрей нарушается с течением времени. Такой эффект обусловлен наличием погрешности при выполнении вычислений. Например, циркуляции симметричных присоединенных вихрей после первого их вычисления отличаются на величину порядка $10^{-14} - 10^{-16}$. Это приводит к тому, что первые свободные вихри имеют также различные циркуляции и на примерно такой же порядок отличающиеся координаты. В результате после секунды моделирования отличия в расположении вихрей в верхней и нижней половине начинают наблюдаться визуально. Поэтому было решено поддерживать симметрию расположения вихрей искусственно путем модификации алгоритма. При этом реально вычислялись координаты только верхних вихрей, а нижние вихри располагались симметрично относительно оси Ox .

Исследовался случай, когда расстояние между соседними расчетными точками $h = 0,0075m$; общее количество расчетных точек -

320 (т.е. на каждом отрезке по 160); полуширина отсоса - 0,15 м, абсцисса всасывающего отрезка - 1 м, скорость воздуха, протекающего через всасывающий отрезок - 1 м/с; шаг по времени $\Delta t = 0,005$ секунд.

Расположение свободных вихрей и линии тока после 3 секунд моделирования показаны на рис. 2.14.

Построение очертания вихревой области, полученной разными методами (рис.2.15), показывает их практическое совпадение при удалении от входного проема на расстояние $L/2B = 10$. Различие величин осевой скорости, полученных методом Жуковского и МДВ не превышает 5% (табл.2.3).

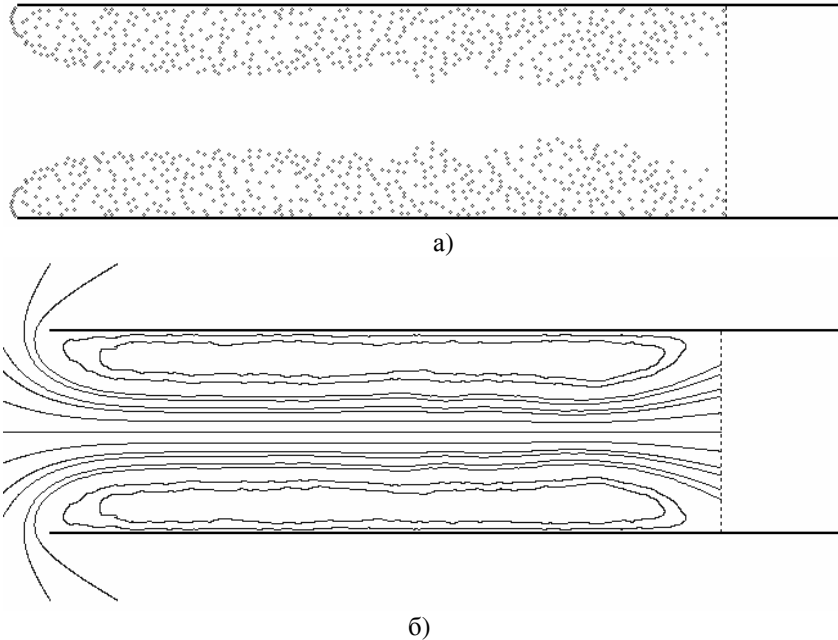


Рис. 2.14. Вихревая структура течения (а) и линии тока (б)

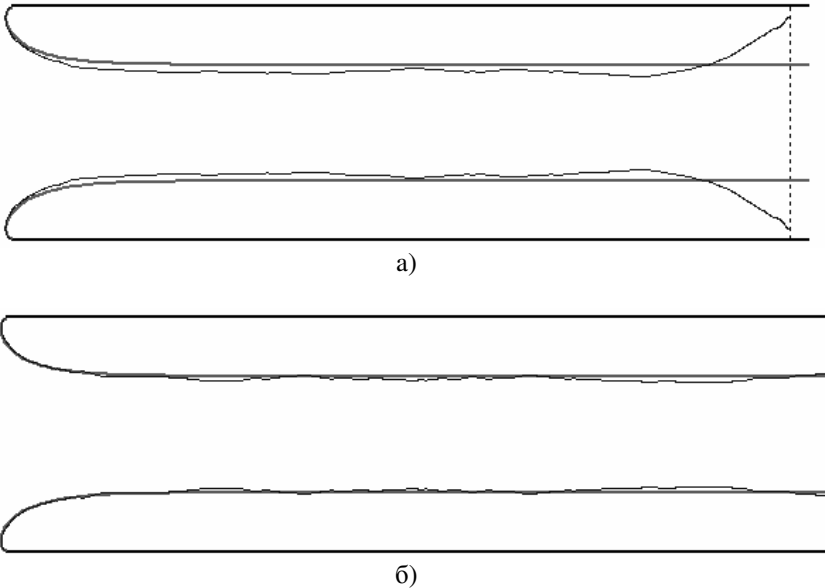


Рис. 2.15. Очертание вихревой области по методу Жуковского и по программе: а) $t = 3$ с; абсцисса всасывающего отрезка $L = 1$ м; б) $t = 3,5$ с; $L = 1,5$ м.

Сравнение значений осевой скорости при расчете
по программе и по методу Жуковского

Таблица 2.3

Абсцисса, м	Осевая скорость, рассчитанная по программе, м/с	Осевая скорость, рассчитанная по методу Жуковского, м/с
0	1,342	1,285
-0,1	0,650	0,646
-0,2	0,350	0,352
-0,3	0,224	0,226
-0,4	0,160	0,163
-0,5	0,124	0,126
-0,6	0,100	0,102

Был произведен расчет профилей осредненной по времени скорости в различных сечениях канала. Под средней скоростью в данном случае

понималась средняя величина продольной (горизонтальной) составляющей скорости в исследуемых точках (поперечная составляющая мала и не оказывает существенного влияния на величину скорости), вычисляемая следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt,$$

где подынтегральная функция $u_x(t)$ есть продольная составляющая мгновенной скорости в момент времени t ; τ - момент времени начала осреднения; $\tau+T$ - момент времени окончания осреднения.

В дискретной форме осредненная по времени скорость (ее продольная составляющая) вычисляется следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^{m+M} u_x(t_i),$$

где m - начальный момент осреднения, $m+M$ - конечный момент осреднения.

На рис. 2.16 приведено сравнение профилей средней скорости, построенных по программе, с профилями, полученными в [13]. Расчет производился в четырех сечениях при $x/h = 0,3 \div 2,5$. На рис. 7-а профили для сечений $x/h = 0,6$ и $x/h = 2,5$ не показаны, потому что они практически совпадают с профилем при $x/h = 1,3$. Здесь же приведены результаты эксперимента [13] для круглого канала с острой кромкой при $x/h = 0,7; 1,5$ и $2,7$.

Как и в работе [13] в расчетах по разработанной программе наблюдается возвратное течение вблизи стенок.

Среднеквадратичные продольные пульсации скорости определяются из первой формулы (2.19).

Сравнение профилей среднеквадратичных продольных пульсаций скорости $\varepsilon_u = (\langle u'^2 \rangle)^{1/2} / u_0$ в сечении $x/2B=0,6$, полученных по разработанной программе, по данным расчетов [38] и опытным данным [39] показано на рис.2.17.

Циркуляция срывающего с острой кромки вихря изменяется существенно только в начальный промежуток времени (рис.2.18), затем колеблется около определенного значения.

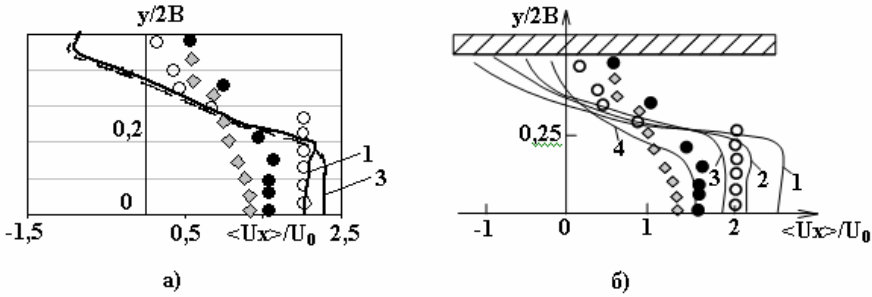


Рис. 2.16. Профили средней скорости в сечениях канала: а) расчет по программе; б) результаты, представленные в [13]. Расчет: 1 – $x/2B = 0,3$; 2 – $x/2B = 0,6$; 3 – $x/2B = 1,3$; 4 – $x/2B = 2,5$.

Эксперимент для круглого канала:

○ – $x/2B = 0,7$; ● – $x/2B = 1,5$; ◇ – $x/2B = 2,7$

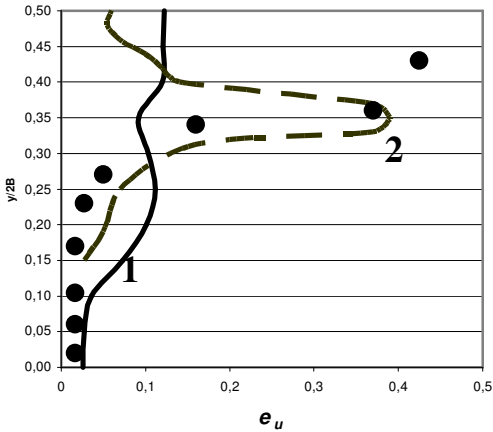


Рис. 2.17. Профиль продольных пульсаций скорости в сечении $x/2B = 0,6$: 1 – расчет по программе; 2 – профиль, представленный в [13]; ● – эксперимент

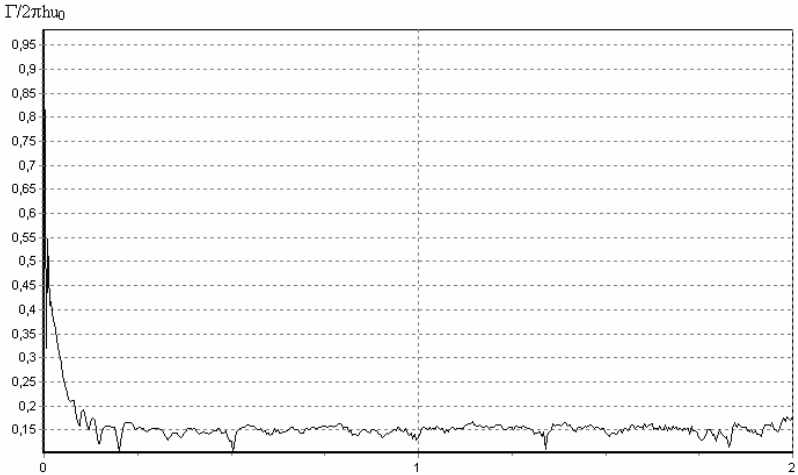


Рис. 2.18. График изменения циркуляции вихрей, срывающихся с кромки отсоса

Предложенный подход построения решения рассматриваемой задачи с приближенным выполнением граничных условий, позволяет решить ряд новых задач о течениях воздуха вблизи всасывающих отверстий в многосвязных плоских и пространственных областях.

2.2.3. Расчет течений на входе в щелевидный отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве

Условие задачи: произвести расчет вихревого нестационарного течения на входе в щелевидный отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве.

Всасывающий проем TS (рис.2.19) расположим на конечном расстоянии от входа в проем, т.е. граничное условие для скорости на бесконечности будет выполнено приближенно, что позволит в дальнейшем перейти к осесимметричной задаче. Интересующие нас параметры течения показаны на рис.2.20.

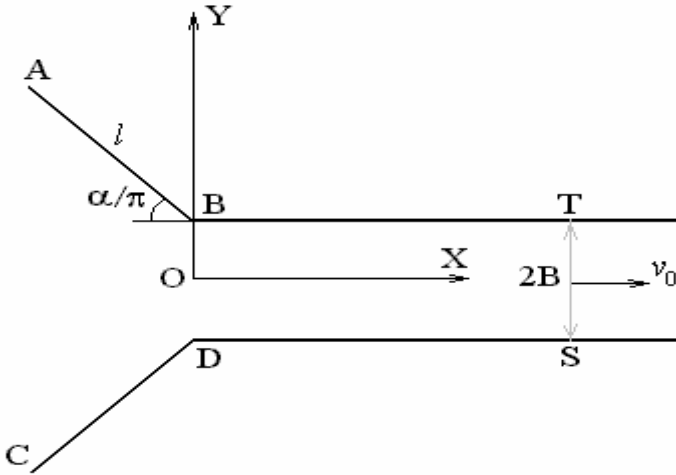


Рис.2.19. Отсос - раструб

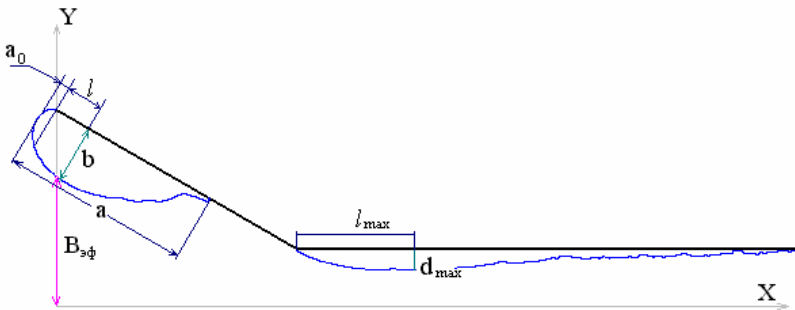


Рис. 2.20. Искомые параметры течения

Границу области дискретизируем расчетными $N-1$ точками и присоединенными вихрями, как показано на рис.2.21. Расчетные точки расположены по середине между присоединенными вихрями. Шаг дискретности равен h (расстояние между двумя соседними присоединенными вихрями). В расчетных точках заданы значения

граничной нормальной составляющей скорости. Она равна нулю всюду, кроме всасывающего проема TS , где $v_n = v_0$.

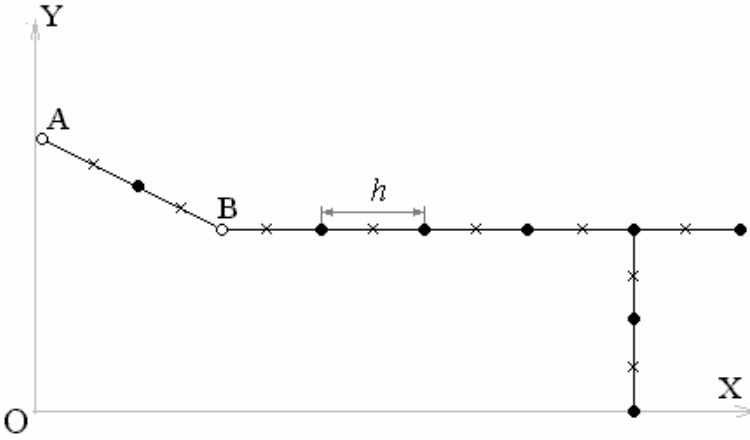


Рис.2.21. Дискретизация границы области: \times – расчетные точки; \bullet – присоединенные вихри; \circ – свободные вихри

В начальный момент времени жидкость покоится во всех точках пространства. В следующий момент времени "включается" отсос в проеме TS и сходят вихри со всех острых кромок A , B , C , D по направлению движения потока.

Алгоритм расчета строится по формулам (2.1)-(2.4), (2.6), (2.7), (2.17), где $L = 4$ – число острых кромок, с которых сходят вихри

Если вихрь в определенный момент времени приближается к твердой стенке на расстояние, меньшее $h/2$, то он отодвигается от нее по нормали так, чтобы расстояние до границы течения стало равным $h/2$. Если то же самое происходит с вихрем и всасывающим проемом TS , то вихрь исчезает.

В расчетах шаг дискретизации $h = 0,01$; расстояние до всасывающего отрезка TS равно 2; полуширина (калибр) отсоса – 0,15; скорость $v_0 = 1$. В дальнейших расчетах перейдем к безразмерным единицам. Все линейные размеры будем относить к полуширине отсоса, скорость – к v_0 . Под первой вихревой областью будем понимать

область, возникающую в результате срыва потока с т. *A*, под второй – с т. *B*. Вихревые области, возникающие при срыве потока с точек *C* и *D*, симметричны вышеуказанным относительно оси *OX*.

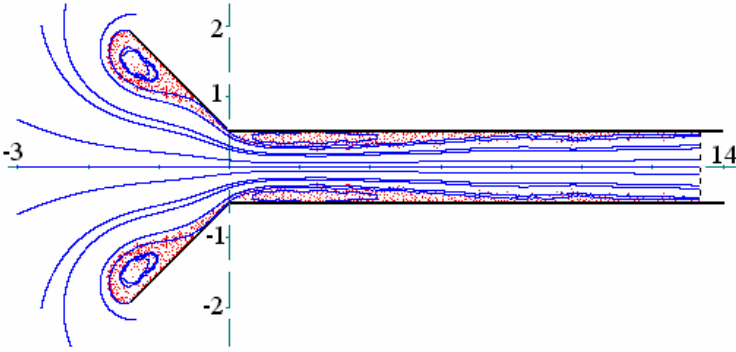


Рис.2.22. Линии тока и вихревая структура течения на входе в щелевой отсос-раструб с углом раскрытия 45° и длиной в 4 калибра

Отметим некоторые особенности численной реализации алгоритма.

Чтобы уменьшить количество свободных вихрей и соответственно увеличить скорость расчета, было сделано следующее: в тех точках отрыва, где срывающиеся вихри движутся медленно, сход вихрей генерировался не в каждый расчетный момент, а через несколько моментов, когда последний сошедший с этой точки вихрь отойдет от нее на некоторое расстояние (например, $h/10$). Т.е. алгоритмически это реализуется так:

- вычисляется положение свободного вихря, сходящего с данной точки отрыва;
- вычисляется расстояние между данным вихрем и предыдущим свободным вихрем, сошедшим с этой точки;
- если полученное расстояние больше некоторого достаточно малого значения (например $h/10$), то свободный вихрь остается в области течения; в противном случае свободный вихрь удаляется (т.е. считается, что схода вихря не было)

Проблему составлял также и корректный расчет движения вихрей вблизи границ области течения.

Пусть в момент времени t_1 свободный вихрь находился в точке *A* (см. рис. 2.23-а). В следующий момент t_2 он в соответствии с вектором

скорости попадает в точку B , которая находится за пределами области. Поэтому вычисляется новое положение вихря - точка C - которая находится на отрезке AB и сдвинута от точки пересечения отрезка AB и границы области внутрь на некоторое заданное расстояние ϵ . Если расположить вихрь строго в точке пересечения отрезка AB и границы, то в следующий расчетный момент он может вылететь за пределы области.

Далее, пусть в момент t_2 времени вихрь находится в точке C и пусть его вектор скорости сонаправлен с отрезком AB (либо практически сонаправлен) - такая ситуация вполне реальна, поскольку точки A и C находятся близко друг к другу. Вычисляем таким же образом новое положение точки B за пределами области, находим точку пересечения и отодвигаем ее чуть-чуть внутрь области и получаем, что вихрь опять находится в точке C (точнее в точке, очень близкой к ней), т.е. вихрь «стоит на месте».

При таком подходе образуется много практически неподвижных вихрей вблизи границы.

Поэтому в момент времени t_1 после вычисления положения точки C вихрь сдвигается вдоль границы в точку D (рис. 2.23б). При этом отрезки CD и DB перпендикулярны. При таком подходе не будет скопления вихрей вдоль границы области.

При вычислениях нужно учесть, что точка D может оказаться за пределами области. В этом случае нужно найти точку пересечения отрезка CD с границей и сместить эту точку внутрь области на расстояние ϵ .

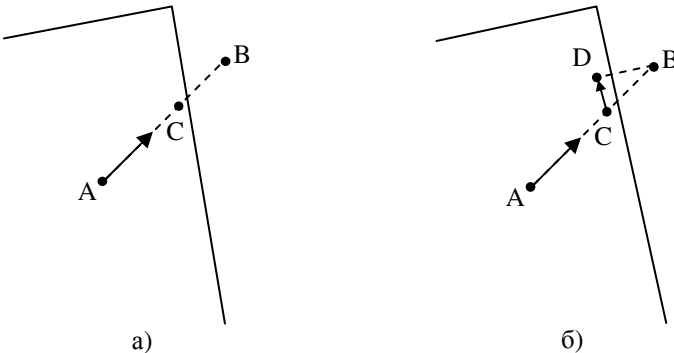


Рис. 2.23. Движение свободного вихря возле твердой стенки

Расчетные параметры определялись по разработанной программе путем построения линии тока, начинающейся на острой кромке A , после того как свободные вихри полностью заполняют расчетную область: свободные вихри, сорвавшиеся с кромок A, C , начинают проникать во вторую вихревую область; свободные вихри, сорвавшиеся с кромок B, D достигают всасывающего отрезка TS ; размеры вихревых областей перестают изменяться в одном направлении, а начинают колебаться с течением времени. После этого выбирались, случайным образом, пять моментов времени и производилось осреднение, полученных величин. Длительность расчета достаточно велика. При шаге по времени $\Delta t = h/v_0 = 0,01$ расчет производился до $4 < t < 17$ в зависимости от угла α и длины раструба d .

Полученная вихревая структура течения (рис.2.22) имеет похожее очертание с опытными данными (рис.2.24) и расчетами, выполненными по методу Жуковского (рис.1.1.).

Для расчета очертания первой вихревой области предлагается следующая формула:

$$\begin{cases} \frac{(x+c)^2}{m^2} + \frac{(y-r)^2}{n^2} = 1, & -b \leq x \leq 0, \quad r \leq y \leq a, \\ x = -\frac{b}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi y}{r} \right), & 0 \leq y \leq r, \end{cases} \quad (2.26)$$

где

$$r = -l - a_0 + a, \quad n = l + a_0, \quad m = b - c, \quad c = \frac{b}{1 + \frac{n}{\sqrt{n^2 - l^2}}}.$$

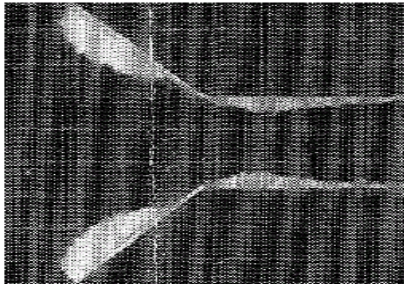
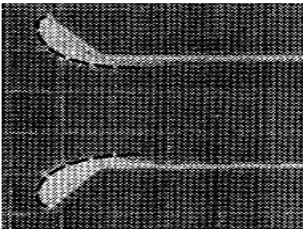


Рис.2.24. Фотографии вихревых областей в экспериментах с луковичной шелухой

Формула (2.26) применима для так называемых длинных раструбов, т.е. для тех случаев, когда имеем четко выраженные первую и вторую вихревую зоны. По данным формулам с использованием рис.2.25 можно построить очертание первой вихревой области в системе координат с началом координат в точке слияния линии тока с раструбом, осью ординат направленной вдоль раструба (рис.2.26). Профилирование отсосов-раструбов по найденным очертаниям позволит снизить энергоемкость отсоса за счет уменьшения аэродинамического сопротивления входа в отсос.

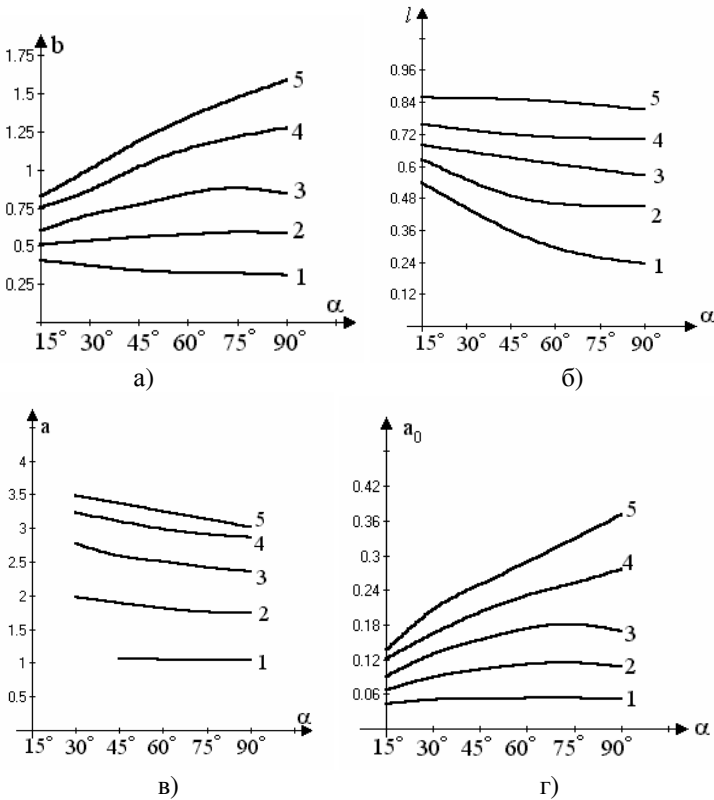


Рис. 2.25. Расчет параметров первой вихревой области

(1, 2, ..., 5 – длины раструба)

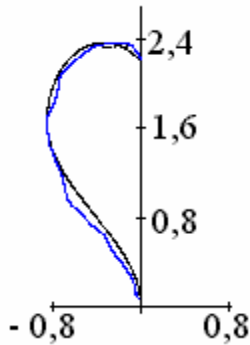


Рис.2.26. Сравнение расчетов очертания вихревой области, полученных по программе и по формуле (2.26) при $\alpha = 90^\circ$ и длиной раструба в 3 калибра (калибр – полуширина щели)

Развитие вихревой структуры во времени изображена на рис. 2.27.

Эффективный размер всасывания отсоса-раструба (рис.2.28) увеличивается с ростом длины раструба и угла его раскрытия. Нанесенные на рис.2.28 экспериментальные данные рис.2.24 демонстрируют хорошее согласование с опытными данными.

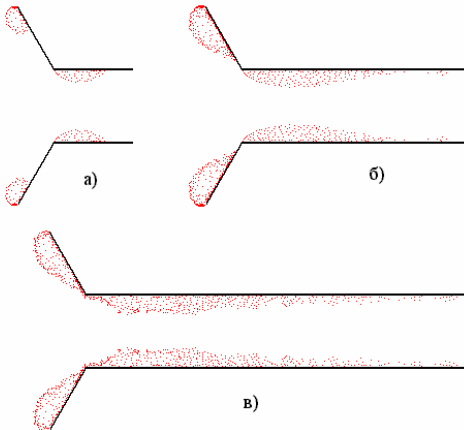


Рис. 2.27. Развитие вихревой структуры во времени для щелевого отсоса-раструба с $\alpha = 60^\circ$ и $d = 2$: а) $t = 0,5$; б) $t = 1,7$; в) $t = 3$;

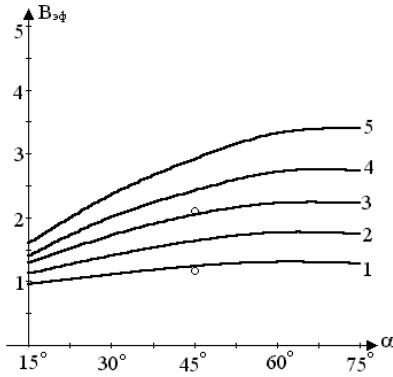


Рис. 2.28. Изменение эффективного размера раструба в зависимости от угла α и длины d (1, 2, ..., 5)

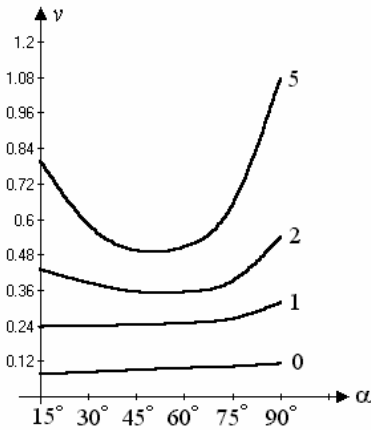


Рис. 2.29. Зависимость скорости от угла наклона угла α и длины $d = 3$ при разной удаленности от входа в отсос (0; 1; 2; 5)

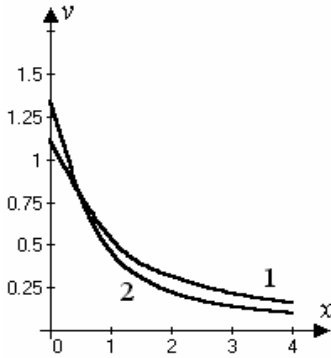


Рис. 2.30. Зависимость скорости от удаленности от всасывающего проема: 1 – $d = 3$, $\alpha = 90^\circ$; 2 – $d = 0$

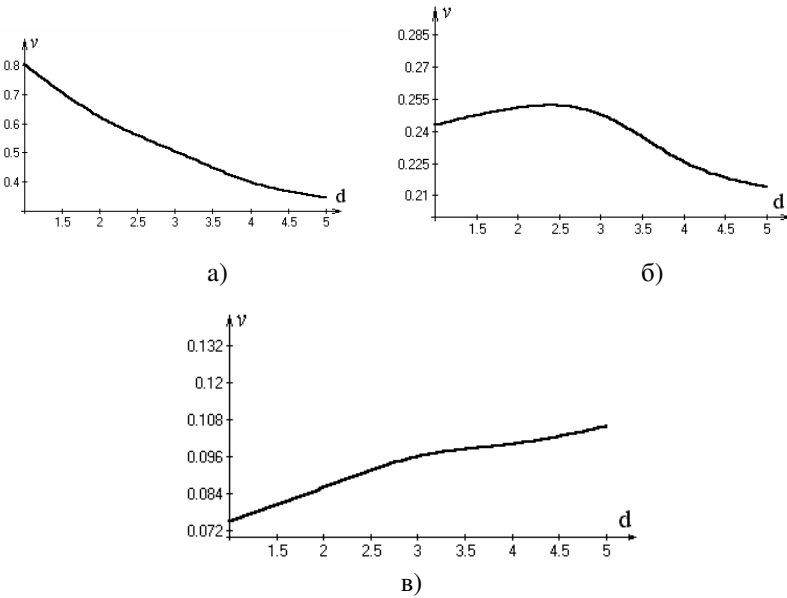


Рис. 2.31. Изменение величины осевой скорости при увеличении длины раструба с углом $\alpha = 60^\circ$: а) $x = 0$; б) $x = 2$; в) $x = 5$

Исследования зависимости величины осевой скорости от длины угла наклона раструба показывает, что вблизи отсоса скорость возрастает с увеличением угла α , на дальних расстояниях имеет минимум при $\approx 45 - 60^\circ$ (рис. 2.29). Наибольшее значение осевой скорости наблюдается во всех случаях при $\alpha = 90^\circ$. Заметим, что последний факт наблюдался и в безотрывном течении. Отсос с раструбом эффективней отсоса без него на расстояниях больших половины калибра (рис.2.30). При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла α скорость на входе в отсос падает, однако, при удалении больше 2 калибров зависимость обратная (рис.2.31).

2.2.4. Расчет течения на входе в круглый отсос-раструб, свободно расположенный в пространстве

Условие задачи: разработать алгоритма, программу расчета и исследовать вихревое течение у круглого отсоса-раструба, свободно расположенном в пространстве над двухгранным углом.

Рассмотрим течение у круглого отсоса-раструба (рис.2.32). В заштрихованном сечении в каждой точке скорость одинакова и равна u_0 . Предполагаем, что течение идеальное и несжимаемое. Построение алгоритма расчета будем производить согласно идеям метода дискретных вихрей.

Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ жидкость покоится во всем пространстве. На твердой границе раструба нормальная составляющая скорости в каждый момент времени $v_n = 0$, в заштрихованном сечении $v_n = v_0$ при $\vec{n} = \{1, 0\}$. С острых круговых кромок A и B в каждый расчетный момент времени $t > 0$ сходят бесконечно тонкие вихревые кольца, которые затем воздушным потоком сносятся внутрь раструба. Достигая заштрихованного сечения (всасывающего сечения) будем считать, что они исчезают. Воздействие бесконечно тонкого вихревого кольца на себя считаем нулевым.

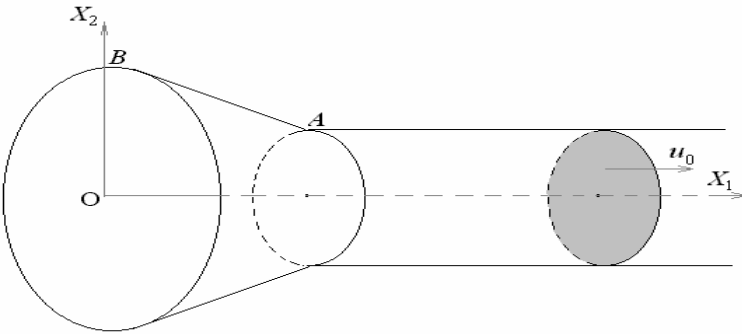


Рис.2.32. Круглый отсос-раструб

Для удобства разработки алгоритма и представления результатов счета изобразим круговой отсос-раструб в меридиональной полуплоскости рис.2.33.

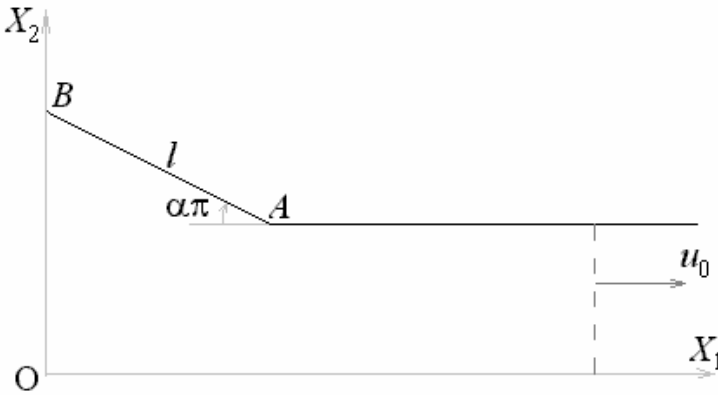


Рис.2.33. Круглый отсос-раструб в меридиональной полуплоскости

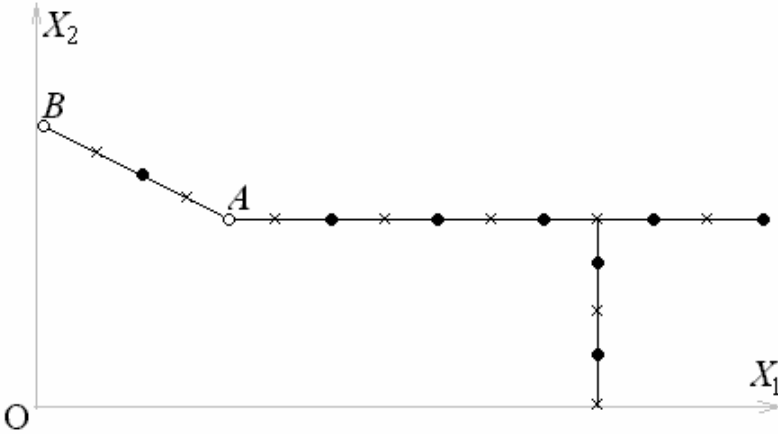


Рис.2.34. Дискретизация границы области: \times - расчетные точки; \bullet - присоединенные вихри; \circ - свободные вихри

Расположим вихри и расчетные точки как показано на рис.2.34. Расстояние между двумя соседними вихрем и расчетной точкой одинаково и равно $h/2$.

В каждый момент времени с острых кромок сходят два бесконечно тонких кольцевых вихря. Для моделирования вихревой пелены будем использовать систему "урезанных" бесконечно тонких вихревых колец без самоиндукции. Это означает, что при подходе к некоторой точке вихревого кольца на расстояние меньшее шага дискретности, величина скорости в этой точке будет равна нулю.

Поскольку здесь имеется две острые кромки, то $L = 2$ в формулах (2.3,2.4), где функция G вычисляется по формуле (2.9).

Качественно картина течения в осесимметричной задаче аналогична плоской. Однако, скорость воздуха, индицируемая круглым отсосом-раструбом (в пространстве), существенно меньше, чем – щелевым (в плоскости). Как следствие, меньше параметры вихревой области течения (рис.2.35 – 2.36). По найденным параметрам первой вихревой области определяется ее очертание по той же формуле (2.26) и рис.2.35.

Отметим немного завышенные значения осевой скорости, рассчитанные по разработанной компьютерной программе, относительно экспериментов (рис. 2.37). При увеличении длины раструба и фиксированном значении угла его раскрытия, величина осевой скорости падает на удалении до 5 калибров, на большем удалении (рис. 2.38) – возрастает.

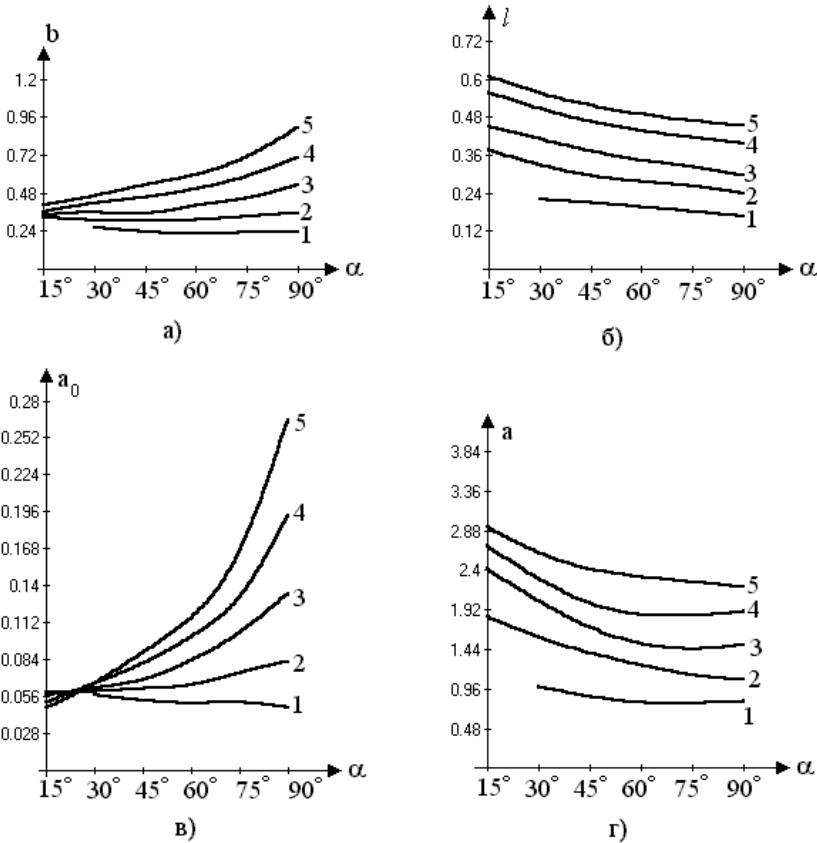


Рис. 2.35. Параметры первой вихревой области на входе в круглый отсос-раструб (1, 2, ..., 5 – длины раструба)

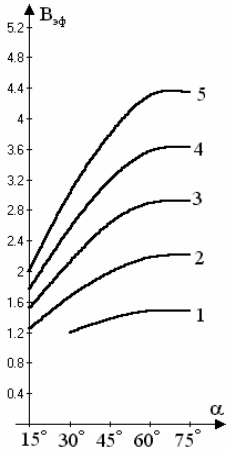


Рис. 2.36. Зависимость эффективного размера круглого отсоса-раструба с углом $\alpha = 60^\circ$ и разными длинами раструба (1, 2, ..., 5)

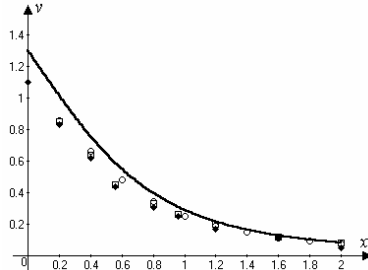


Рис. 2.37. Изменение величины осевой скорости воздуха у круглого отсоса без раструба

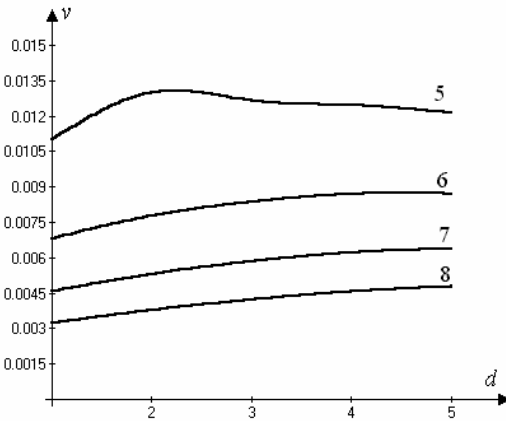


Рис. 2.38. Изменение величины осевой скорости у круглого отсоса-раструба с углом $\alpha = 60^\circ$ в зависимости от длины раструба и разной удаленности (5, 6, 7, 8 калибров) от всасывающего отверстия

2.2.5. Экспериментальное исследование течения у щелевидного профилированного отсоса-раструба

Ранее полагалось, что профилирование входных участков отсосов по очертаниям вихревых областей позволило бы существенно улучшить аэродинамические характеристики отсосов и, как следствие, уменьшить их необходимую интенсивность.

Условие задачи: экспериментально проверить данное предположение.

По найденным границам с использованием формулы (2.26) необходимо было изготовить накладные профили на отсос-раструб и исследовать насколько изменяется КМС по сравнению с отсосом без указанных профилей.

Общая схема экспериментальной установки показана на рис.2.39, а исследуемые конструкции щелевидных отсосов-раструбов на рис.2.40.

Отсос-раструб зажат между двумя плоскостями. Нижней плоскостью является доска размерами 565×550 мм. Верхняя плоскость – стекло размерами 480×495 мм. Расстояние между стеклом и плоскостью (высота стенок отсоса) – 60мм. Стенки отсоса длиной 324мм выполнены из гладкого металла толщиной примерно 2,5мм. Герметичность в стыках между стенками отсоса и стеклом создается с помощью тонких резиновых полосок, которые прикреплены к верхним торцам стенок. Сколь либо заметного просачивания воздуха в стыках зафиксировано не было. Накладные профили сделаны из картона и гладкой бумаги – теоретическая форма профилей при этом соблюдается достаточно точно.

Часть отсоса, выступающая за стекло и доску, герметично закрыта плотным картоном, приклеенным скотчем. В картонном торце отсоса (находится на расстоянии 58мм от стекла и перпендикулярен ему) имеется отверстие диаметром 30мм для трубки, ведущей к вентилятору (пылесосу «Витязь-2М»).

Измерения в сечении CD (рис.2.39) проводились с помощью микроманометра ММН-2400(5)-1,0 ТУ 25-01-816-79 и пневмометрической трубки, герметично с ним соединенной гибкими шлангами.

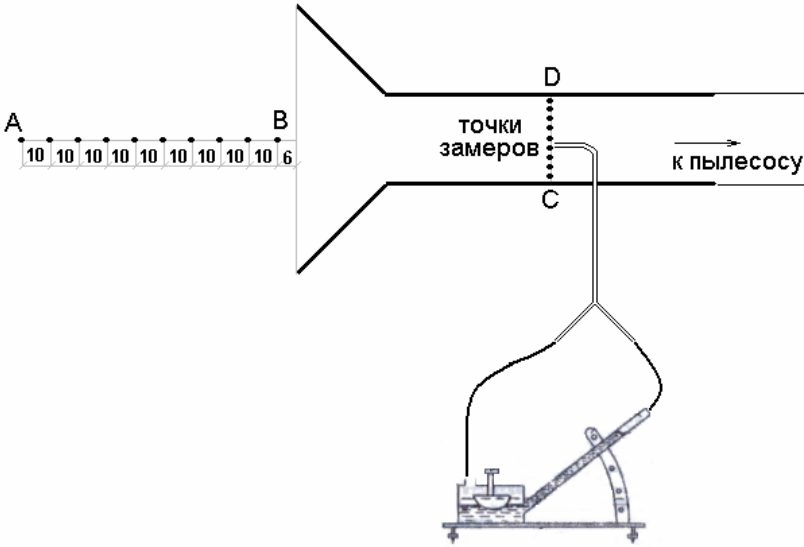


Рис.2.39. Схема экспериментальной установки

Показание микроманометра с наклонной трубкой ΔL пропорционально измеряемому избыточному давлению:

$$\Delta P = \Delta L \cdot K ,$$

$$K = \rho_{\text{сп}} g \sin \alpha \left(1 + \frac{f}{F \sin \alpha} \right) ,$$

где $\rho_{\text{сп}} = 0,8095 \text{ г/см}^3$ – плотность раствора спирта в микроманометре; α – угол наклона трубки микроманометра; $F \approx 4771 \text{ мм}^2$ – площадь сечения резервуара микроманометра; $f \approx 28 \text{ мм}^2$ – площадь сечения трубки микроманометра; g – ускорение свободного падения.

В отсосах с очень маленькими КМС изменение полного давления тоже очень мало. Чтобы измерить микроманометром изменение полного давления, необходимо наклонить трубку со спиртом так, чтобы угол ее

наклона α был как можно меньше. У микроманометра следующие геометрические характеристики: $L_{\text{ТР}} = 307\text{мм}$ – длина трубки

микроманометра; в крайнем нижнем положении трубки $h_1 = 59,5\text{мм}$ – высота нижнего конца трубки от плоскости стола; $h_2 = 73,5\text{мм}$ – высота верхнего конца трубки от плоскости стола; $L_{\text{ОСН}} = 260\text{мм}$ – длина основания микроманометра; $H_1 = 44\text{мм}$ – высота нижнего (левого) края основания микроманометра, $H_2 = 48\text{мм}$ – высота верхнего (правого) края основания микроманометра.

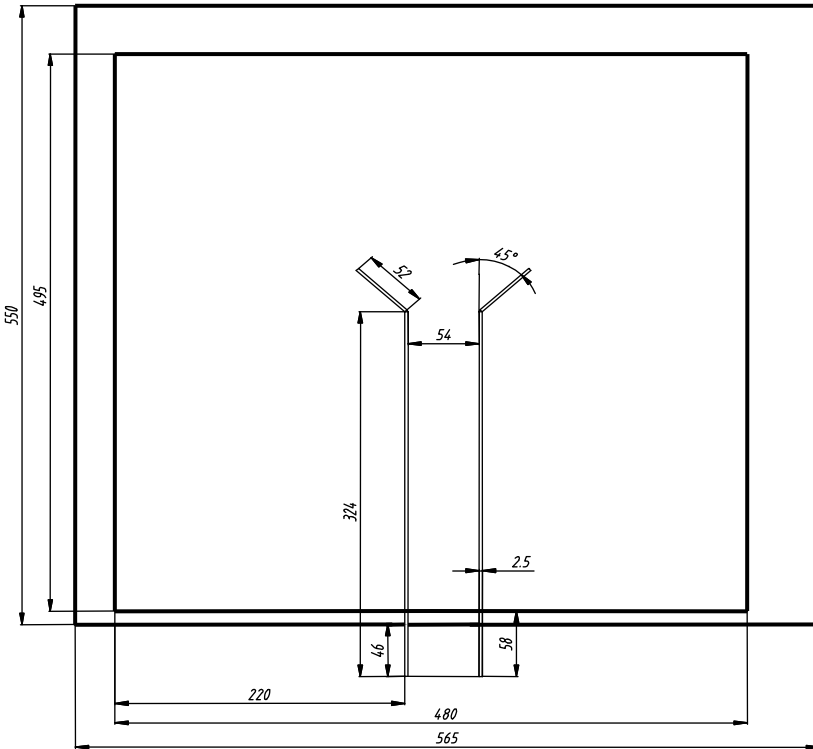


Рис.2.40. Конструкция отсоса-раструба длиной в 2 калибра, установленного под углом 45°

Так как $H_1 \neq H_2$, но при этом основание микроманометра выставлено в горизонтальное положение, то это значит, что между плоскостями основания микроманометра и стола имеется угол:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{H_2 - H_1}{L_{ОСН}}\right) = \arcsin\left(\frac{48 - 44}{260}\right) = 0,88^\circ .$$

$$\sin \alpha = \sin\left(\arcsin\left(\frac{h_2 - h_1}{L_{TP}}\right) - \alpha_1\right) .$$

При измерении полного давления трубка микроманометра опущена в крайнее нижнее положение, при этом:

$$\sin \alpha_{\text{полн}} = \sin\left(\arcsin\left(\frac{73,5 - 59,5}{260}\right) - 0,88^\circ\right) \approx 0,039 ;$$

$$K_{\text{полн}} = \rho_{\text{сп}} \sin \alpha_{\text{полн}} g \left(1 + \frac{f}{F \sin \alpha_{\text{полн}}}\right) =$$

$$= 0,8095 \cdot 0,039 \cdot 9,81 \cdot \left(1 + \frac{28}{4771 \cdot 0,039}\right) = 0,353$$

При измерении динамического давления трубка находится в фиксированном положении с коэффициентом $K = 0,2$, т. е. $K_{\text{дин}} = 0,2$.

Изложим методику проведения исследования согласно [28].

Вообще говоря, КМС определяется по формуле:

$$\zeta = \frac{\int_S (-p_{\text{полн}}) v dS}{\frac{\rho v_{\text{ср}}^3}{2} S}, \quad (2.27)$$

где средняя скорость в сечении S (в котором измеряется полное давление) вычисляется из соотношения:

$$v_{cp} = \frac{\int v dS}{S}. \quad (2.28)$$

В случае рис.2.39 и неравномерного разбиения отрезка CD дискретный аналог уравнения (2.27) имеет следующий вид:

$$\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n (-p_{ном i}) v_i \Delta b_i a}{\frac{\rho v_{cp}^3}{2} ab}, \quad (2.29)$$

где p_i - полное давление в i -й точке, Па; v_i - скорость в этой точке, м; Δb_i - длина i -ой части отрезка CD , м; a - ширина отсоса, м (рис.2.41); ρ - плотность воздуха, кг/м³; v_{cp} - средняя скорость в отсосе, м/с.

$$v_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i \Delta b_i a}{ab}. \quad (2.30)$$

Отрезок CD разбит равномерно на $n = 9$ частей. Точки измерений в сечении CD расположены следующим образом: 1 – на оси отсоса; остальные на расстоянии 6, 12, 18, 24 (мм) от оси отсоса (вправо и влево).

В левой стенке отсоса на расстоянии 120мм от края стекла и на высоте 35мм от доски просверлено отверстие диаметром 6мм для пневмометрической трубки.

При измерении полного давления вблизи стенок наблюдается большие ее колебания, поэтому замеры проводились следующим образом: включается пылесос и засекается 1 мин, в течение которой показания манометра не снимаются (чтобы колебания более-менее установились); в течение второй и третьей минуты через каждые 3 секунды записываются показания манометра; таким образом, проводится по 3 опыта, вычисляется среднее арифметическое.

Т.о. при замерах полного давления показания микроманометра снимались 180 раз.

Измерения динамического давления проводились по 3 раза, усреднялись, после чего коэффициент местного сопротивления определялся по формуле:

$$\zeta = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{полн.}i} \cdot v_i)}{\frac{\rho_{\text{возд}} \cdot v_{\text{ср}}^3}{2}} = \frac{\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{полн.}i} \cdot v_i)}{\rho_{\text{возд}} \cdot \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \right)^3}.$$

Скорость воздуха в i -й точке:

$$v_i = \sqrt{2P_{\text{дин.}i} / \rho_{\text{возд}}},$$

где плотность воздуха $\rho_{\text{возд}} = 1,293 \text{ кг/м}^3$.

Для проверки адекватности полученных результатов вначале исследовался щелевидный отсос без раструба и профилей (рис.2.41), КМС для которого приведен в [28]. В боковой стенке просверлено отверстие, так что конец пневмометрической трубки при измерениях находится на расстоянии около 100мм от края отсоса. Ширина и высота отсоса: $a = 33\text{мм}$. Отрезок CD разбит на 5 частей, ширина каждого отрезка: $\Delta B_i = 6,6\text{мм}$.

Средняя скорость в отсосе:

$$v_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i = \frac{1}{5} (2 \cdot 14,53 + 2 \cdot 24,13 + 27,51) = 20,97 \text{ м/с}.$$

Коэффициент местного сопротивления:

$$\zeta = \frac{\sum_{i=1}^n (-\Delta P_{\text{ин}} \cdot v_i \cdot \Delta B_i \cdot a)}{\frac{\rho_{\text{возд}} \cdot v_{\text{ср}}^3 \cdot a^2}{2}} = \frac{33 \cdot 6,6 \cdot (2 \cdot 409,25 \cdot 14,53 + 2 \cdot 150,53 \cdot 24,13 + 32,93 \cdot 27,51)}{\frac{1,293 \cdot 20,97^3 \cdot 33^2}{2}} = 0,673.$$

Заметим, что в работе [28] получен КМС для этого отсоса равный 0,71, что достаточно близко к полученному нами (отклонение менее 6 %).

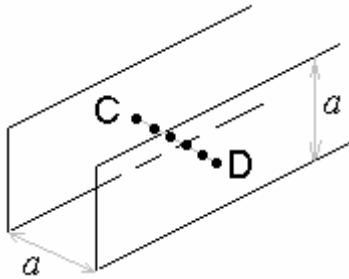


Рис.2.41. Щелевой отсос без раструба в неограниченном пространстве

Измерение скорости воздуха перед отсосом-раструбом (рис.2.40) производилось электронным прибором testo 405-V1 в точках на отрезке АВ (рис.2.39).

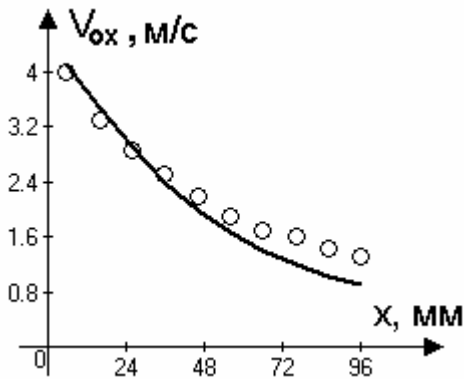


Рис.2.42. Сравнение опытных и расчетных значений осевой скорости воздуха при удалении от отсоса-раструба длиной 2 калибра и углом раскрытия 45°

Экспериментальные замеры и расчетные величины осевой скорости (по разработанной нами компьютерной программе) имеют

достаточно неплохое совпадение (рис.2.42). Постепенное увеличение различий в опытных и расчетных значениях скоростей по мере удаления от отсоса очевидно связаны с возрастанием эффектов пространственного течения воздуха, наблюдающихся при приближении к краю стекла.

Исследования проведенные для профилированных и непрофилированных отсосов-раструбов показали, что значение КМС зависит, главным образом, от изменения полного давления в точках возле стенок отсоса, т.е. потери энергии, главным образом наблюдаются в пограничном слое.

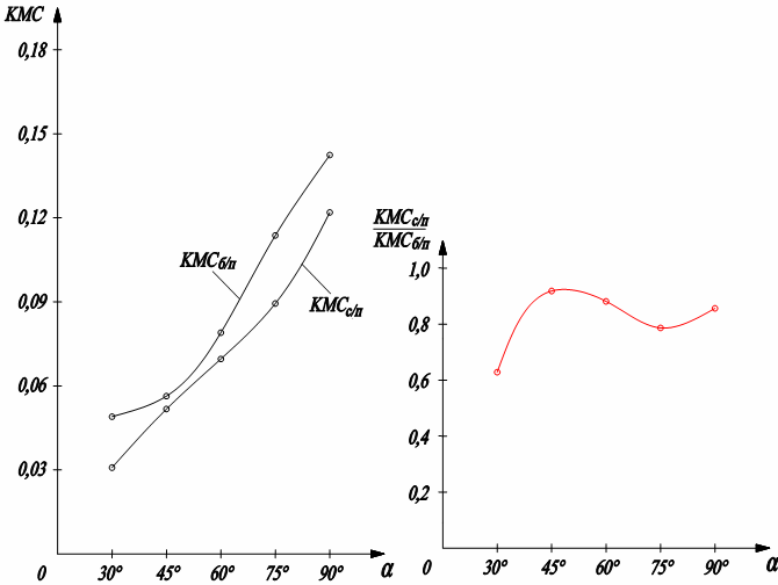


Рис.2.43. Зависимости КМС отсоса-раструба длиной 2 калибра от угла его наклона α

Из представленных в рис.2.43 результатов экспериментов видно, что наиболее значительное снижение КМС наблюдается при угле наклона раструба в 30°. В среднем же КМС профилированных отсосов снижается примерно на 20% относительно непрофилированных.

2.2.6. Расчет течения у круглого отсоса-раструба, экранированного приточной кольцевой турбулентной струей

В ряде экспериментальных исследований показана целесообразность аэродинамического экранирования местных отсосов закрученной кольцевой струей. Дальнейность всасывающего факела (скорость воздуха в характерных точках) в этом случае может быть повышена в 2-3 раза. Однако, исследования воздушных течений у местного отсоса проводились над непроницаемой плоскостью. Такая непроницаемая плоскость (механический экран), очевидно, вызывает большее влияние на скорость подтекающего к отсосу воздуха, чем закрученная кольцевая струя (аэродинамический экран).

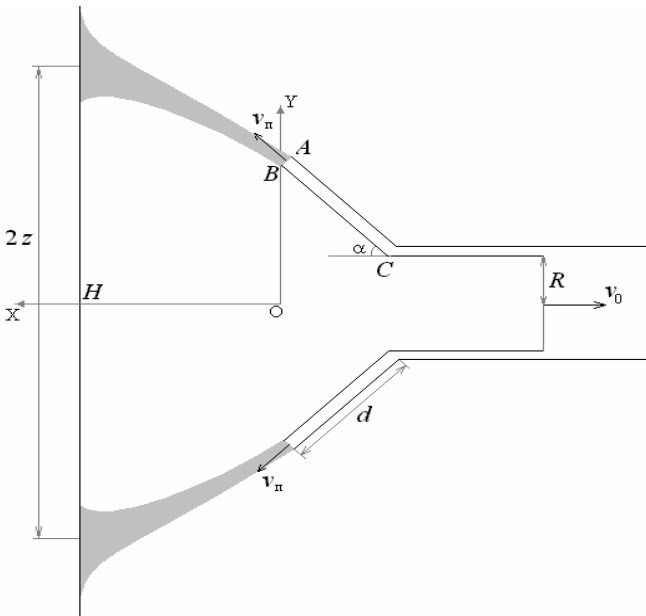


Рис.2.44. Круглый отсос-раструб, экранированный кольцевой приточной струей, над непроницаемой плоскостью.

Условие задачи: численно исследовать аэродинамику воздушных течений у механически и аэродинамически экранированного местного отсоса.

В качестве аэродинамического экрана используется прямоточная кольцевая струя, поскольку, при натекании ее на непроницаемую плоскость возникает большая скорость возвратного течения воздуха, чем при использовании закрученной струи, которая, кроме этого, способствует выбросу из зоны локализации пылевых частиц за счет центробежных сил.

Исследуем течение при фиксированной скорости отсоса v_0 и переменной скорости истечения приточной кольцевой струи v_n ; различных углах α и длинах раструба d . Интересуют такие α и d , при которых возвратное течение (рис.2.44) имеет наибольшую величину осевой скорости.

Решать задачу будем в осесимметричной постановке на основе метода дискретных вихрей. Граница дискретизируется системой бесконечно тонких вихревых колец, между которыми посередине находятся расчетные точки (кольца), где задаются граничные условия: на твердых стенках - условие непроницаемости, в приточных и вытяжных отверстиях соответствующие величины нормальной составляющей скорости. В каждый момент времени с острых кромок (т.А, В, С) сходят три кольцевых вихря.

Во всех расчетах шаг дискретности (расстояние между соседними расчетной точкой и присоединенным вихрем) $h = 0,01$ м; шаг по времени $\Delta t = h/v_n$ при $v_n \geq 1$ м/с и $\Delta t = h$ при $v_n < 1$; $R = 0,15$ м; толщина стенок - 0,02 м.

При представлении результатов численных расчетов, все кинематические и геометрические параметры преобразовывались к безразмерному виду:

$$\bar{x} = x/R, \quad \bar{d} = d/R, \quad \bar{H} = H/R, \quad \bar{z} = z/R, \quad \bar{v} = v/v_0.$$

Далее оперируем только безразмерными величинами, черточки над буквами опускаем.

Поскольку задача решается в нестационарной постановке, то рассчитываемые величины усреднялись по времени.

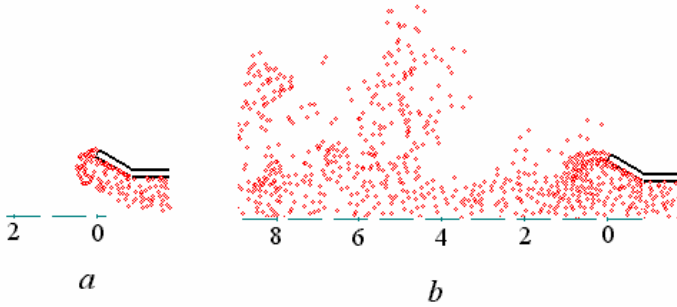


Рис.2.45. Вихревая структура течения у экранированного отсоса-раструба в неограниченном пространстве:

- a)* приточная струя полностью улавливается отсосом;
b) приточная струя разделяется на две.

Рассмотрим вначале течение у аэродинамически экранированного местного отсоса, расположенного в неограниченном пространстве. Здесь имеем две характерные картины течения (рис.2.45). Первая - истекающая кольцевая струя полностью улавливается отсосом; вторая - одна часть воздушного потока улавливается отсосом, другая достаточно быстро смыкается и далее развивается по закону турбулентной струи. На рисунке 2.46 представлена зависимость наибольшей величины безразмерной скорости приточной струи $v_n^{\max} = v_n / v_0$, при которой она полностью улавливается отсосом, от длины и угла наклона раструба. Здесь не удалось найти геометрические и кинематические параметры, при которых скорость подтекания воздуха к отсосу увеличивается за счет экранирующего эффекта приточной струи. Сравнение в последнем случае производилось между аэродинамически экранированным отсосом и отсосом с "отключенной" приточной струей. Расходы перерабатываемого воздуха были одинаковы, т.е. расход отсасываемого воздуха во втором случае был равен сумме расходов истекающего и отсасываемого воздуха для аэродинамически экранированного отсоса.

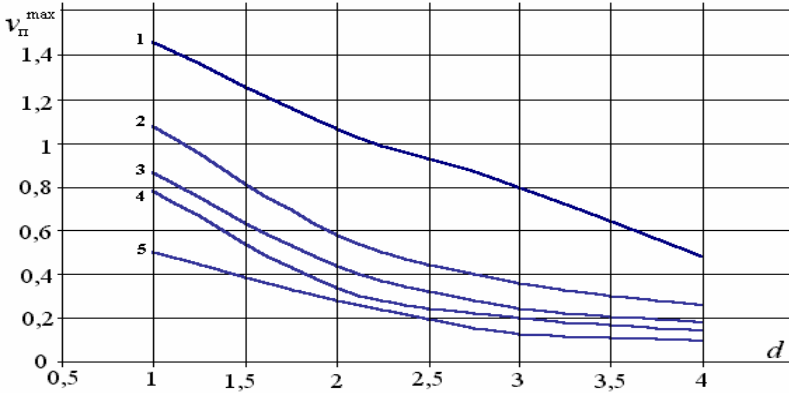


Рис. 2.46. Зависимость $v_{п}^{\max}$ от длины раструба d при различных углах α : 1 - 30° ; 2 - 45° ; 3 - 60° ; 4 - 75° ; 5 - 90° .

Наибольший интерес для практических задач имеет случай наличия механического экрана, т.к. местный отсос всегда располагается над элементами, выделяющего загрязняющие вещества технологического оборудования. Характерные картины течения в случае расположения отсоса над неограниченной плоскостью изображены на рис.2.47.

При "отключенной" приточной струе (рис.2.47а) параметры вихревой области близки к исследовавшимся ранее для отсосов-раструбов с бесконечно-тонкими стенками. С включением приточной струи вихревая область расширяется (рис.2.47b) и при определенной скорости $v_{п}$ струя разделяется на две части: улавливаемая отсосом и растекающаяся по непроницаемой плоскости (рис.2.47c). Наибольший для практики интерес представляет случай (рис.2.47d), когда струя разделяется на две в месте натекания ее на плоскость. Осевая скорость течения в определенных точках возрастает в несколько десятков раз (рис.2.48), что способствует эффективной локализации загрязняющих веществ, образующихся в данной области.

Наибольший эффект достигается при наклоне раструба в 30° . Изменение осевой скорости для этого случая при разных длинах раструба и удалении от непроницаемой плоскости показано на рис.2.49. При увеличении длины раструба и угла его раскрытия увеличивается

ширина зоны подтекающего по стенке воздуха z (рис.2.50). В последнем случае, однако, падает осевая скорость течения.

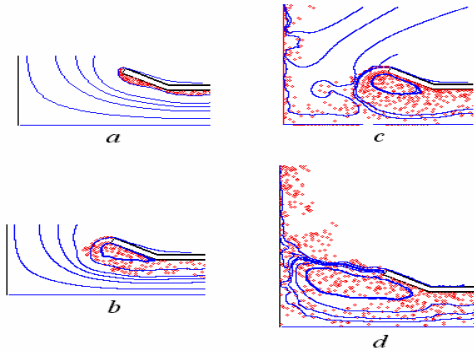


Рис.2.47. Вихревая структура течения и линии тока у экранированного местного отсоса при $\alpha = 30^\circ$, $d = 1$, $H = 2$: а) $v_{\Pi} = 0$; б) $v_{\Pi} = 1$; в) $v_{\Pi} = 2$; д) $v_{\Pi} = 4$.

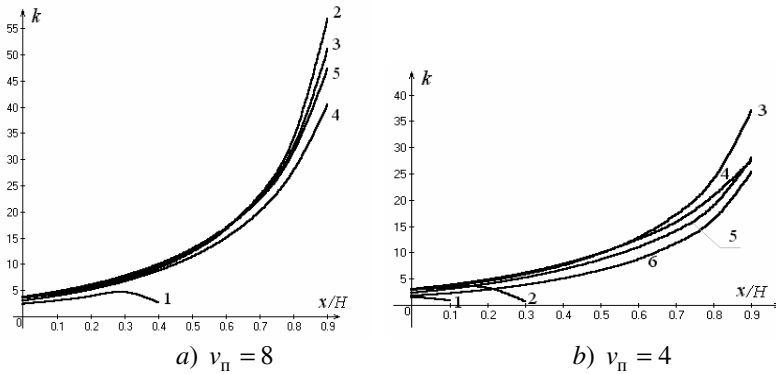


Рис.2.48. Изменение величины $k = v_{\text{пх}} / v_{\text{сх}}$ при удалении от входа в раструб ($v_{\text{пх}}$ - осевая скорость воздуха при действии приточных струй и отсоса, $v_{\text{сх}}$ - осевая скорость без аэродинамического экранирования при расходе отсасываемого воздуха, равного сумме расходов приточной

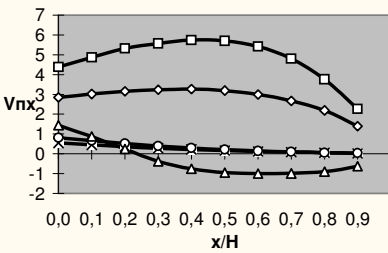
струи и отсоса при наличии экранирующей струи): 1 - $\alpha = 0^\circ$; 2 - $\alpha = 15^\circ$; 3 - $\alpha = 30^\circ$; 4 - $\alpha = 45^\circ$; 5 - $\alpha = 60^\circ$; 6 - $\alpha = 75^\circ$.

Уравнение оси струи предлагается определять по формуле:

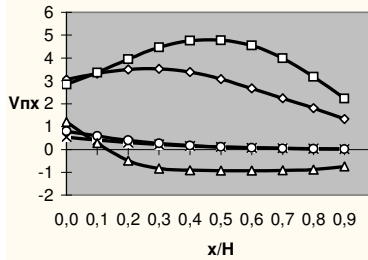
$$y = \frac{z-1-d \sin \alpha - H \operatorname{tg} \alpha}{H^2} (x-H)^2 + \frac{2z-2-2d \sin \alpha - H \operatorname{tg} \alpha}{H} (x-H) + z, \quad (2.31)$$

где (x_0, y_0) - координаты точки B .

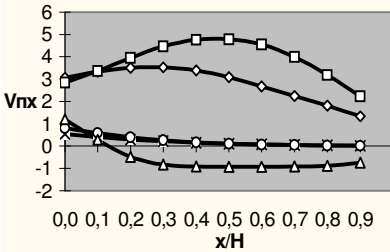
Построенная по этой формуле ось струи с достаточной для практики точностью позволяет определить область локализации загрязняющих веществ (рис.2.51).



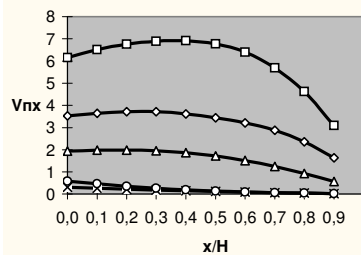
a) $H = 2, d = 1$



b) $H = 3, d = 1$



c) $H = 4, d = 1$



d) $H = 2, d = 2$

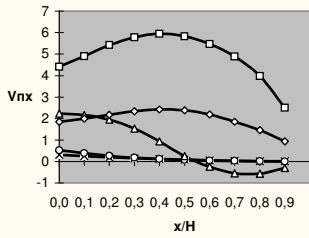
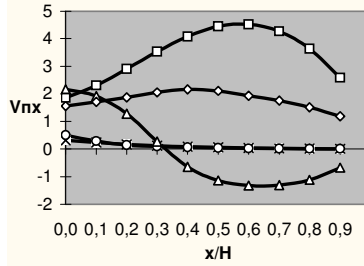
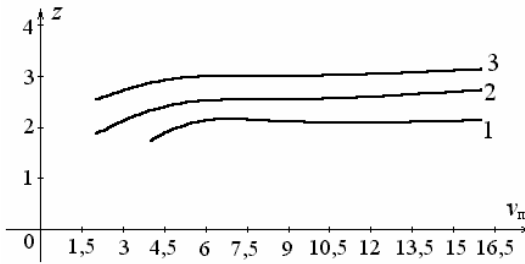
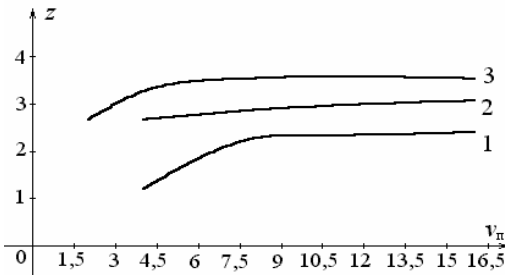
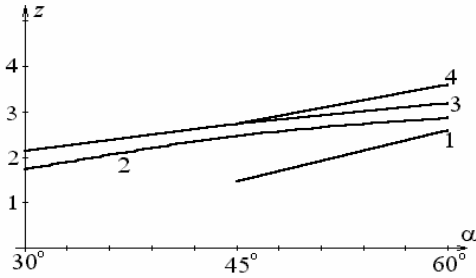
e) $H = 3, d = 2$ f) $H = 4, d = 2$

Рис.2.49. Изменение осевой скорости при удалении от входа в раструб, установленным под углом $\alpha = 30^\circ$:

—×— $v_{II} = 0$; —○— $v_{II} = 1$; —△— $v_{II} = 2$; —◇— $v_{II} = 4$; —□— $v_{II} = 8$.

a) $\alpha = 30^\circ, H = 2, 1: d = 1; 2: d = 2; 3: d = 3$ b) $\alpha = 30^\circ, H = 3, 1: d = 1; 2: d = 2; 3: d = 3$



с) $H = 2$, $d = 1$, 1 - $\nu_n = 2$, 2 - $\nu_n = 4$, 3 - $\nu_n = 8$, 4 - $\nu_n = 16$

Рис.2.50. Изменение величины z .

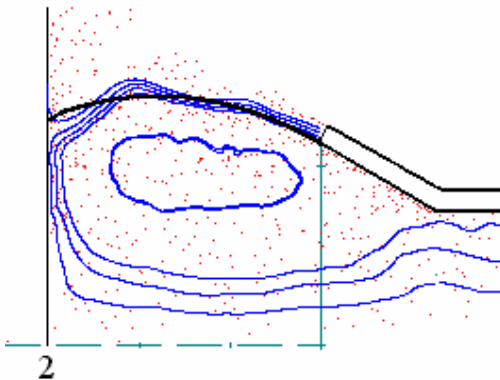


Рис.2.51. Ось струи построенная по формуле (2.31)
при $\alpha = 30^\circ$; $H = 2$; $d = 1$.

2.3. Вопросы для повторения

1. Вывести расчетные соотношения для линейного вихря расположенного в произвольной точке.
2. В чем заключается основная идея МДВ?
3. В каком случае вводится регуляризирующая переменная при реализации МДВ?

4. Каким образом определяется движение свободных вихрей?
5. В чем состоит закон Био-Савара?
6. Вывести выражение для скорости, индуцированной бесконечно тонким вихревым кольцом.
7. В чем состоит способ определения точки отрыва потока от гладкой поверхности.
8. Как определяется влияние вихрей друг на друга на расстоянии меньшем шага дискретности?
9. Как определяются продольные и поперечные турбулентные пульсации скорости?
10. В чем преимущества приближенного задания граничного условия для скорости всасывания на бесконечности?
11. Что показывает сопоставление границ вихревой области и величин осевой скорости газа у щелевидного отсоса, полученных различными методами?
12. Зачем необходимо определять границы вихревых областей на входе в отсосы-раструбы?
13. Опишите особенности реализации МДВ для расчета вихревых структур, возникающих на входе в отсосы-раструбы.
14. Опишите, каким образом можно найти очертание первой вихревой области на входе в отсос-раструб.
15. Какие отличия вихревых областей у щелевидных и круглых отсосов-раструбов?
16. На сколько снижается коэффициент местного сопротивления на входе в профилированные местные отсосы-раструбы?
17. Опишите методику экспериментального определения коэффициента местного сопротивления на воде в отсосы-раструбы.
18. Каким образом можно повысить эффективность местного отсоса?
19. Что называется аэродинамическим и механическим экранированием местного отсоса?
20. На сколько можно повысить дальность всасывающего факела отсоса-раструба при его аэродинамическом и механическом экранировании?
21. Как можно определить уравнение оси приточной струи, экранирующей круглый отсос-раструб?

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПЫЛЕВОЙ АЭРОЗОЛИ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПЫЛЕГАЗОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ

3.1. Расчет поведения одиночной пылевой частицы в аспирационном укрытии, снабженном вращающимся цилиндром-отсосом

Представляет как научный, так и практический интерес изучение поведения пылевых частиц в аэродинамическом поле вращающегося цилиндра-отсоса, расположенного в аспирационном укрытии (рис.3.1). Сама по себе постановка такой задачи является новой в области промышленной вентиляции и соответственно малоизученной.

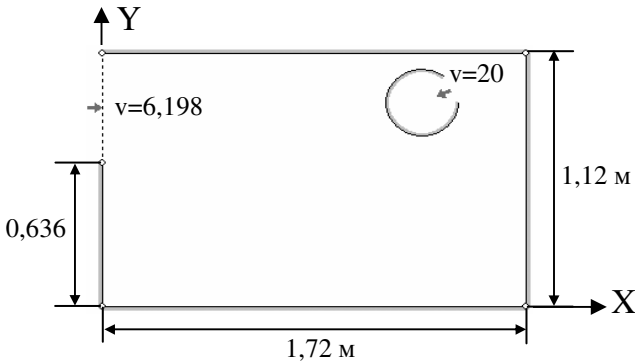


Рис.3.1. Схема аспирационного укрытия с цилиндром-отсосом

Представляет интерес определить такое положение цилиндра-отсоса и скорости его вращения, при котором в аспирационную сеть наблюдается наименьший пылеунос, что напрямую связано с понижением максимального диаметра (d_{\max}) улавливаемой отсосом пылевой частицы. Кроме того, необходимо определить, насколько снижается d_{\max} и снижается ли вообще относительно традиционных схем улавливания загрязняющих веществ аспирационными укрытиями.

Решение поставленной научно-технической задачи основывается на разработке математической модели пыле- и аэродинамики в

многосвязных областях с вращающимися цилиндрами-отсосами, алгоритмов ее численной реализации и компьютерной программы.

3.1.1. Алгоритм расчета плоских потенциальных течений с изменяющимися во времени граничными условиями на основе метода граничных интегральных уравнений.

Пусть многосвязная область течения ограничена контуром S , на котором задана нормальная составляющая скорости как функция от координат и времени – $v_n(x_0, t)$, где $x_0 \in S$. Внутри области могут находиться вращающиеся непроницаемые цилиндры (им соответствуют окружности) с линейными скоростями вращения v_i . Будем полагать, что по границе непрерывно распределены источники (стоки) неизвестной заранее интенсивности $q(\xi, t)$. В центрах $a_i(a_{i1}, a_{i2})$ цилиндров расположим линейные вихри с циркуляциями

$$\Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i, \quad (3.1)$$

где r_i – радиус i -го цилиндра. Влияние всех этих источников (стоков) и вихрей на внутреннюю точку x области течения определится интегральным уравнением:

$$v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i),$$

где $v_n(x, t)$ – величина скорости в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ в момент времени t ; m – количество вращающихся цилиндров;

$$F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi \left[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 \right]}; \quad G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi \left[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2 \right]};$$

$dS(\xi)$ – обозначает, что переменной интегрирования является ξ .

Устремив внутреннюю точку x к граничной x_0 вдоль направления внешней нормали, получим граничное интегральное уравнение:

$$v_n(x_0, t) = -\frac{1}{2} q(x_0, t) + \int_S F(x_0, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x_0, a_i), \quad (3.2)$$

где первое слагаемое возникает в результате вычисления сингулярности интеграла при $x_0 = \xi$ и соответственно сам интеграл эту точку не содержит.

Осуществив дискретизацию границы области на N граничных отрезков, на каждом из которых будем полагать интенсивность $q(\xi, t)$ постоянной, получим дискретный аналог уравнения (3.2):

$$v_n^p = -\frac{1}{2}q^p + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p, \quad (3.3)$$

где $v_n^p = v_n(x_0^p, t)$; x_0^p – середина p -го отрезка; $q^p = q(x_0^p, t)$; $q^k = q(\xi^k, t)$; ξ^k – произвольная точка k -го отрезка; $F^{pk} = \int_{\Delta S^k} F(x_0^p, \xi^k) dS(\xi^k)$ – интеграл по k -му отрезку; $\Gamma_i = \Gamma(a_i)$, $G_i^p = G(x_0^p, a_i)$.

Перебирая p от 1 до N , получим систему N линейных алгебраических уравнений с N неизвестными, решив которую, найдем величины интенсивностей источников (стоков) q^1, q^2, \dots, q^N в данный момент времени t . Соответственно искомая скорость во внутренней точке x вычисляется по формуле:

$$v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i, \quad (3.4)$$

где

$$F^k = \int_{\Delta S^k} F(x, \xi^k) dS(\xi^k); \quad G_i = G(x, a_i).$$

Для построения линии тока необходимо задать начальную точку; вычислить в ней горизонтальную v_x и вертикальную v_y составляющие скорости воздуха, определив тем самым направление течения \vec{v} ; сделать шаг в данном направлении и вновь выполнить изложенный порядок вычислений. Возможен и обратный ход расчета, когда линия тока строится от всасывающего отверстия, т.е. производится шаг в направлении, противоположном вектору \vec{v} . Расчет прекращается, когда достигается линия отсоса воздуха либо когда длина линии тока превышает заданную длину.

Траектория пылевой частицы строится на основании интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения движения:

$$\rho_1 \frac{\pi d_3^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_3^3}{6} \bar{g}, \quad (3.6)$$

где ρ_1 , ρ – плотности пылевой частицы и среды соответственно; \bar{v}_1 – вектор скорости частицы; \bar{v} – скорость воздуха, вычисляемая по формуле (3.4); d_3 – эквивалентный диаметр; $S_m = \pi d_3^2/4$ – площадь миделевого сечения; χ – коэффициент динамической формы частицы; \bar{g} – ускорение свободного падения; ψ – коэффициент сопротивления среды

$$\psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases} \quad (3.7)$$

При столкновении частицы с твердой стенкой тангенциальная $v_{2\tau}$ и нормальная v_{2n} скорости вычисляются по формулам [29]:

$$v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n}, \quad (3.8)$$

где $\eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\}$; k – коэффициент восстановления при ударе; f – коэффициент трения скольжения.

При расчете траекторий пылевой частицы в области с изменяющимися во времени граничными условиями, необходимо в каждый момент времени для определения скорости воздуха пересчитывать интенсивность источников (стоков), распределенных по границе течения, решая систему (3.3).

На основании изложенных алгоритмов разработана компьютерная программа «Спектр», позволяющая определять поле скоростей, строить линии тока и траектории пылевых частиц в многосвязных областях со сложными границами, где нормальная составляющая скорости может изменяться во времени и которые могут содержать заданное количество вращающихся цилиндров.

В задаче с вращающимся цилиндром-отсосом возникает ряд трудностей с определением того, попадет ли частица в отсос или нет.

Первая проблема состоит в том, что частицы, вылетающие из одной и той же точки и имеющие одинаковый диаметр, могут либо попасть в отсос, либо не попасть в него. Это зависит от того, каков был угол поворота цилиндра-отсоса в момент вылета частицы. На рис.3.2 приведен пример такой ситуации. На рис.3.2а частица не попадает в отсос из-за того, что в тот момент, когда она была возле цилиндра, отсос был повернут в другую сторону. Облетая цилиндр, частица удаляется от него и в результате оседает на дно аспирационного укрытия.

Поэтому, очевидно, следует говорить о проценте попадания частиц в отсос. Ясно, что проверить все допустимые начальные положения цилиндра-отсоса не представляется возможным. В рамках поставленной задачи необходимо определить максимальный диаметр улавливаемых отсосом частиц, а не точное значение процента попадания. При этом если при каком-либо диаметре частиц процент их попадания в отсос мал, то для простоты анализа можно считать, что частицы данного диаметра в отсос не попадают. Так, при проведении исследований анализировались 4 варианта начального положения цилиндра-отсоса (рис.3.3). Разница между этими положениями составляет 90 градусов. Если ни при одном из этих положений частица не попадает в отсос, то делается вывод о том, что частица данного диаметра не достигает отсоса вообще.

Еще одна проблема заключается в том, что частицы, приблизившись к цилиндру-отсосу, могут двигаться вблизи него по замкнутой траектории (рис.3.4а). Однозначный вывод о том, попадет ли колеблющаяся частица в отсос или нет, сделать невозможно. Частица может столкнуться с другой частицей и, изменив траекторию, попасть в отсос. Однако более вероятным является предположение о том, что колеблющаяся частица не достигнет отсоса, поскольку скоагулирует с другой и осядет на дно аспирационного укрытия либо в результате столкновения изменит траекторию и опять-таки осядет на дно. Поэтому если возникает ситуация, когда частица движется по замкнутой траектории, то считается, что она в отсос не попадет.

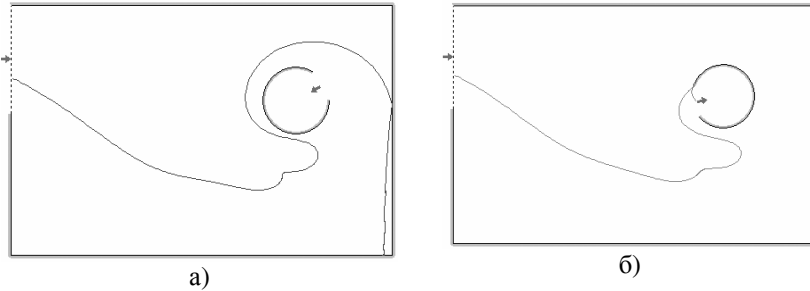


Рис.3.2. Различные варианты траекторий одинаковых частиц, вылетающих из одной точки в разные моменты времени



Рис.3.3. Начальные положения цилиндра-отсоса

3.1.2. Пример решения задачи

Условие задачи: исследовать поведение пылевых частиц в пульсирующем аэродинамическом поле, индуцируемом вращающимся цилиндром-отсосом, расположенном в аспирационном укрытии. Использовать схему аспирационного укрытия, изображенного на рисунке 3.1.

Общие для всех исследований исходные данные: коэффициент динамической формы частицы равен 1; плотность частицы – 3500 кг/м^3 ; плотность среды – $1,205 \text{ кг/м}^3$; динамическая вязкость воздуха – $0,0000178 \text{ Па}\cdot\text{с}$; скорость вылета частиц – нулевая; скорость воздуха, отсасываемого через щель в цилиндре – 20 м/с ; скорость воздуха в приточном отверстии – $6,198 \text{ м/с}$.

Некоторые результаты расчета (показаны на рис.3.5) являются достаточно очевидными. При увеличении величины разности ординат точки вылета частицы и центра цилиндра-отсоса (рис.3.5а, 3.5б), а также в случае его смещения в сторону приточного отверстия (рис.3.5в) величина d_{max} улавливаемой частицы увеличивается.

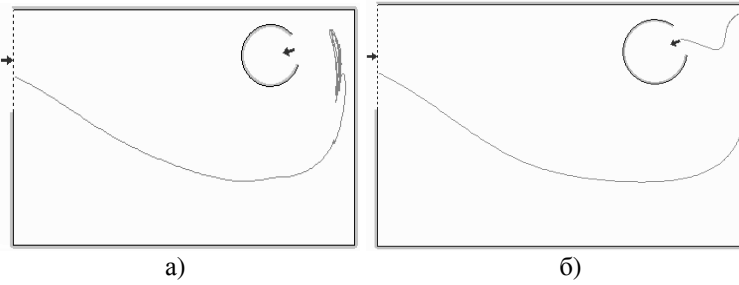
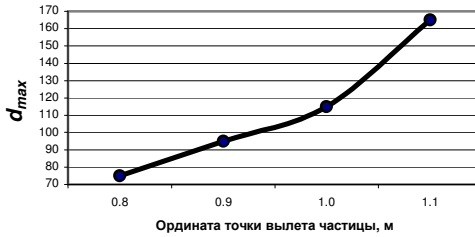
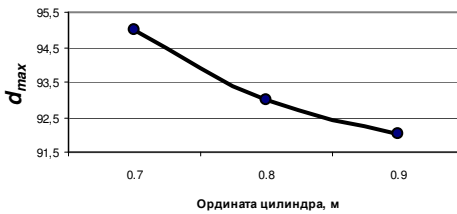


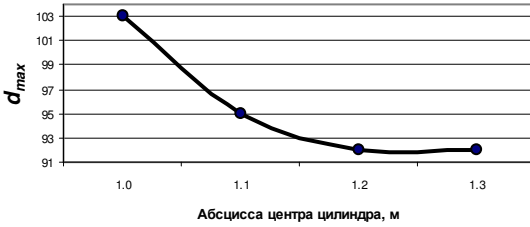
Рис.3.4. Траектории движения пылевых частиц при вращении цилиндра:
а) по часовой стрелке; б) против часовой стрелки



а) Цилиндр с центром в т. (1,3; 0,9)
вращается со скоростью 1,5 м/с по часовой стрелке



б) Частица вылетает из точки (0,01; 0,8). Цилиндр-отсос (абсцисса центра – 1,3) вращается со скоростью 3 м/с по часовой стрелке



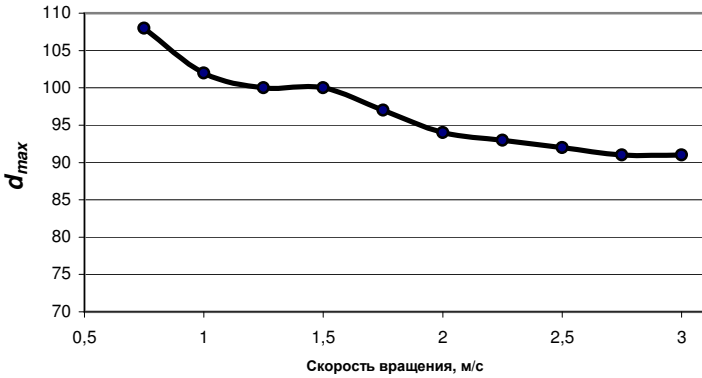
в) Частица вылетает из точки $(0,01; 0,8)$. Цилиндр-отсос (ордината центра – $0,8$) вращается со скоростью 3 м/с по часовой стрелке

Рис.3.5. Зависимость величины d_{max} от : а) ординаты точки вылета частицы; б) ординаты центра цилиндра-отсоса; в) абсциссы центра цилиндра

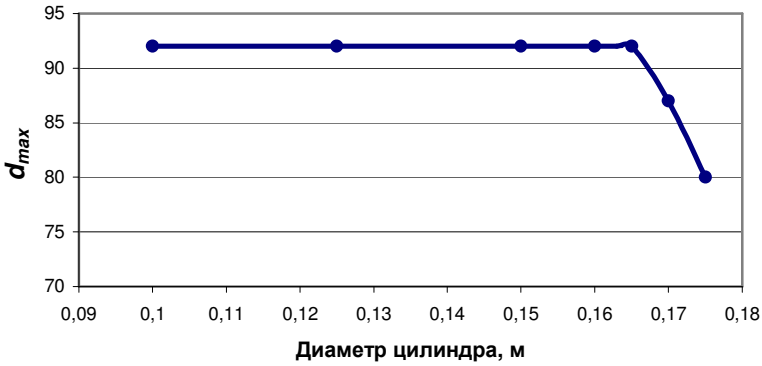
Зависимость d_{max} от линейной скорости вращения цилиндра-отсоса не столь очевидна (рис.3.6).



а)



б)



в)

Рис. 3.6. Зависимость d_{max} при точке вылета частицы (0,01; 0,8) и положении цилиндра (1,3; 0,9) от: а) скорости вращения цилиндра по часовой стрелке; б) скорости вращения цилиндра против часовой стрелки; в) диаметра цилиндра

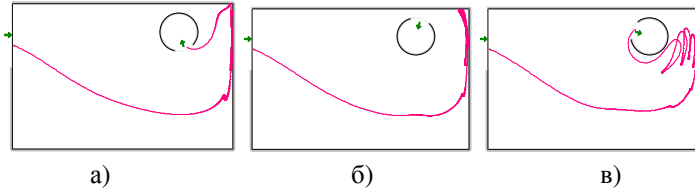


Рис. 3.7. Траектории полета частицы диаметром 85 мкм при различных скоростях вращения цилиндра-отсоса по часовой стрелке: а) 0,75 м/с; б) 1,5 м/с; в) 2,5 м/с

Воздушный поток в рассматриваемой задаче индуцируется отсосом и вращением цилиндра. В начале движения частицы доминирующее влияние на ее траекторию оказывает отсос. Как видно из рис.3.4а, б, при небольших скоростях вращения цилиндра-отсоса траектория частицы на начальном участке своего движения практически не изменяется в зависимости от направления вращения. Величина d_{\max} понижается постоянно при увеличении скорости вращения против часовой стрелки (рис.3.6б). Это объясняется не только тем, что циркуляционное течение от цилиндра способствует непопаданию частиц в отсос вблизи него, но и тем, что при значительных скоростях вращения прижимает частицу на начальном участке ее движения ко дну аспирационного укрытия вместе с силой тяжести. В случае вращения цилиндра-отсоса по часовой стрелке наблюдается колебательное движение частицы вблизи отсоса (рис. 3.4а, 3.7б). Этот факт объясняется тем, что циркуляционное течение воздуха вместе с силой тяжести увлекает частицу, находящуюся справа от отсоса, вниз. Отсос же, напротив, индуцирует поток, уносящий частицу вверх. При развороте отсоса к частице его влияние значительней, поэтому она поднимается вверх. При повороте цилиндра в другую сторону действие отсоса ослабевает, и частица опускается вниз под действием силы тяжести и нисходящего воздушного потока от вращения цилиндра. Как видно из рис.3.6а, величина d_{\max} сначала понижается при увеличении скорости, затем возрастает, имея минимум при скорости вращения, близкой к единичной. Действительно, если при малых скоростях вращения циркуляционное течение вокруг цилиндра не оказывает значительного влияния на поведение пылевых частиц на начальном участке ее движения, то ее увеличение приводит к большему подъему частиц над дном аспирационного укрытия и соответственно

способствует приближению частиц к отсосу и улавливанию (рис.3.7). Поэтому d_{\max} в этом случае возрастает.

При увеличении радиуса вращающегося по часовой стрелке цилиндра-отсоса величина d_{\max} изменяется вначале незначительно (рис.3.6г), затем понижается вследствие увеличения циркуляции Γ (3.1) и соответственно возрастающего влияния циркуляционного потока. В этом случае также наблюдается колебательное движение частиц вблизи отсоса. Заметим, что при вращении цилиндра против часовой стрелки при данных геометрических параметрах не удалось зафиксировать колебательные движения частиц.

Поскольку основной практической задачей является снижение d_{\max} , было произведено сравнение изменения этой величины для различных традиционных схем аспирационных укрытий (рис.3.8) и укрытий, где вытяжное отверстие заменено вращающимся цилиндром-отсосом. Во всех схемах ширина вытяжного отверстия совпадала с шириной отсоса на цилиндре. Точка вылета частицы выбиралась из условия наибольшего благоприятствования попаданию пыли в отсос. Например, на схеме рис.3.8-а эта точка расположена в верхнем углу приточного отверстия. Диаметр снижался примерно на 30-40 или даже на 70 мкм (табл.3.1).

Таким образом, численный эксперимент показал не только целесообразность размещения внутри укрытий вращающихся цилиндров-отсосов, но и возможность на основе разработанной компьютерной программы выбирать наиболее оптимальные геометрические и кинематические параметры аспирационного укрытия с функциями пылеосадительной камеры.

Однако в данном исследовании не учитывались вихревые области, наблюдающиеся на практике в аспирационном укрытии. Кроме того, представляет научный и практический интерес изучить поведение не одиночной пылевой частицы, а совокупности пылевых частиц разных фракций, что даст возможность прогнозировать дисперсный состав и концентрацию пылевой аэрозоли в аспирируемом воздухе, что необходимо для научно-обоснованного выбора пылеулавливающего аппарата.

90

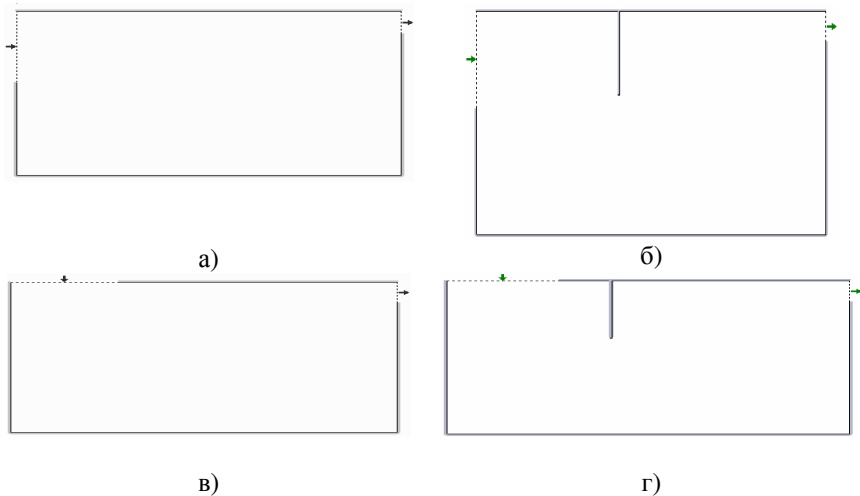


Рис. 3.8. Традиционные схемы аспирационных укрытий

Таблица 3.1

Сравнение величин d_{\max} для традиционных схем аспирационных укрытий и укрытий, снабженных цилиндром-отсосом

Номер рисунка традиционной схемы укрытия	Рис.3.7а	Рис.3.7б	Рис.3.7в	Рис.3.7г
Точка вылета пылевой частицы в укрытии с традиционной схемой	(0,01; 1,1)	(0,01; 1,04)	(0,48; 1,11)	(0,4; 1,11)
Точка вылета пылевой частицы в укрытии с цилиндром-отсосом	(0,01; 1,1)	(0,01; 1,1)	(0,48; 1,11)	(0,4; 1,11)
d_{\max} для традиционной схемы укрытия	205	171	238	129
Координаты центра цилиндра радиуса 0,15 м со скоростью вращения 1,5 м/с по часовой стрелке	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)	(1,3; 0,9)
d_{\max} для укрытий с цилиндром-отсосом	165	100	210	100

3.2. Алгоритм расчета вихревых пылевоздушных нестационарных течений с изменяющимися во времени граничными условиями на основе метода дискретных вихрей.

Целью данного параграфа является разработка математической модели, алгоритма ее численной реализации и программы расчета вихревых нестационарных газовых потоков в пульсирующих аэродинамических полях с изменяющимися во времени граничными условиями, динамики пылевых аэрозолей в них, метода прогнозирования концентрации и дисперсного состава пыли в системах аспирации.

Рассмотрим многосвязную область течения идеальной несжимаемой жидкости, содержащую L вращающихся цилиндров, из которых может отсасываться газ. По границе области задана изменяющаяся во времени нормальная составляющая скорости. Необходимо определить поле скоростей внутри области в произвольный момент времени.

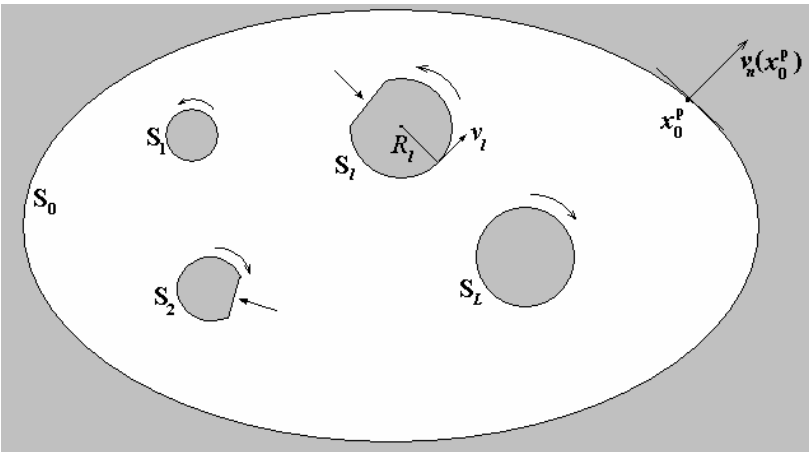


Рис.3.9. Область течения с вращающимися цилиндрами, из которых может отсасываться газ

Рассмотрим начальный момент времени $t = 0$. Границу S_0 (рис.3.9) дискретизируем набором контрольных точек, между которыми по центру расположим вихри. Границы цилиндров S_1, S_2, \dots, S_L

разбиваются набором прямолинейных отрезков, по которым непрерывным образом расположены источники (стоки). По каждому из отрезков интенсивность источников (стоков) считается постоянной. Цилиндры радиусами R_l вращаются со скоростями v_l , где $l = 1, 2, \dots, L$. Для того чтобы учесть влияние на произвольную внутреннюю точку x газового потока, индуцированного вращением этих цилиндров, расположим в их центрах вихри с циркуляциями $\Gamma_0^l = 2\pi R_l v_l$.

Интегрируя действия всех источников (стоков), суммируя влияния присоединенных вихрей (расположенных на границе S_0) и вихрей расположенных в центрах цилиндров получим следующее выражение для определения скорости течения $v_n(x)$ в произвольной внутренней точке области $x(x_1, x_2)$ вдоль заданного единичного вектора $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^N F(x, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x, \xi^l) \Gamma(\xi^l), \quad (3.9)$$

где

$$F(x, \xi^i) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Delta S_i} \frac{(x_1 - \xi_1) n_1 + (x_2 - \xi_2) n_2}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2} dS(\xi); \quad (3.10)$$

$\xi^i(\xi_1, \xi_2)$ – произвольная точка отрезка ΔS_i , по которому непрерывным образом расположены источники (стоки); $G(x, \xi)$ определяется по формуле (2.1); ξ – точка расположения k -го присоединенного вихря (ξ^k) либо центров цилиндров (ξ^l). Устремляя x к граничной точке x_0^p вдоль направления внешней нормали получим дискретный аналог граничного интегрального уравнения для определения неизвестных интенсивностей источников (стоков) $q(\xi^i)$ и циркуляций $\Gamma(\xi^k)$:

$$v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l),$$

где x_0^p – середина p -го отрезка границ S_1, S_2, \dots, S_n цилиндров либо p -я контрольная точка границы S_0 . При $x_0^p = \xi^i$ величина $F(x_0^p, \xi^i) = -1/2$.

Если $x_0^p = \xi^k$ элемент матрицы $G(x_0^p, \xi^k) = 0$ (сам на себя вихрь влияние не оказывает).

Обозначая $F(x_0^p, \xi^i) = F^{pi}$; $v_n(x_0^p) = v^p$; $q(\xi^k) = q^k$; $G(x_0^p, \xi^k) = G^{pk}$; $\Gamma(\xi^k) = \Gamma^k$; добавляя условие неизменности циркуляции; вводя регуляризирующую переменную Λ И.К.Лифанова и изменяя p от 1 до $N+M$, получим $N+M+1$ линейных алгебраических уравнений с $N+M+1$ неизвестными $q^1, q^2, \dots, q^N, \Gamma^1, \Gamma^2, \dots, \Gamma^M, \Lambda$:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases} \quad (3.11)$$

Решив систему (3.11) определим в начальный момент времени $t = 0$ распределение интенсивностей источников (стоков) q^i и циркуляций присоединенный вихрь Γ^k .

В следующий момент времени с острых кромок и гладкой поверхности происходит отрыв свободных вихрей. В момент времени $t = \tau \Delta t$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases} \quad (3.12)$$

где Γ^{ab} – циркуляция свободного вихря сошедшего в момент времени a с b -й точки отрыва вихревой пелены; функция G^{pab} вычисляется по формуле (2.1), где в качестве (x_1, x_2) используется координата точки x_0^p в текущий момент времени, (ξ_1, ξ_2) – точка, в которой находится свободных вихрь циркуляции Γ^{ab} ; B – количество точек отрыва вихревой пелены.

В следующий момент времени происходит сход новых свободных вихрей со всех B точек отрыва. Определяется новое положение всех свободных вихрей, находящихся в потоке по формуле (2.6).

Составляющие скорости, также как и скорость в любой интересующей нас точке вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определяются из выражения:

$$v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau r} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l, \quad (3.13)$$

где в формулах для определения функций F и G вместо (x_1, x_2) подставляются координаты этой точки.

Заметим, что поскольку цилиндры–отсосы вращаются, то граничные условия изменяются с течением времени. Поэтому даже в случае отсутствия схода свободных вихрей интенсивности источников (стоков) и циркуляции присоединенных вихрей изменяются на каждом расчетном шаге. Наблюдается пульсирующее аэродинамическое поле.

3.3. Метод прогнозирования дисперсного состава и концентрации грубодисперсных аэрозолей в аспирируемом местными отсосами воздухе

Пусть известны концентрация C [кг/м³] пыли в газе, поступающем из приточного отверстия шириной a и глубиной 1_m , дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций (табл. 3.2), скорость газа в приточном отверстии v_n .

Таблица 3.2. Дисперсный состав, заданный нижней и верхней границами фракций

Границы	$d_{1н}$	$d_{2н}$...	$d_{iн}$...	$d_{mн}$
фракций	—	—		—		—
	$d_{1в}$	$d_{2в}$		$d_{iв}$		$d_{nв}$
Доли	l_1	l_2	...	l_i	...	l_n

Примечание: $\sum_{i=1}^n l_i = 1$.

Необходимо найти дисперсный состав и концентрацию пыли в газовом потоке, удаляемом вытяжным отверстием.

На основе дисперсного состава составляется функция P распределения диаметров пылевых частиц. Эта функция имеет ступенчатый вид (рис.3.10). Площадь каждого прямоугольника равна доле соответствующей фракции.

Приточное отверстие разбиваем на k одинаковых частей и в каждый момент времени генерируем k случайных чисел (диаметров), распределенных по закону, заданному функцией P . Таким образом, в каждый модельный момент времени в укрытие поступает k пылевых частиц. Необходимо найти шаг по времени Δt такой, чтобы концентрация пылевых частиц, поступающих в укрытие, равнялась заданной концентрации C .

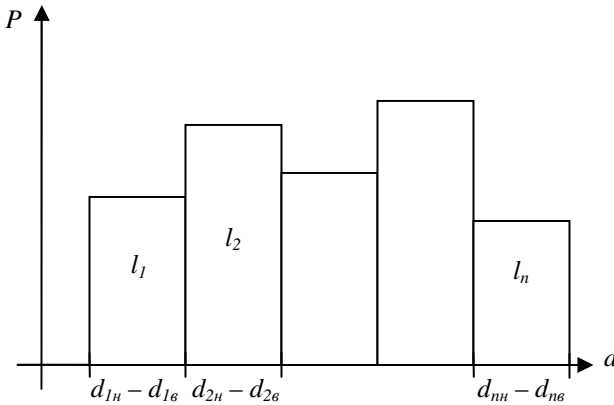


Рис.3.10. Функция распределения диаметров пылевых частиц

Масса пыли, поступившей в рассматриваемую область за время Δt :

$$C_{\Delta t} = km_{cp} = Cv_{п} a \Delta t ,$$

где средняя масса пылевой частицы, в соответствии с функцией распределения P :

$$m_{cp} = \sum_{i=1}^n \int_{d_{in}}^{d_{ie}} \frac{\pi x^3 l_i}{6(d_{ie} - d_{in})} \rho dx = \frac{\pi \rho}{24} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ie} + d_{in}) (d_{ie}^2 + d_{in}^2). \quad (3.14)$$

Откуда шаг по времени:

$$\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C v_n a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ik} + d_{ie}) (d_{ik}^2 + d_{ie}^2). \quad (3.15)$$

Для вычисления концентрации пыли в вытяжном отверстии выбирается число n моментом времени поступления в область набора из k пылевых частиц. Осуществляется моделирование движения $n \cdot k$ частиц до тех пор, пока они все не осядут, либо не будут уловлены отсосом. В процессе моделирования рассчитывается m_0 - суммарная масса частиц, попавших в отсос. Выходная концентрация при этом: $C_0 = \frac{m_0}{V}$, где $V = v_n \cdot a \cdot \Delta t \cdot n$.

В процессе моделирования запоминаются диаметры пылевых частиц уловленных отсосом, и определяется процентный состав пылевых фракций в отсасываемом воздухе.

Реальная получающаяся концентрация пыли в приточном воздухе отличается от заданной вследствие дискретности модели. Для определения реальной входной концентрации C_r вычисляется m_r - суммарная масса $n \cdot k$ частиц, поступивших в укрытие из приточного отверстия и соответственно $C_r = m_r / V$. При увеличении количества частиц $n \cdot k$ концентрация C_r приближается к C с любой заданной точностью.

Моделирование движения пылевых частиц осуществляется на основании интегрирования методом Рунге-Кутта уравнения движения по формулам (3.6 -3.8).

3.3.1. Пример решения задачи

Условие задачи: исследовать изменение дисперсного состава и концентрации пылевых частиц во вращающемся цилиндре-отсосе, расположенном в аспирационном укрытии, на основе комбинации МДВ и ГИУ.

Пусть аспирационное укрытие содержит вращающийся цилиндрический отсос (рис.3.11).

Входные данные для расчета: скорость в отсосе $v_0 = 3 \text{ м/с}$; скорость в приточном отверстии $v_{\pi} = 1 \text{ м/с}$; высота укрытия $h = 0,7 \text{ м}$; ширина укрытия $H = 1 \text{ м}$; глубина укрытия – 1 м; расстояние между приточным отверстием и левой стенкой $e = 0,05 \text{ м}$; радиус цилиндра $R = 0,1 \text{ м}$; ширина приточного отверстия $a = 0,3 \text{ м}$; ширина отсоса $b = 0,1 \text{ м}$; плотность пылевых частиц $\rho_1 = 3500 \text{ кг/м}^3$; коэффициент динамической вязкости воздуха $\mu = 0,0000178 \text{ Па}\cdot\text{сек}$; коэффициент динамической формы пылевых частиц $\chi = 1$; коэффициент восстановления пылевой частицы при ударе $k = 0,5$; коэффициент трения скольжения пылевой частицы $f = 0,5$. Количество пылевых частиц в каждый из 200 моментов времени их поступления в укрытие – 20. Доли частиц по фракциям представлены в табл.3.3. Заданная концентрация пылевых частиц в приточном воздухе: $30 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^3$.

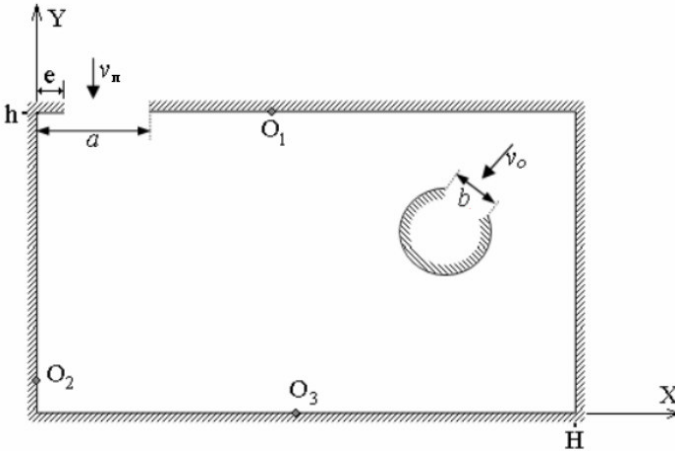


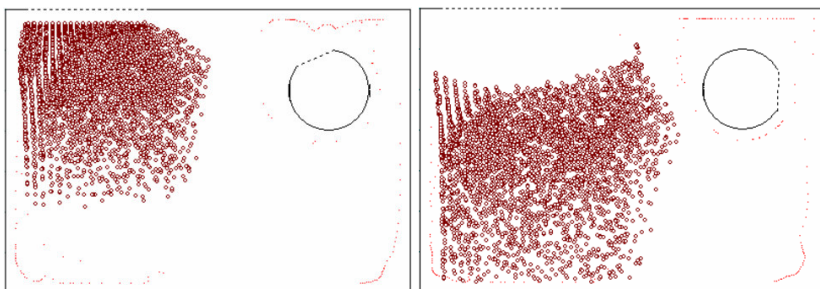
Рис.3.11. Область течения с вращающимся цилиндром-отсосом

Таблица 3.3. Дисперсный состав пыли в приточном воздухе

Границы фракций,	10	30	50	70	90 –
------------------	----	----	----	----	------

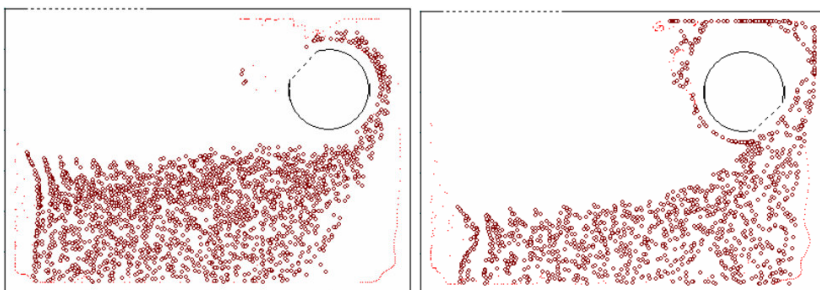
МКМ	–	–	–	–	110
	30	50	70	90	
Доли	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

При моделировании учитывались 3 точки отрыва вихревой пелены O_1, O_2, O_3 (рис.3.11); расстояние между присоединенными вихрями $h = 0,05$; шаг по времени для аэродинамического расчета $\Delta t = h$, вращение цилиндра-отсоса против часовой стрелки.



а)

б)



в)

д)

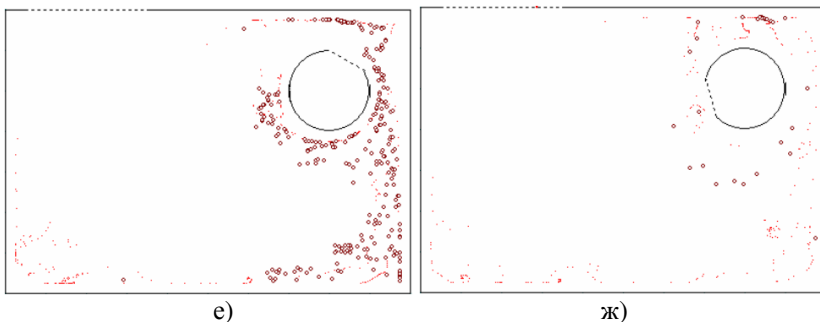


Рис.3.11. Поведение пылевого облака с течением времени при скорости вращения цилиндра 2 м/с и координат (0,8; 0,5) центра цилиндра-отсоса (точки – свободные вихри, кружочки – пылевые частицы)

Пылевые частицы вначале движутся общим потоком (рис.3.11) вниз, затем начинают смещаться в сторону цилиндра-отсоса, более крупные частицы оседают, более легкие вращаются вокруг цилиндра, постепенно им улавливаясь. Заметим, что при скоростях вращения 4–8 м/с вращение пылевых частиц наблюдается длительное время при неизменной ситуации (и не улавливаются, и не осаждаются). В этом случае расчет прекращался, считалось, что такие пылевые частицы коагулируют и в конце концов осаждаются на дно укрытия.

При неподвижном цилиндре-отсосе, подтекание пылевого облака происходит с разных сторон, что обусловлено полем скоростей. Концентрация аспирируемой аэрозоли даже несколько выше, чем в стандартном укрытии (табл.3.4).

В случае вращения цилиндра линии тока имеют спиралеобразный характер, что препятствует поступлению пылевых частиц в отсос. С увеличением скорости вращения цилиндра-отсоса в любом направлении концентрация аспирируемой аэрозоли уменьшается (табл.3.4). Для снижения пылеуноса благоприятен случай вращения против часовой стрелки, т.к. воздушный поток, индуцированный вращением цилиндра, направлен в сторону совпадающую с силой тяжести пылевых частиц на начальном участке их движения (слева от цилиндра-отсоса). При уменьшении высоты цилиндра-отсоса концентрация пылевой аэрозоли в аспирируемом воздухе уменьшается. Наименьший унос пылевых частиц в аспирационную сеть наблюдается при расположении центра цилиндра-отсоса в т.С (0,45;0,35) (табл.3.5). Снижение концентрации и

смещение дисперсного состава в сторону мелких частиц происходит также при уменьшении радиуса цилиндра R и ширины всасывающей щели b . В таблицах 3.4, 3.5 реальная входная концентрация во всех случаях $29,821 \text{ мг/м}^3$, вращение цилиндра-отсоса против часовой стрелки; скорость в отсосе – v_0 ; скорость в приточном отверстии – $v_{\text{п}}$; скорость вращения – $v_{\text{вр}}$; радиус цилиндра – R ; ширина отсоса – b .

Таблица 3.4. Дисперсный состав и концентрация аспирируемой пылевой аэрозоли в зависимости от величин скоростей вращения цилиндра-отсоса и всасывания

Параметры		Скорости, м/с			Фракции, мкм					$C_{\text{вых}}$, мг/м ³
b	R	$v_{\text{вр}}$	v_0	$v_{\text{п}}$	10 – 30	30 – 50	50 – 70	70 – 90	90 – 110	
Укрытие обычной конструкции (без цилиндра-отсоса)										
0,1	–	–	1,5	1,5	0,78	0,22	0	0	0	0,198
0,1	–	–	3	1	0,59	0,37	0,042	0	0	0,677
0,1	–	–	6	2	0,44	0,38	0,177	0,001	0	1,829
0,1	–	–	12	4	0,39	0,40	0,203	0,005	0	2,532
Увеличение скорости вращения цилиндра										
0,1	0,1	0	3	1	0,57	0,40	0,037	0	0	0,685

0,1	0,1	1	3	1	0,58	0,39	0,032	0	0	0,580
0,1	0,1	2	3	1	0,59	0,38	0,035	0	0	0,505
0,1	0,1	4	3	1	0,74	0,26	0,003	0	0	0,177
0,1	0,1	8	3	1	0,97	0,03	0	0	0	0,016
0,1	0,1	16	3	1	0,99	0	0,013	0	0	0,006
0,1	0,1	1	3	1	0,58	0,36	0,064	0	0	0,716
0,1	0,1	2	3	1	0,54	0,42	0,034	0	0	0,448
0,1	0,1	4	3	1	0,99	0,01	0	0	0	0,060
0,1	0,1	8	3	1	1	0	0	0	0	0,001

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Таблица 3.5. Дисперсный состав и концентрация аспирируемой пылевой аэрозоли в зависимости от геометрических характеристик укрытия

Параметры		Скорости, м/с			Фракции, мкм					$C_{\text{вых}}$, мг/м ³
b	R	$v_{\text{вр}}$	$v_{\text{о}}$	$v_{\text{п}}$	10– 30	30– 50	50– 70	70– 90	90– 110	
Изменение положения цилиндра при фиксированной скорости вращения										
0,1	0,1	4	3	1	0,875	0,13	0	0	0	0,118
0,1	0,1	4	3	1	0,974	0,03	0	0	0	0,056
0,1	0,1	4	3	1	0,967	0,03	0	0	0	0,056
0,1	0,1	4	3	1	0,935	0,07	0	0	0	0,063
0,1	0,1	4	3	1	0,913	0,09	0	0	0	0,069

Изменение ширины всасывающего отверстия										
0,05	0,1	4	3	0,5	1	0	0	0	0	0,003
0,075	0,1	4	3	0,75	1	0	0	0	0	0,017
0,15	0,1	4	3	1,5	1	0	0	0	0	0,24
Изменение радиуса цилиндра										
0,075	0,05	8	3	0,75	0	0	0	0	0	0
0,075	0,075	5,34	3	0,75	1	0	0	0	0	0,004
0,075	0,1	4	3	0,75	1	0	0	0	0	0,016
0,075	0,125	3,2	3	0,75	0,997	0,03	0	0	0	0,043
0,075	0,15	2,67	3	0,75	0,837	0,16	0	0	0	0,137

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

При конструировании аспирационных укрытий с функцией пылеосадительной камеры предлагается:

- использовать вращающийся против часовой стрелки цилиндр-отсос;
- линейная скорость вращения должна быть высокой, но не способствующей повышению уровня шума;
- радиус цилиндра и ширину всасывающей щели следует выбирать как можно меньшими, но так, чтобы скорость воздуха в щели не превышала 20 м/с;
- положение цилиндра-отсоса по вертикали выбирается приблизительно по центру укрытия, по горизонтали – справа от приточного отверстия, и как можно ближе к нему, но так, чтобы он не мешал технологическому процессу

3.4. Вопросы для повторения

1. В чем состоит практический смысл снижения пылеуноса в аспирационную сеть из аспирационного укрытия?
2. Опишите особенности реализации метода ГИУ с изменяющимися во времени граничными условиями.
3. На основании каких уравнений строится траектория пылевой частицы в воздушном потоке при различных режимах ее обтекания?
4. Какие проблемы вычислительной процедуры определения траекторий пылевых частиц, улавливаемых всасывающим отверстием?
5. Чем объясняется колебательное движение пылевых частиц у вращающегося цилиндра-отсоса?
6. Какие закономерности изменения максимального диаметра пылевой частицы у вращающегося цилиндра-отсоса?
7. На сколько снижается максимальный диаметр пылевой частицы, улавливаемой аспирационным всасывающим патрубком в аспирационном укрытии, снабженном вращающимся цилиндром-отсосом, относительно традиционных схем аспирационных укрытий?
8. Опишите особенности реализации алгоритмом расчета газовых потоков на сновании комбинации методом дискретных вихрей и граничных интегральных уравнений.

9. В чем состоит метод расчета дисперсного состава и концентрации пылевых аэрозолей в аспирационных системах?

10. Опишите закономерности поведения пылевого облака в аспирационном укрытии, снабженном вращающимся цилиндром-отсосом.

11. Какие практические выгоды дает снабжение аспирационного укрытия вращающимся цилиндром-отсосом?

12. Назовите основные предложения по конструированию аспирационных укрытий с функцией пылеосадительной камеры.

4. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММ РАСЧЕТА

4.1. Программа расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом

Главное окно программы показано на рис. 4.1. Здесь приведен пример вихревой структуры и линий тока. Вихри отображаются красными точками, линии тока имеют синий цвет.

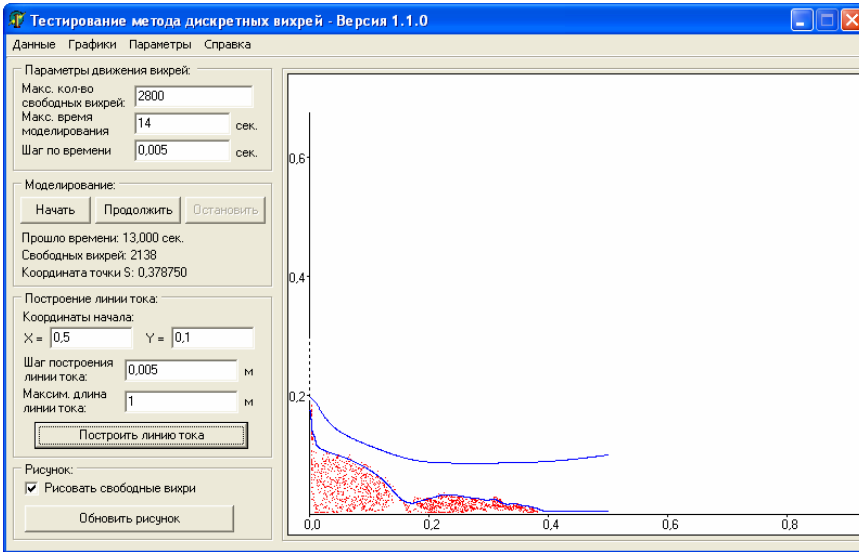


Рис. 4.1. Главное окно программы

Главное окно позволяет задать параметры движения вихрей: максимальное количество свободных вихрей, максимальное время моделирования, шаг по времени.

Здесь же можно управлять моделированием движения свободных вихрей. Имеются кнопки для запуска моделирования (кнопка «Начать»), его остановки (кнопка «Остановить») и продолжения (кнопка «Продолжить»).

Для отслеживания процесса моделирования отображаются: текущее модельное время, текущее количество свободных вихрей, текущая координата точки отрыва S .

Можно строить линии тока, задавая координаты начала, шаг построения и максимальную длину линии тока.

Все параметры моделирования на текущий момент времени (вихревую структуру, шаг по времени и т.п.) можно сохранить в файл. Для этого в меню «Данные» имеется кнопка «Сохранить». Сохраненные данные

можно загрузить (пункт «Загрузить» в меню «Данные») для дальнейшего моделирования.

Можно задавать дополнительные параметры расчета в меню «Параметры». Геометрические параметры задаются выбором пункта меню «Конфигурация области». При этом появляется окно, показанное на рис. 4.2. Как видно, здесь можно задать шаг дискретизации, длины отрезков, составляющих область, и скорость воздуха в отсеке, и скорость воздуха в отсеке.

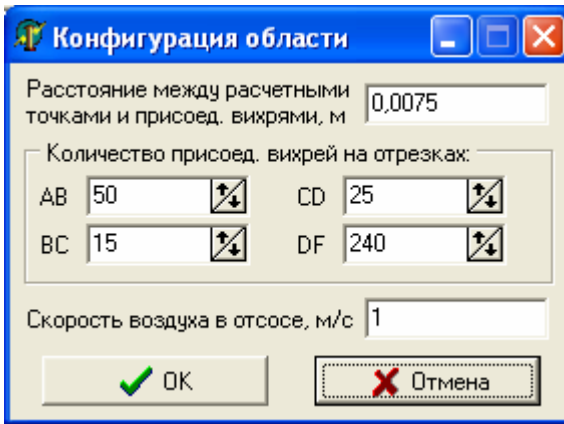


Рис. 4.2. Определение конфигурации области

Параметры расчета координат точки отрыва S задаются при выборе пункта меню «Параметры точки отрыва» (рис. 4.3). В данной программе поведение точки отрыва исследовалось, поэтому предлагался достаточно большой набор параметров. Перемещение точки отрыва можно было ограничить максимальной абсциссой. Абсциссу точки отрыва можно было брать посередине между двумя соседними вихрями или соседними расчетными точками. Каждый новый свободный вихрь можно было помещать на расстоянии $h/2$ от точки отрыва вдоль нормали к границе, либо вдоль вектора скорости в точке отрыва.

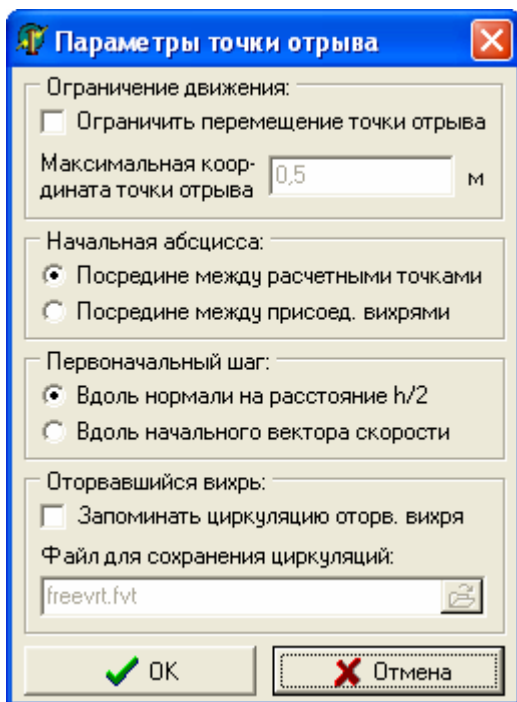


Рис. 4.3. Параметры расчета точки отрыва

Изменение циркуляции оторвавшегося вихря во времени можно было сохранять в файле для последующего просмотра в виде графика. График просматривается при выборе пункта «Оторвавшийся вихрь» в меню «Графики» (рис. 4.4).

Можно рассчитывать продольные и поперечные пульсации скорости в заданных точках. Параметры расчета пульсаций задаются в меню «Параметры» при выборе пункта меню «Пульсации». В появившемся окне (рис. 4.5) можно задать набор точек, в которых будет выполняться расчет, и указать файл, в который будет сохраняться изменение скоростей во времени.

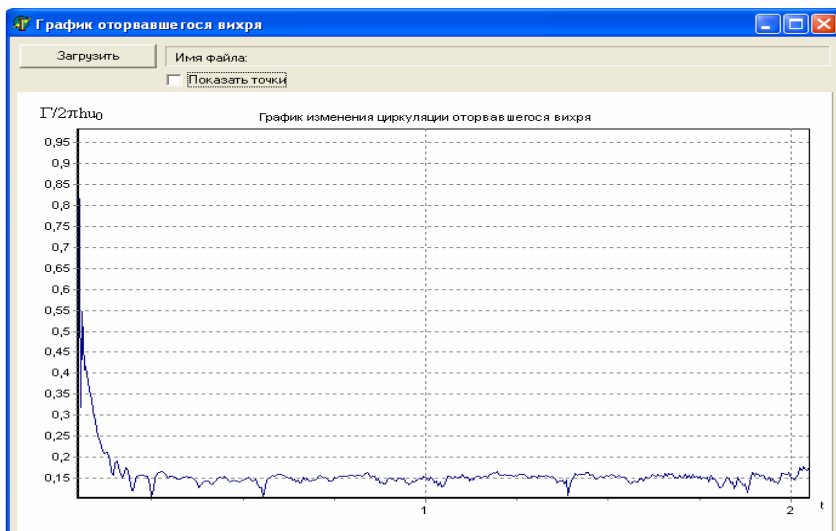


Рис. 4.4. График изменения циркуляции оторвавшегося вихря

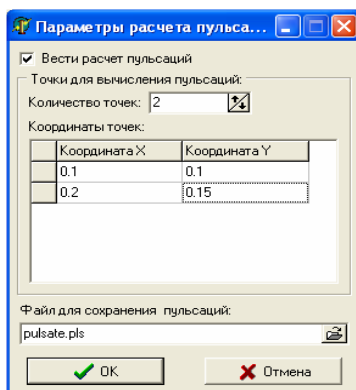


Рис. 4.5. Параметры расчета пульсаций скорости

Сохраненные в файл пульсации можно просматривать на графике (меню «Графики», пункт меню «Пульсации»). Пример показан на рис.

4.6. График просматривается отдельно для каждой точки, в которой производился расчет. Также вычисляются средние значения продольной и поперечной составляющей скорости и среднеквадратичные значения продольной и поперечной пульсаций.

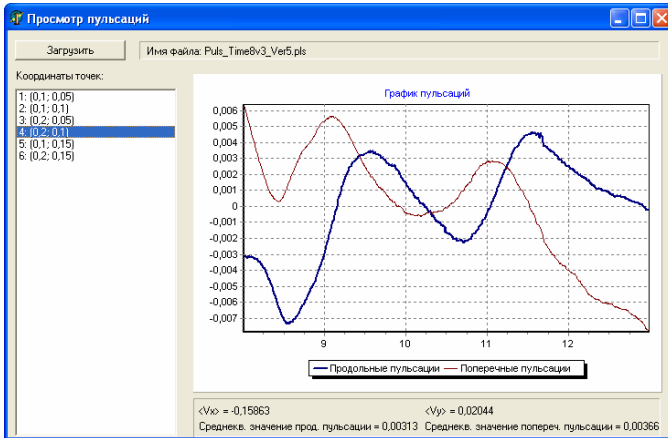


Рис. 4.6. Просмотр графиков пульсаций скорости

4.2. Программа расчета течения у щелевидного отсоса в пространстве

Главное окно программы показано на рис. 4.7. Оно аналогично главному окну программы, описанной в разделе 4.1.

Для свободных вихрей задавался дополнительно способ их движения: параллельно, последовательно и симметрично. Способ движения определяет алгоритм, по которому будут двигаться вихри: с сохранением симметрии или без сохранения. Сохранить симметрию не удастся из-за погрешности вычислений, если моделировать движение верхней и нижней вихревой структуры. При симметричном способе моделируется только верхняя структура, а нижняя просто симметрично отображается.

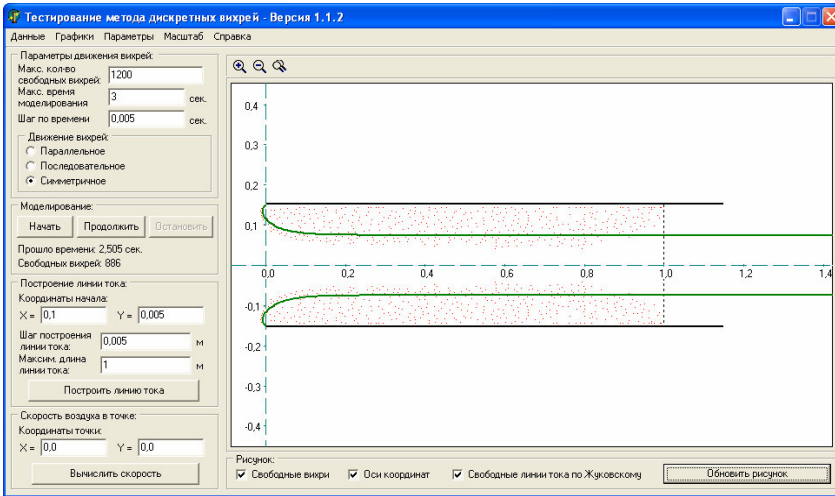


Рис. 4.7. Главное окно программы

Кроме линий тока (см. п. 4.1), можно также вычислять скорость воздуха в заданной точке.

Также расширены графические возможности программы по сравнению с программой из п. 4.1. Можно масштабировать изображение и отображать оси координат. Для контроля расчета можно отображать линии отрыва, построенные аналитически по методу Жуковского (отображаются зеленым цветом).

Окно для задания геометрических параметров показано на рис. 4.8. Здесь задается шаг дискретизации, количество расчетных точек, полуширина отсоса, абсцисса всасывающего отрезка и скорость воздуха в отсосе.

Остальные возможности аналогичны программе из п. 4.1: имеются возможности сохранения параметров расчета, вычисления пульсаций скорости и изменения циркуляции срывающихся вихрей.

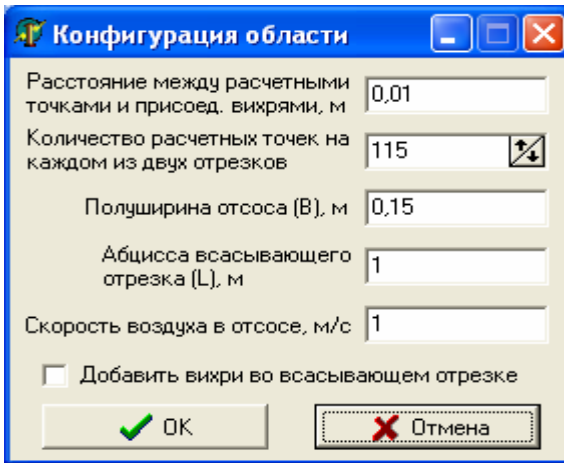


Рис. 4.8. Определение конфигурации области

4.3. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны программе, описанной в предыдущем разделе, за исключением того, что геометрия области другая (рис. 4.9).

Добавлена возможность расчета параметров вихревых областей, возникающих на входе в отсосы-раструбы. При выборе в меню «Информация» пункта «Параметры вихревой области» появляется окно, показанное на рис. 4.10. В нем отображается верхняя половина области с вихревой структурой течения.

Задача состояла в том, чтобы определить геометрические параметры очертаний вихревых зон: 1) «длину» первой вихревой области a ; 2) «ширину» первой вихревой области b ; 3) ширину эффективного всасывания $B_{эф}$; 4) максимальную ширину второй вихревой области d_{max} ; 5) абсциссу l_{max} , соответствующую максимальной ширине, и др.

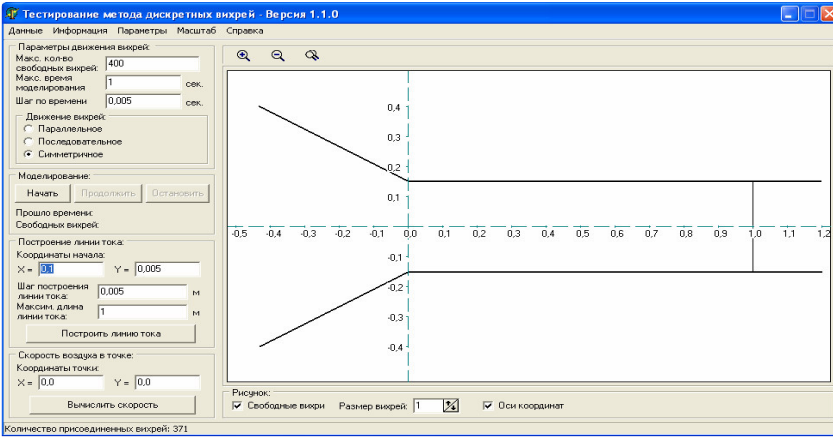


Рис. 4.9. Программа для расчета щелевидного отсоса-раструба

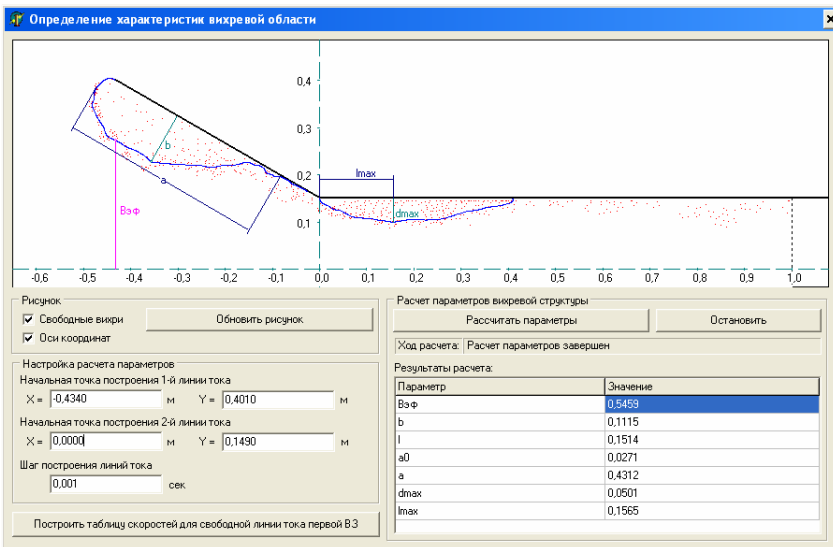


Рис. 4.10. Определение характеристик вихревых областей

Расчет параметров выполняется при нажатии кнопки «Расчитать параметры» и производится путем построения двух линий тока, начинающихся в местах схода свободных вихрей. Координаты начала построения линий тока можно корректировать (см. рис. 4.10), а также задавать шаг построения.

В ходе построения вычисляются необходимые параметры, после чего они отображаются графически на области течения, а также в таблице с результатами.

Кроме того, можно получить информацию о скорости на свободной линии тока в первой вихревой области. Для этого необходимо нажать кнопку «Построить таблицу скоростей для свободной линии тока первой ВЗ». При этом появится окно, показанное на рис. 4.11. В нем можно увидеть графики и таблицы изменения скорости в зависимости от криволинейной координаты на линии тока.

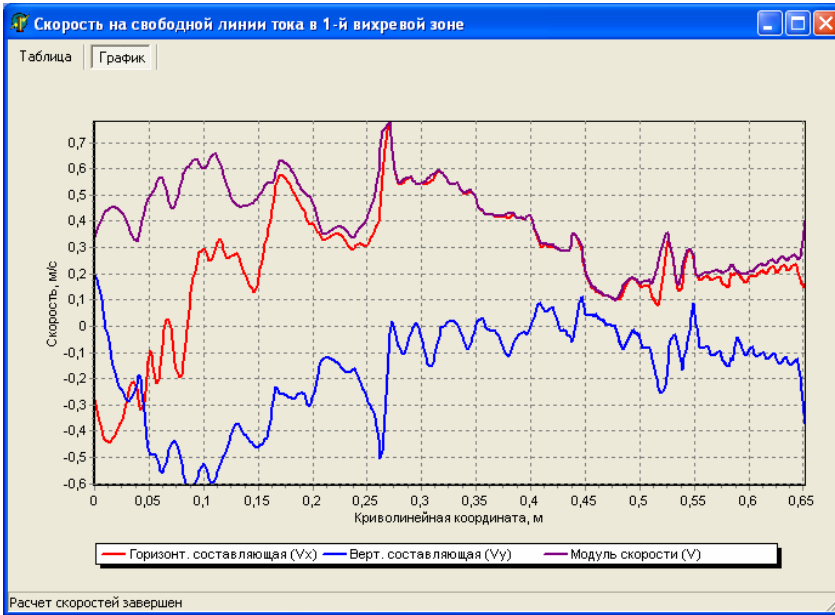


Рис. 4.11. Скорость на свободной линии тока в первой вихревой области

На основе методических исследований, проведенных по данной программе, была получена формула (2.26) для очертаний первой вихревой области.

4.4. Программа расчета течения у круглого отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Главное окно представлено на рис. 4.12. Отображается только верхняя часть области, поскольку течение для круглого раструба является осесимметричным. Соответственно алгоритм расчета модифицирован с учетом изменений в модели для осесимметричных течений.

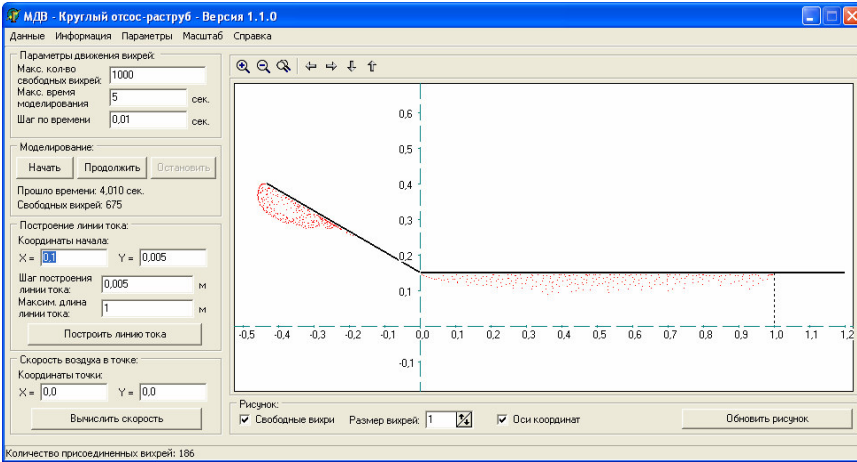


Рис. 4.12. Программа расчета круглого отсоса-раструба

Геометрические параметры, задававшие конфигурацию области, показаны на рис. 4.13. Это шаг дискретизации, полуширина всасывающего канала, абсцисса всасывающего отрезка, длина всасывающего канала, длина раструба (козырька), угол наклона раструба, скорость воздуха в отсосе.

Возможно проводить моделирование при нулевом угле наклона раструба. В этом случае получается круглый отсос-канал.

Для уменьшения количества свободных вихрей и соответственно повышения скорости расчета для каждой из двух имеющихся точек отрыва (верхней и нижней) можно было указывать, через какое количество шагов моделирования с них срываются вихри (рис. 4.14).

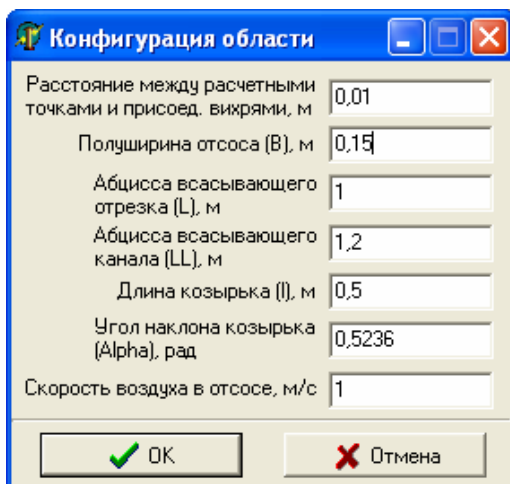


Рис. 4.13. Конфигурация области течения

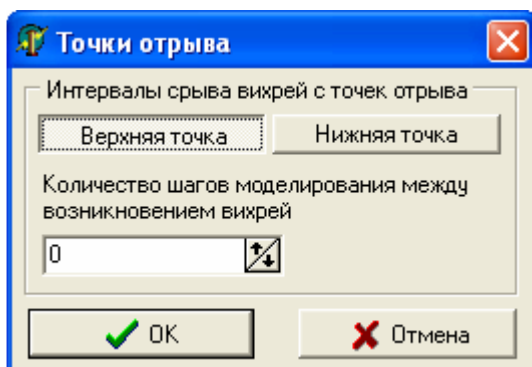


Рис. 4.14. Параметры схода вихрей с точек отрыва

4.5. Программа расчета течения у механически и аэродинамически экранированного круглого отсоса-раструба

Главное окно программы показано на рис. 4.15. На нем изображается верхняя половина круглого отсоса-раструба, с конца которого истекает приточная струя. Отсос располагается вблизи непроницаемой плоскости.

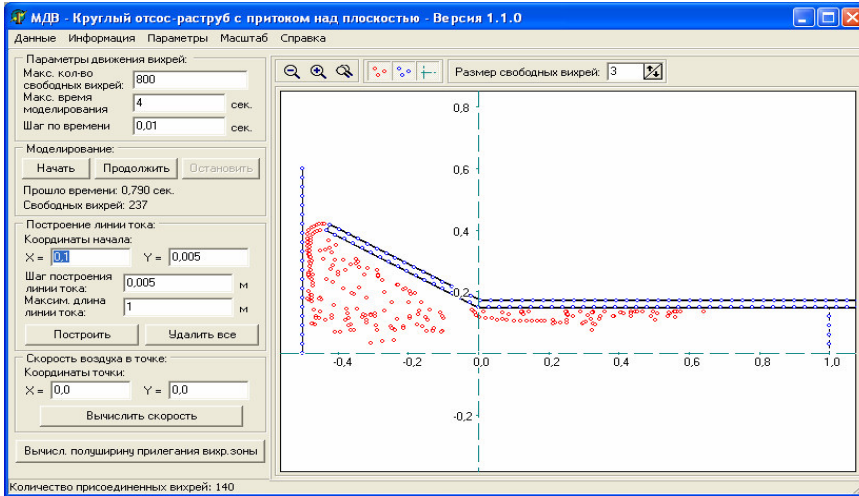


Рис. 4.15. Главное окно программы

Возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Параметры, задающие конфигурацию области, дополнительно включают: скорость приточного воздуха; толщину стенок; полудлину и абсциссу непроницаемой плоскости.

4.6. Программа расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии

Главное окно программы можно видеть на рис. 4.16. На нем изображены свободные вихри и линии тока в определенный момент

времени, т.е. программа, помимо основного назначения (расчета концентрации пыли), позволяет исследовать аэродинамику течения.

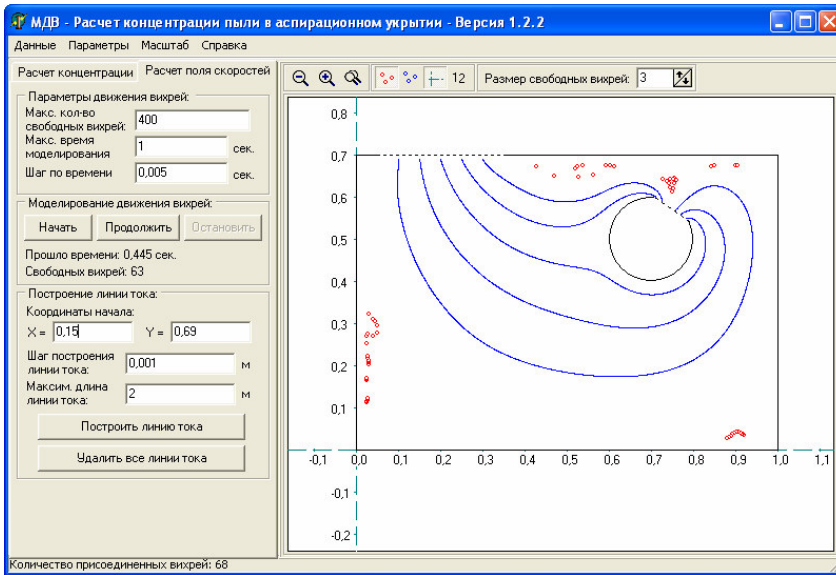


Рис. 4.16. Программа расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии

Параметры, связанные с моделированием движения вихрей и построения линий тока, задаются на закладке «Расчет поля скоростей» (рис. 4.16). Они аналогичны параметрам для программ из предыдущих разделов.

На закладке «Расчет концентрации» (рис. 4.17) можно указать параметры для вычисления концентрации пыли, попадающей во всасывающее отверстие. К этим параметрам относятся:

- количество пылевых частиц, появляющихся в приточном отверстии в каждый расчетный момент;
- количество моментов поступления пылевых частиц;

- поведение свободных вихрей: свободные вихри могут двигаться либо оставаться неподвижными (это может потребоваться для увеличения скорости расчета);

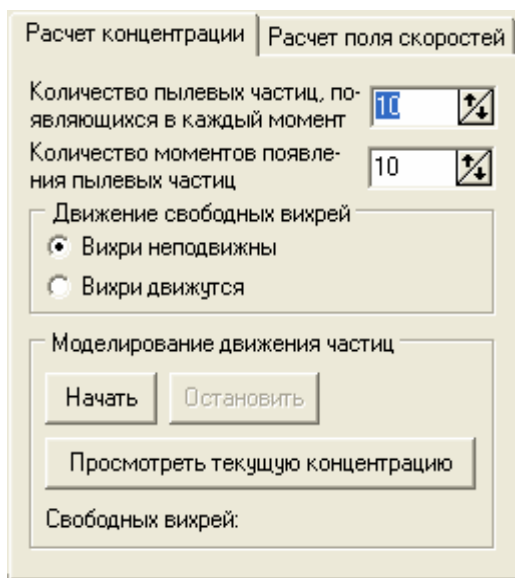


Рис. 4.17. Параметры расчета концентрации

На этой же закладке производится управление моделированием движения пылевых частиц (запуск и останов моделирования), а также осуществляется просмотр информации о результатах моделирования. При нажатии на кнопку «Просмотреть текущую концентрацию» моделирование временно приостанавливается и появляется окно с текущими результатами расчета выходной концентрации (рис. 4.20).

Конфигурацию области (рис. 4.18) можно задавать для двух схем аспирационного укрытия: традиционной и с вращающимся цилиндром-отсосом. На рисунке видно, что для каждой схемы можно задать все необходимые геометрические параметры, шаг дискретизации, скорость

воздуха в отсосе, а также указать, в каких местах будет происходить отрыв потока.

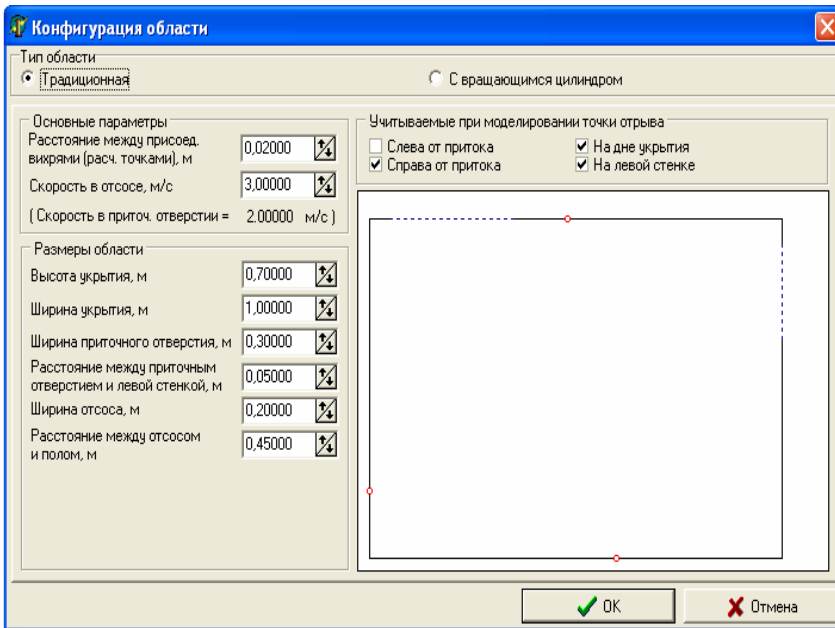


Рис. 4.18. Определение конфигурации области

Вихревую структуру и настроенную конфигурацию области можно сохранить в файл с возможностью последующей загрузки. Для этих целей служат пункты «Сохранить вихревую структуру» и «Загрузить вихревую структуру» в меню «Данные».

Характеристика состава пыли, поступающей из приточного отверстия, указывается в меню «Параметры» при выборе пункта меню «Характеристика пылевого состава». В появляющемся окне (рис. 4.19) можно указать параметры пылевых частиц: концентрацию, плотность, коэффициент динамической вязкости, коэффициент динамической формы, коэффициент восстановления при ударе, коэффициент трения скольжения. Здесь же задается дисперсный состав пыли по фракциям: количество фракций, границы и доли фракций.

Характеристика пылевого состава

Концентрация пыли в приточ. воздухе, кг/м³:

Плотность пылевых частиц, кг/м³:

Кэф. дин. вязкости воздуха, Па·с:

Кэф. динамической формы частицы:

Кэф. восстановления при ударе:

Кэф. трения скольжения:

Дисперсный состав пыли в приточном воздухе:

Количество фракций:

Доли частиц по фракциям:

№	Нижняя граница фракции, мкм	Верхняя граница фракции, мкм	Доля частиц
1	30,0	50,0	0,400
2	50,0	70,0	0,600

Рис. 4.19. Задание дисперсного состава и параметров пыли

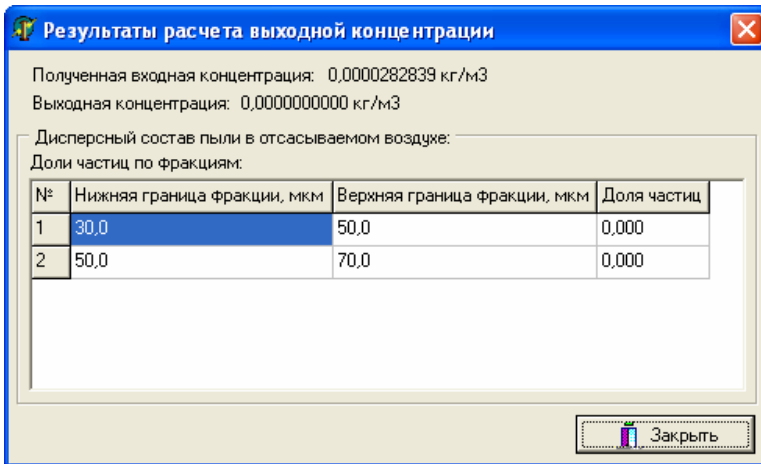


Рис. 4.20. Результаты расчета выходной концентрации и дисперсного состава пыли

4.7. Программный комплекс «Спектр» для расчета плоских потенциальных течений

Программа «Спектр» может работать в двух основных режимах: в режиме редактирования (рис. 4.21) и в режиме моделирования.

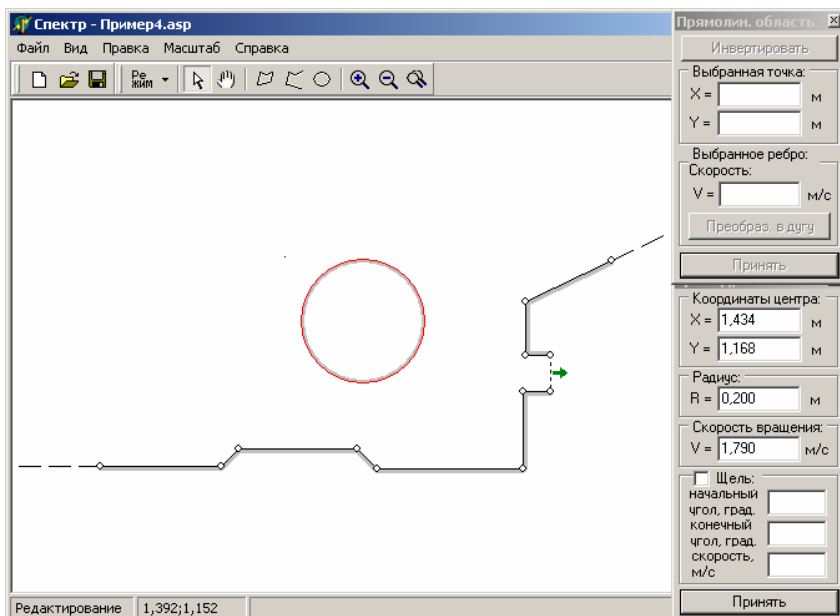


Рис. 4.21. Программа «Спектр» в режиме редактирования

Режим редактирования позволяет задать область течения и указать граничные условия (нормальную составляющую скорости воздуха). Процесс задания области течения является визуальным. В общем случае может быть задана многосвязная область с полубесконечными границами, состоящими из прямолинейных отрезков, лучей и окружностей.

Вся область течения строится из граничных линий (границ) трех типов:

1. *Замкнутая прямолинейная граница.* Представляет собой замкнутый многоугольник.
2. *Полубесконечная прямолинейная граница.* Представляет собой ломаную, концы которой являются лучами.

3. *Цилиндрическая граница.* Представляет собой окружность. Цилиндрическая граница может иметь щель, в этом случае она представляет собой дугу окружности, замкнутую хордой.

В процессе рисования границ программа отслеживает корректность задания области течения. То есть, например, программа не позволит нарисовать окружность, которая будет пересекать какую-либо граничную линию или другую окружность и т.п.

После того, как граница введена, возможно дальнейшее ее редактирование: изменение положения узловых точек, координат центра цилиндра, задание граничных условий и др.

У прямолинейных границ могут быть изменены координаты выбранной узловой точки и нормальная составляющая скорости воздуха у выбранного ребра. Прямолинейные границы могут быть инвертированы (при этом меняется внешняя сторона границы) или преобразованы в дугу.

У цилиндрических границ могут быть изменены координаты центра, радиус и скорость вращения цилиндра. Если цилиндр содержит щель, то указываются: начальный и конечный угол щели в градусах и нормальная составляющая скорости воздуха, текущего через щель.

Созданная в визуальном редакторе конфигурация области течения может быть сохранена в файл на диске и затем неоднократно использована в дальнейшем.

Режим моделирования предназначен для расчета скорости воздуха, построения линий тока и траекторий пылевых частиц.

До перехода в режим моделирования выполняется дискретизация границы области течения: граница области течения разбивается на ряд достаточно маленьких отрезков (граничных элементов).

В программе предусмотрено два способа дискретизации: 1) разбиение на одинаковые граничные элементы (равномерная дискретизация); 2) разбиение на неодинаковые граничные элементы (неравномерная дискретизация). При первом способе граница разбивается на граничные элементы одинаковой длины. При втором способе длина граничных элементов меньше у краев ребер и больше в середине ребра.

Для настройки дискретизации предусмотрены следующие параметры:

1. *Базовая длина граничного элемента.* При равномерной дискретизации задает длину всех граничных элементов. При неравномерной дискретизации задает начальную длину граничного элемента у края ребра. Длина каждого последующего граничного элемента будет вычисляться на основе базовой длины.
2. *Множитель для конечных ребер.* Данный множитель показывает, во сколько раз каждый последующий граничный элемент конечного ребра больше предыдущего. При равномерной дискретизации данный параметр недоступен.
3. *Множитель для бесконечных ребер.* Данный множитель показывает, во сколько раз каждый последующий граничный элемент бесконечного ребра (луча) больше предыдущего.
4. *Количество элементов для бесконечных ребер.* Указывает, на сколько граничных элементов разбивается каждое полубесконечное ребро границы.
5. *Длина граничного элемента для цилиндров.* Указывает длину граничного элемента для дискретизации цилиндрических границ. При любом способе дискретизации цилиндры разбиваются равномерно.

Существует режим отображения результатов выполнения дискретизации, когда границы области течения отрисовываются в виде чередующихся цветных отрезков. Каждый отрезок соответствует граничному элементу.

После того как автоматическая дискретизация с указанными параметрами осуществлена, возможно ручное увеличение количества граничных элементов на отдельных участках границы. В данном режиме пользователь с помощью курсора мыши задает прямоугольник, в котором будет удвоена дискретизация.

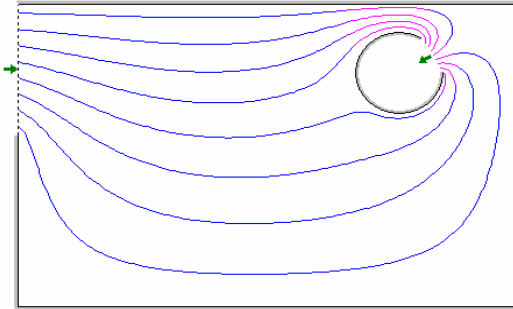
Общее количество граничных элементов отображается на панели статуса в нижней части главного окна программы. Количество граничных элементов непосредственно влияет на скорость

моделирования. Поэтому необходимо подобрать такой вариант дискретизации, чтобы количество граничных элементов было по возможности меньшим, и при этом точность вычисления скорости воздуха в заданных точках была приемлемой. Результаты дискретизации автоматически сохраняются в специальном файле.

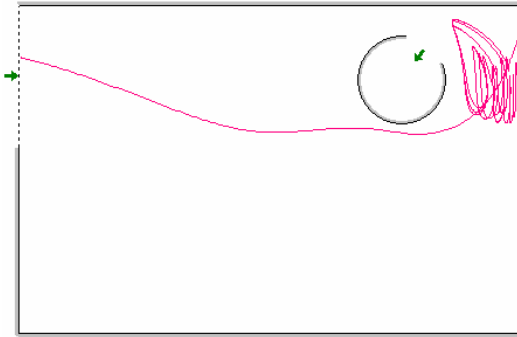
Для построения линий тока существует два варианта:

- автоматически с определенным шагом, формируя при этом картину течения;
- вручную, когда точка, из которой будет строиться линия тока, указывается пользователем.

При автоматическом построении указываются следующие параметры: интервал между линиями, шаг построения, длина линий тока. Длина линий тока указывается для полубесконечных областей. Кроме того, может быть задано направление построения линий тока: прямое (от заданного сечения к стоку) или обратное (от стока).



a)



б)

Рис. 4.22. Пример построения линий тока (а) и траектории пылевой частицы (б)

Программа предусматривает возможность расчета скорости воздуха в заданной точке области. Точка расчета может быть задана точно либо приблизительно с помощью курсора мыши.

При построении траектории пылевой частицы указываются следующие параметры:

1. *Начальные условия:* координаты точки вылета и начальная скорость частицы. Точка вылета отображается в рабочей области программы красным цветом.
2. *Характеристики частицы и среды:* диаметр частицы, коэффициент динамической формы частицы, плотность частицы и плотность среды, динамическая вязкость воздуха, коэффициент восстановления при ударе и коэффициент трения скольжения.
3. *Параметры построения траектории частицы:* шаг интегрирования и максимальное время моделирования.

При построении траектории отображается информация о числе Рейнольдса в начальный момент моделирования и указывается режим обтекания. Режим обтекания выбирается автоматически в зависимости от величины числа Рейнольдса.

Построение траектории пылевой частицы прекращается либо когда достигнуто максимальное время моделирования, либо когда частица попадает в отсос. Процесс моделирования может быть остановлен пользователем.

Результаты моделирования представляют собой линии тока или траектории пылевых частиц (пример показан на рис. 4.22). Они могут быть сохранены в отдельный файл и просмотрены в дальнейшем.

5. Лабораторные работы и расчетно-графические задания

Лабораторная работа №1.

Расчет вихревых течений на входе в щелевидные отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в щелевидные отсосы-раструбы при угле наклона раструбы 90° - 3° -номер варианта и длиной 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.3. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.3.

Лабораторная работа №2.

Расчет вихревых течений на входе в круглые отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в круглые отсосы-раструбы при угле наклона раструба 90° - 3° -номер варианта и длиной 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.4. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.4.

Расчетно-графическое задание №1. Расчет вихревых течений на входе в экранированные отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в экранированные отсосы-раструбы при угле наклона раструба 90° - 3° -номер варианта, длиной 0,2; 0,3 и скоростями приточной струи 0, 2, 4, 8, 16 м/с. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.5. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.6.

Расчетно-графическое задание №2. Расчет вихревых течений на входе в отсосы-раструбы при механическом и аэродинамическом их экранировании

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в аэродинамически и механически экранированные отсосы-раструбы при угле наклона раструба 30° , длиной 0,2; полудлиной плоскости 0,8; абсциссой расположения плоскости -0,2-0,05-номер варианта, скоростью приточного воздуха 2,4,8,16 м/с. Все остальные кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.5. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.6.

Расчетно-графическое задание №3.

Исследование динамики пылевого облака в аспирационном укрытии

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет динамики пылевого облака в аспирационном укрытии с вращающимся цилиндром-отсосом со скоростями 1,4,8,20 м/с и центром цилиндра-отсоса с координатами (0,7; 0,5-0,005·номер варианта). Все остальные кинематические и геометрические параметры использовать такие же, как в п.3.3.1. Сравнить полученный дисперсный состав и концентрацию пылевой аэрозоли с результатами расчета для аспирационного укрытия без цилиндра-отсоса.

Правила работы с программой изложены в п. 4.6. Методические указания с примером расчета изложены в п. 3.3.

6. Тестовый контроль знаний

1. Метод электрогидродинамической аналогии является:

- а) эмпирическим методом;
- б) аналитическим методом;
- в) полуэмпирическим методом;
- г) численным методом.

2. К аналитическим методам относят:

- а) метод наложения потоков;
- б) метод электрогидродинамической аналогии;
- в) метод вихревой или магнитной аналогии;
- г) метод дискретных вихрей.

3. Величина скорости для точечного стока вычисляется по формуле:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вп}} G_n(x, r)$.

4. Величина скорости для линейного стока вычисляется по формуле:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi)q(\xi)dS(\xi) + 2\pi Rv_{\text{вр}}G_n(x, r)$.

5. Метод наложения потоков выражается формулой:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi)q(\xi)dS(\xi) + 2\pi Rv_{\text{вр}}G_n(x, r)$.

6. Метод конформных отображений позволяет рассчитывать:

а) нестационарные течения;

б) турбулентные течения;

в) вязкие течения;

г) потенциальные течения

7. Метод конформных отображение не применим для:

а) для трехмерных потенциальных течений;

б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;

в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;

г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях.

8. Метод Н.Е.Жуковского позволяет рассчитывать:

а) нестационарные течения;

б) турбулентные течения;

в) отрывные течения;

г) потенциальные течения.

9. Метод Н.Е.Жуковского не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях.

10. Метод Н.Е.Жуковского можно отнести к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

11. Конечно-разностные методы расчета относятся к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

12. Метод вихревой или магнитной аналогии относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

13. Метод граничных интегральных уравнений относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

14. Метод дискретных вихрей относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;

- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

15. Метод граничных интегральных уравнений позволяет рассчитывать:

- а) нестационарные течения;
- б) турбулентные течения;
- в) вязкие течения;
- г) потенциальные течения.

16. Метод дискретных вихрей позволяет рассчитывать:

- а) нестационарные течения;
- б) турбулентные течения;
- в) вязкие течения;
- г) потенциальные течения;
- д) вихревые течения.

17. Метод дискретных вихрей не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях;
- д) для вязких течений.

18. Метод граничных интегральных уравнений не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для вихревых нестационарных течений;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях;
- д) для вязких течений.

19. Для учета вращения цилиндра в центр его необходимо поместить:

- а) источник;
- б) сток;
- в) вихревой шнур;
- г) диполь.

20. Для учета разреза на нем необходимо непрерывным образом разместить:

- а) источники;
- б) стоки;
- в) вихревой шнур;
- г) диполи.

21. Скорость воздуха в точке $x(x_1, x_2, x_3)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$, вызываемая действием источников (стоков) $q(\xi)$ и вихревого шнура определяется соотношением:

$$\text{а) } \frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{n};$$

$$\text{б) } v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r);$$

$$\text{в) } v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3);$$

$$\text{г) } v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r).$$

22. Величина скорости воздуха $\vec{v}_n(x)$ в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, вызываемая действием линейного вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$, определяется по следующей формуле:

$$\text{а) } v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3);$$

$$\text{б) } \vec{v}_n(x) = \Gamma(\xi) G(x, \xi), \quad G(x, \xi) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{в) } v_n(x) = \int_S \Gamma(\xi) G(x, \xi) dS(\xi);$$

$$\text{г) } v_n(x_0) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0, \xi^k) dS(\xi^k).$$

23. Составляющие скорости \vec{v} в точке $x(x_1, x_2)$, вызываемые действием в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ вихря определяются из выражений:

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

24. Новые положения свободных вихрей, вычисляемые по формулам:

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

25. Для нахождения составляющих скорости каждого свободного вихря используется формула;

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

26. скорость воздуха в p -й расчетной точке вдоль внешней нормали $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определится из равенства:

$$\text{a) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

27. Условие неизменности циркуляции имеет вид:

$$\text{a) } \sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0 ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

28. Скорость в т. M , вызываемая бесконечно малым вихревым элементом dS определяется согласно закону Био-Савара:

$$\text{a) } d\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{e}_S \times \vec{l}}{l^3} dS ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

29. Выражение для скорости в т. (x_1, x_2) , индуцируемой бесконечно тонким кольцевым вихрем в т. (ξ_1, ξ_2) с циркуляцией $\Gamma(\xi)$, имеет вид:

$$\text{a) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta} d\theta;$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

30. В случае приближения двух плоских вихрей на расстояние меньшее шага дискретности их взаимное влияние определяется по формуле:

$$\text{a) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx};$$

$$\text{б) } v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky};$$

$$\text{в) } \frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2};$$

$$\text{г) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r).$$

31. В случае приближения двух бесконечно кольцевых вихрей на расстояние меньшее шага дискретности их взаимное влияние определяется по формуле:

$$\text{a) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx};$$

$$\text{б) } v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky};$$

$$\text{в) } \frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2};$$

$$\text{г) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r);$$

д) полагается равным нулю.

32. Продольные и поперечные пульсации скорости определяются по формулам:

$$\text{а) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2^2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta} d\theta;$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

33. Среднеквадратичные продольные и поперечные пульсации скорости определяются из формул:

$$\text{а) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2^2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } (\langle v_x'^2 \rangle)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{kx})^2 \right]^{1/2}, \quad (\langle v_y'^2 \rangle)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{ky})^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

34. Средняя продольная составляющая скорости вычисляется следующим образом:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v_x' = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v_y' = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

35. В дискретной форме осредненная по времени скорость (ее продольная составляющая) вычисляется следующим образом:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^{m+M} u_x(t_i);$$

36. Для расчета очертания первой вихревой области длинных отсосов-раструбов используется формула:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{(x+c)^2}{m^2} + \frac{(y-r)^2}{n^2} = 1, & -b \leq x \leq 0, \quad r \leq y \leq a, \\ x = -\frac{b}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi y}{r} \right), & 0 \leq y \leq r, \end{cases};$$

$$\text{г) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta}.$$

37. Эффективность местного отсоса можно повысить;

- а) путем его аэродинамического экранирования;
- в) путем профилирования входных кромок;
- г) путем механического экранирования;
- д) увеличения толщины стенок.

38. Траектория пылевой частицы строится на основании интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения движения:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \bar{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p.$$

39. Коэффициент сопротивления среды может быть вычислен по формулам:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \bar{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p;$$

$$\text{Д) } \psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases}$$

40. При столкновении частицы с твердой стенкой тангенциальная и нормальная скорости вычисляются по формулам:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_9^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_u + \rho_1 \frac{\pi d_9^3}{6} \bar{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p;$$

$$\text{Д) } \psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases}$$

41. При снабжении аспирационного укрытия вращающимся цилиндром-отсосом максимальный диаметр пылевой частицы, улавливаемой в аспирационную сеть:

а) возрастает с увеличением скорости вращения;

б) уменьшается с увеличением скорости вращения;

в) не изменяется.

42. При снабжении аспирационного укрытия вращающимся цилиндром-отсосом для снижения максимального диаметра пылевой частицы, улавливаемой в аспирационную сеть:

- а) благоприятен случай вращения цилиндра против часовой стрелки;
 б) благоприятен случай вращения цилиндра по часовой стрелки;
 в) благоприятен случай неподвижного цилиндра.

43. Регуляризирующая переменная Лифанова вводится для:

- а) замкнутых областей;
 б) разомкнутых областей;
 в) расчета открытых местных отсосов;
 г) закрытых местных отсосов.

44. В момент времени $t = \tau \Delta t$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$а) \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases} \quad (\text{правильно})$$

$$б) \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$в) v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$г) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

45. Устремляя x к граничной точке x_0^p вдоль направления внешней нормали получим дискретный аналог граничного интегрального

уравнения для определения неизвестных интенсивностей источников (стоков) $q(\xi^i)$ и циркуляций $\Gamma(\xi^k)$:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\text{г) } v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

46. В момент времени $t=0$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\Gamma) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

47. Интегрируя действия всех источников (стоков), суммируя влияния присоединенных вихрей (расположенных на границе S_0) и вихрей расположенных в центрах цилиндров получим следующее выражение для определения скорости течения $v_n(x)$ в произвольной внутренней точке области $x(x_1, x_2)$ вдоль заданного единичного вектора $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\Gamma) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

48. С увеличением скорости вращения цилиндра-отсоса в любом направлении концентрация:

а) увеличивается;

б) уменьшается;

в) не изменяется;

г) уменьшается, а затем возрастает.

49. При конструировании аспирационных укрытий с функцией пылеосадительной камеры предлагается:

- а) использовать вращающийся против часовой стрелки цилиндр-отсос;
- б) использовать вращающийся по часовой стрелки цилиндр-отсос;
- в) радиус цилиндра и ширину всасывающей щели следует выбирать как можно меньшими, но так, чтобы скорость воздуха в щели не превышала 20 м/с;
- г) не использовать вращающийся цилиндр-отсос.

50. Масса пыли, поступившей в рассматриваемую область за время Δt :

а) $C_{\Delta t} = km_{cp} = C_{v_n} a \Delta t$;

б) $\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C_{v_n} a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ik} + d_{is}) (d_{ik}^2 + d_{is}^2)$;

в) $C_o = \frac{m_o}{V}$;

г) $C_r = m_r / V$.

51. Средняя масса пылевой частицы, в соответствии с функцией распределения P :

а) $C_{\Delta t} = km_{cp} = C_{v_n} a \Delta t$;

б) $\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C_{v_n} a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ik} + d_{is}) (d_{ik}^2 + d_{is}^2)$;

в) $C_o = \frac{m_o}{V}$;

г) $C_r = m_r / V$;

д) $m_{cp} = \sum_{i=1}^n \int_{d_{in}}^{d_{ig}} \frac{\pi x^3 l_i}{6(d_{ig} - d_{in})} \rho dx = \frac{\pi \rho}{24} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ig} + d_{in}) (d_{ig}^2 + d_{in}^2)$.

52. Функция выражающая влияние единичного источника на заданную точку имеет вид:

а) $G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$;

б) $F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}$;

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

$$г) \Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i.$$

53. Функция выражающая влияние единичного вихря на заданную точку имеет вид:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]};$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

$$г) \Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i.$$

54. Влияние источника самого на себя определяется выражением:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

г) равно нулю.

55. Влияние стока самого на себя определяется выражением:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

г) равно нулю.

56. Частицы пыли, приблизившись к цилиндру-отсосу:

а) могут улавливаться;

- б) могут двигаться вблизи него по замкнутой траектории;
- в) может столкнуться с другой частицей и, изменив траекторию, попасть в отсос;
- г) может скоагулировать с другой и осядет на дно аспирационного укрытия.

57. Дисперсный состав пылевых частиц необходимо знать для:

- а) выбора вентилятора;
- б) выбора пылеулавливающего аппарата;
- в) местного вытяжного устройства;
- г) сечения аспирационных каналов.

58. Концентрацию пылевых частиц необходимо знать для:

- а) выбора вентилятора;
- б) выбора пылеулавливающего аппарата;
- в) местного вытяжного устройства;
- г) сечения аспирационных каналов.

59. Точка отрыва потока от гладкой поверхности у всасывающего отверстия над прямым двухгранным углом:

- а) находится в углу;
- б) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками тангенциальной составляющей скорости;
- в) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками нормальной составляющей скорости;
- г) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками окружной составляющей скорости.

60. Точка отрыва потока от гладкой поверхности у всасывающего отверстия над прямым двухгранным углом:

- а) является фиксированной;
- б) с течением времени меняет свое положение, затем ее положение стабилизируется;
- в) все время меняет свое положение;
- г) скачет.

61. Главное окно программы расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом позволяет:

- а) параметры движения вихрей;
- б) максимальное время моделирования;
- в) управлять моделированием движения свободных вихрей;
- г) учитывать вращающийся цилиндр-отсос.

62. Параметры расчета координат точки отрыва S задаются при выборе пункта меню:

- а) параметры точки отрыва;
- в) конфигурация области;
- г) график пульсаций;
- д) кинематические параметры.

63. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба:

- а) позволяет строить линии тока;
- б) следить за развитием вихревой структуры во времени;
- в) изменять угол наклона раструба;
- г) определять параметры вихревых областей.

64. Программа расчета течения у аэродинамически и механически экранированного отсоса-раструба:

- а) позволяет строить линии тока;
- б) следить за развитием вихревой структуры во времени;
- в) изменять угол наклона раструба;
- г) определять параметры вихревых областей.

65. Первая вихревая область на входе в круглый отсос-раструб:

- а) больше чем вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб;
- б) меньше чем вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб ;
- в) такая же как и вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб.

66. Параметры для вычисления концентрации пыли в программе расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии:

- а) количество пылевых частиц, появляющихся в приточном отверстии в каждый расчетный момент;
- б) количество моментов поступления пылевых частиц;
- в) дисперсный состав пыли;

г) начальная скорость вылета пылевых частиц.

67. Пункта меню «Характеристика пылевого состава» позволяет задать:

- а) концентрацию;
- б) плотность;
- в) коэффициент динамической вязкости;
- г) коэффициент трения скольжения;
- д) начальную скорость вылета пылевых частиц.

68. Режим редактирования в программе «Спектр» позволяет:

- а) задать область течения;
- б) указать граничные условия;
- в) начальную скорость вылета пылевых частиц;
- г) дисперсный состав пыли;

69. Режим моделирования в программе «Спектр» предназначен:

- а) для расчета скорости воздуха;
- б) для построения линий тока;
- в) для построения траекторий одиночных пылевых частиц;
- г) для построения динамики пылевого облака.

70. Программа «Спектр» позволяет:

- а) рассчитывать вихревые нестационарные течения;
- б) рассчитывать потенциальные течения;
- в) исследовать поведение пылевого облака;
- г) исследовать поведение одиночных пылевых частиц.

4. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММ РАСЧЕТА

4.1. Программа расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом

Главное окно программы показано на рис. 4.1. Здесь приведен пример вихревой структуры и линий тока. Вихри отображаются красными точками, линии тока имеют синий цвет.

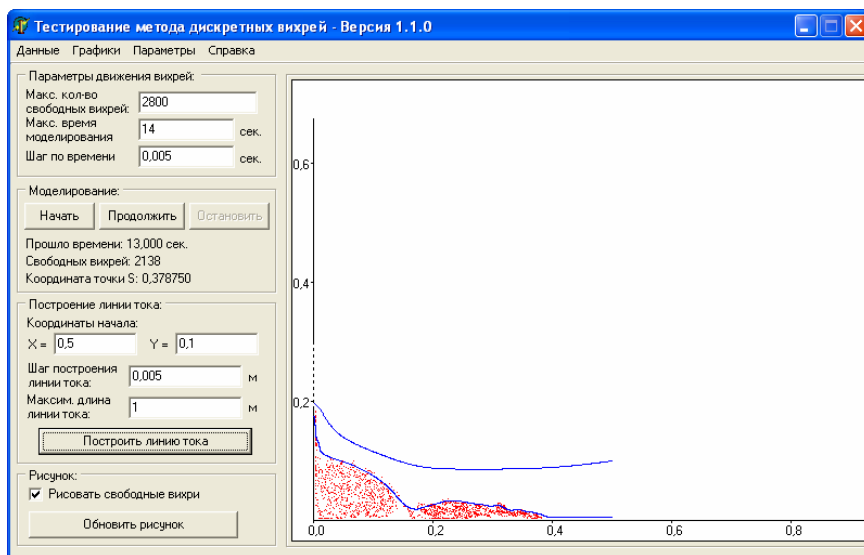


Рис. 4.1. Главное окно программы

Главное окно позволяет задать параметры движения вихрей: максимальное количество свободных вихрей, максимальное время моделирования, шаг по времени.

Здесь же можно управлять моделированием движения свободных вихрей. Имеются кнопки для запуска моделирования (кнопка «Начать»), его остановки (кнопка «Остановить») и продолжения (кнопка «Продолжить»).

Для отслеживания процесса моделирования отображаются: текущее модельное время, текущее количество свободных вихрей, текущая координата точки отрыва S .

Можно строить линии тока, задавая координаты начала, шаг построения и максимальную длину линии тока.

Все параметры моделирования на текущий момент времени (вихревую структуру, шаг по времени и т.п.) можно сохранить в файл. Для этого в меню «Данные» имеется кнопка «Сохранить». Сохраненные данные можно загрузить (пункт «Загрузить» в меню «Данные») для дальнейшего моделирования.

Можно задавать дополнительные параметры расчета в меню «Параметры». Геометрические параметры задаются выбором пункта меню «Конфигурация области». При этом появляется окно, показанное на рис. 4.2. Как видно, здесь можно задать шаг дискретизации, длины отрезков, составляющих область, и скорость воздуха в отсеке.

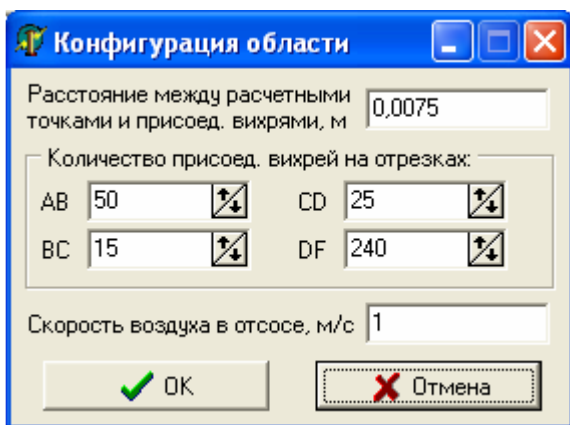
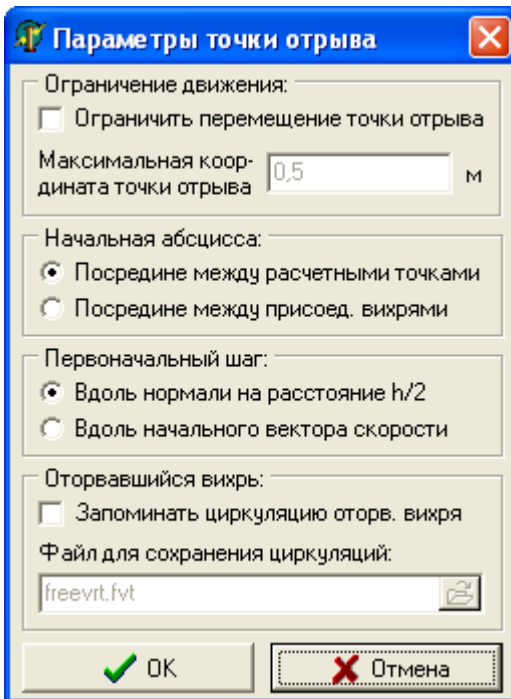


Рис. 4.2. Определение конфигурации области

Параметры расчета координат точки отрыва S задаются при выборе пункта меню «Параметры точки отрыва» (рис. 4.3). В данной программе поведение точки отрыва исследовалось, поэтому предлагался достаточно большой набор параметров. Перемещение точки отрыва можно было ограничить максимальной абсциссой. Абсциссу точки отрыва можно было брать посередине между двумя соседними вихрями или соседними расчетными точками. Каждый новый свободный вихрь можно было помещать на расстоянии $h/2$ от точки отрыва вдоль нормали к границе, либо вдоль вектора скорости в точке отрыва.

*Рис. 4.3.* Параметры расчета точки отрыва

Изменение циркуляции оторвавшегося вихря во времени можно было сохранять в файле для последующего просмотра в виде графика. График просматривается при выборе пункта «Оторвавшийся вихрь» в меню «Графики» (рис. 4.4).

Можно рассчитывать продольные и поперечные пульсации скорости в заданных точках. Параметры расчета пульсаций задаются в меню «Параметры» при выборе пункта меню «Пульсации». В появившемся окне (рис. 4.5) можно задать набор точек, в которых будет выполняться расчет, и указать файл, в который будет сохраняться изменение скоростей во времени.

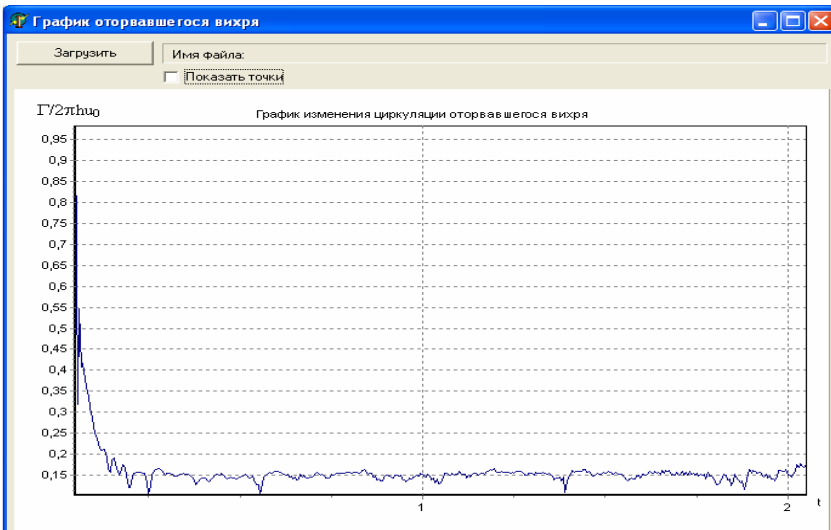


Рис. 4.4. График изменения циркуляции оторвавшегося вихря

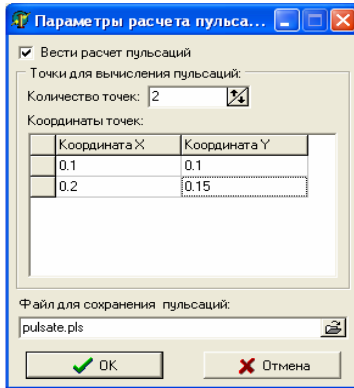


Рис. 4.5. Параметры расчета пульсаций скорости

Сохраненные в файл пульсации можно просматривать на графике (меню «Графики», пункт меню «Пульсации»). Пример показан на рис. 4.6. График просматривается отдельно для каждой точки, в которой производился расчет. Также вычисляются средние значения продольной и поперечной составляющей скорости и среднеквадратичные значения продольной и поперечной пульсаций.

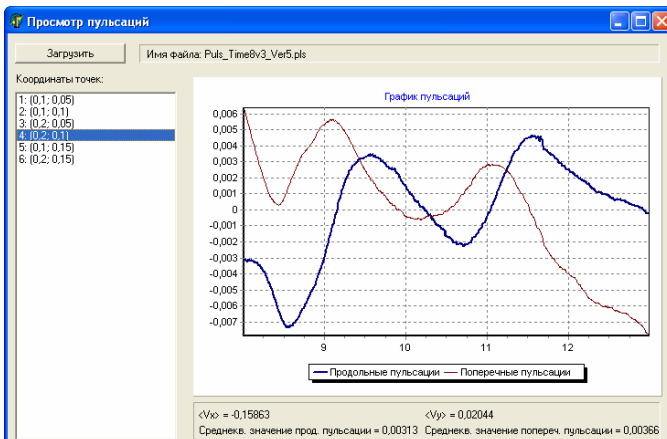


Рис. 4.6. Просмотр графиков пульсаций скорости

4.2. Программа расчета течения у щелевидного отсоса в пространстве

Главное окно программы показано на рис. 4.7. Оно аналогично главному окну программы, описанной в разделе 4.1.

Для свободных вихрей задавался дополнительно способ их движения: параллельно, последовательно и симметрично. Способ движения определяет алгоритм, по которому будут двигаться вихри: с сохранением симметрии или без сохранения. Сохранить симметрию не удастся из-за погрешности вычислений, если моделировать движение верхней и нижней вихревой структуры. При симметричном способе моделируется только верхняя структура, а нижняя просто симметрично отображается.

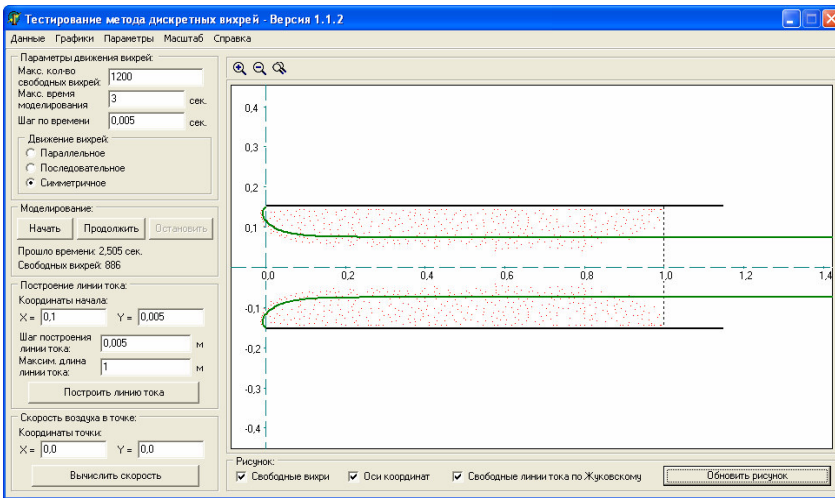


Рис. 4.7. Главное окно программы

Кроме линий тока (см. п. 4.1), можно также вычислять скорость воздуха в заданной точке.

Также расширены графические возможности программы по сравнению с программой из п. 4.1. Можно масштабировать изображение и отображать оси координат. Для контроля расчета можно отображать линии отрыва, построенные аналитически по методу Жуковского (отображаются зеленым цветом).

Окно для задания геометрических параметров показано на рис. 4.8. Здесь задается шаг дискретизации, количество расчетных точек, полуширина отсоса, абсцисса всасывающего отрезка и скорость воздуха в отсосе.

Остальные возможности аналогичны программе из п. 4.1: имеются возможности сохранения параметров расчета, вычисления пульсаций скорости и изменения циркуляции срывающихся вихрей.

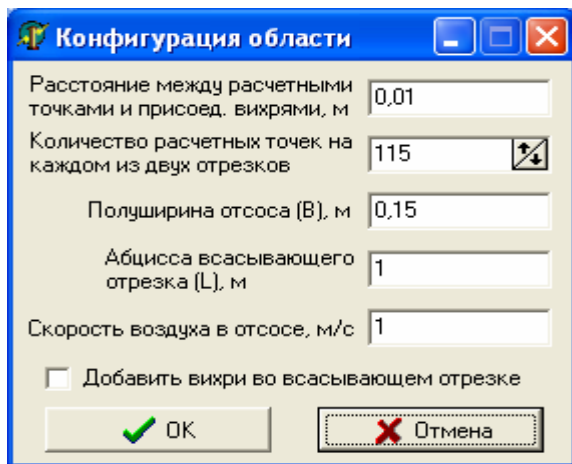


Рис. 4.8. Определение конфигурации области

4.3. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны программе, описанной в предыдущем разделе, за исключением того, что геометрия области другая (рис. 4.9).

Добавлена возможность расчета параметров вихревых областей, возникающих на входе в отсосы-раструбы. При выборе в меню «Информация» пункта «Параметры вихревой области» появляется окно, показанное на рис. 4.10. В нем отображается верхняя половина области с вихревой структурой течения.

Задача состояла в том, чтобы определить геометрические параметры очертаний вихревых зон: 1) «длину» первой вихревой области a ; 2) «ширину» первой вихревой области b ; 3) ширину эффективного всасывания $B_{эф}$; 4) максимальную ширину второй вихревой области d_{max} ; 5) абсциссу l_{max} соответствующую максимальной ширине, и др.

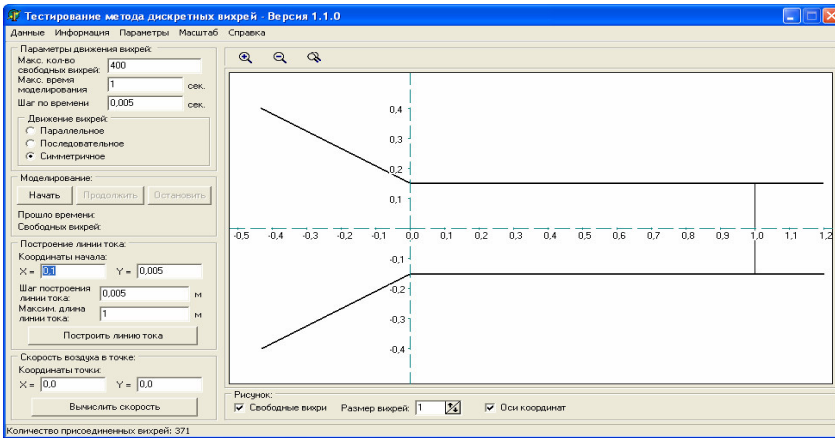


Рис. 4.9. Программа для расчета щелевидного отсоса-раструба

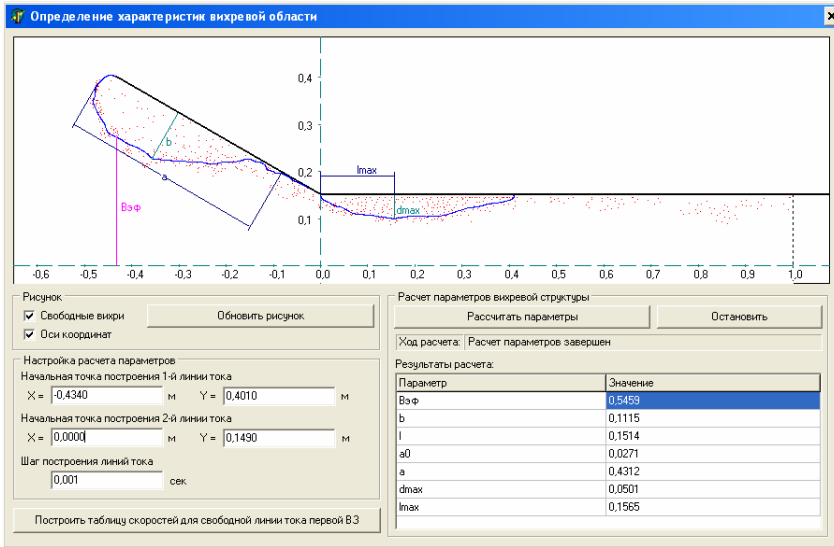


Рис. 4.10. Определение характеристик вихревых областей

Расчет параметров выполняется при нажатии кнопки «Расчитать параметры» и производится путем построения двух линий тока, начинающихся в местах схода свободных вихрей. Координаты начала построения линий тока можно корректировать (см. рис. 4.10), а также задавать шаг построения.

В ходе построения вычисляются необходимые параметры, после чего они отображаются графически на области течения, а также в таблице с результатами.

Кроме того, можно получить информацию о скорости на свободной линии тока в первой вихревой области. Для этого необходимо нажать кнопку «Построить таблицу скоростей для свободной линии тока первой ВЗ». При этом появится окно, показанное на рис. 4.11. В нем можно увидеть графики и таблицы изменения скорости в зависимости от криволинейной координаты на линии тока.

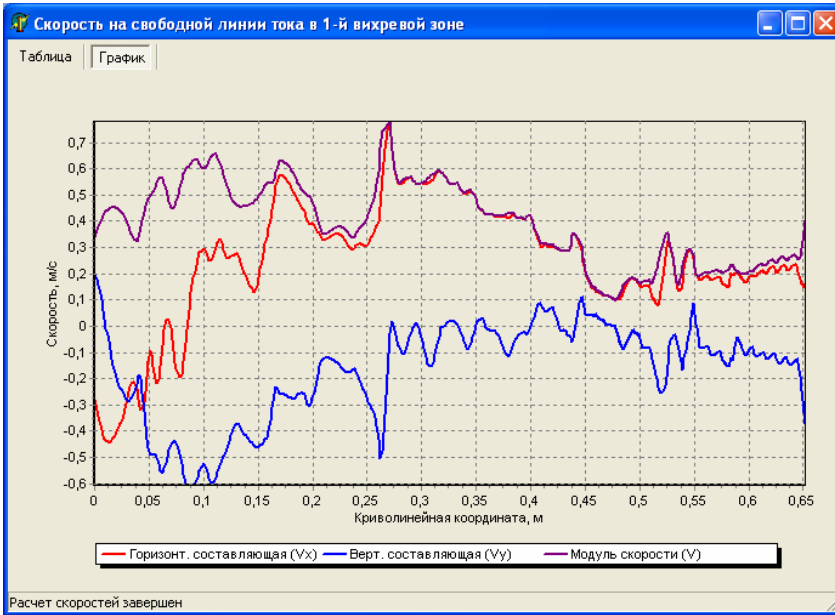


Рис. 4.11. Скорость на свободной линии тока в первой вихревой области

На основе методических исследований, проведенных по данной программе, была получена формула (2.26) для очертаний первой вихревой области.

4.4. Программа расчета течения у круглого отсоса-раструба

Основные возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Главное окно представлено на рис. 4.12. Отображается только верхняя часть области, поскольку течение для круглого раструба является осесимметричным. Соответственно алгоритм расчета модифицирован с учетом изменений в модели для осесимметричных течений.

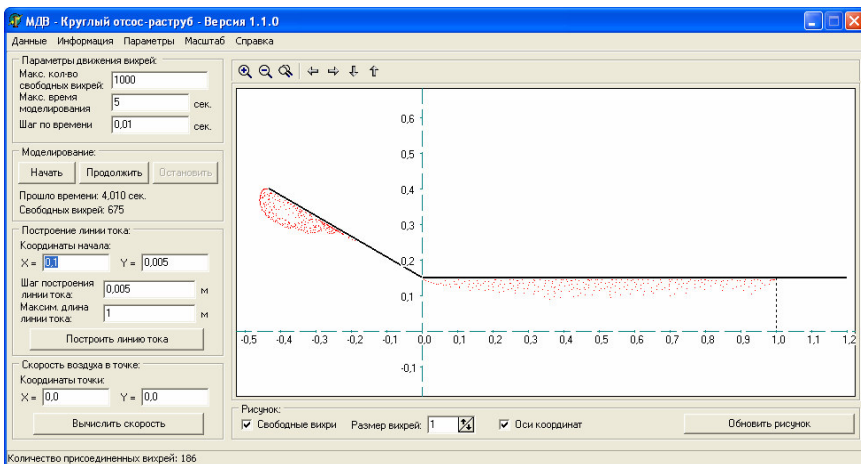


Рис. 4.12. Программа расчета круглого отсоса-раструба

Геометрические параметры, задававшие конфигурацию области, показаны на рис. 4.13. Это шаг дискретизации, полуширина всасывающего канала, абсцисса всасывающего отрезка, длина всасывающего канала, длина раструба (козырька), угол наклона раструба, скорость воздуха в отсосе.

Возможно проводить моделирование при нулевом угле наклона раструба. В этом случае получается круглый отсос-канал.

Для уменьшения количества свободных вихрей и соответственно повышения скорости расчета для каждой из двух имеющихся точек отрыва (верхней и нижней) можно было указывать, через какое количество шагов моделирования с них срываются вихри (рис. 4.14).

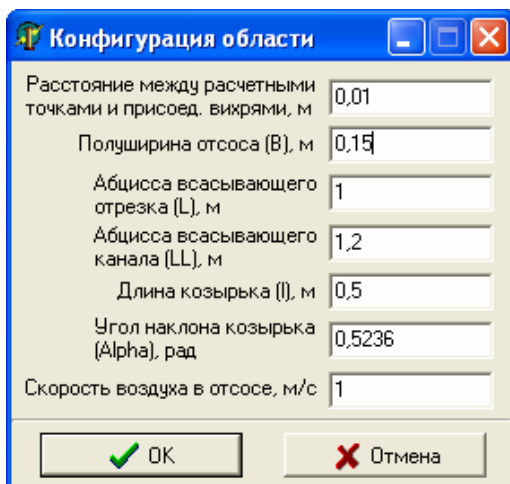


Рис. 4.13. Конфигурация области течения

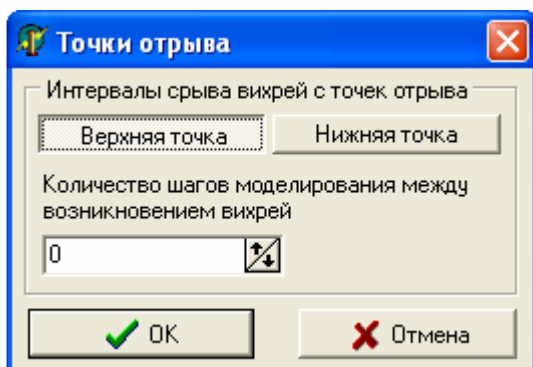


Рис. 4.14. Параметры схода вихрей с точек отрыва

4.7. Программа расчета течения у механически и аэродинамически экранированного круглого отсоса-раструба

Главное окно программы показано на рис. 4.15. На нем изображается верхняя половина круглого отсоса-раструба, с конца которого истекает приточная струя. Отсос располагается вблизи непроницаемой плоскости.

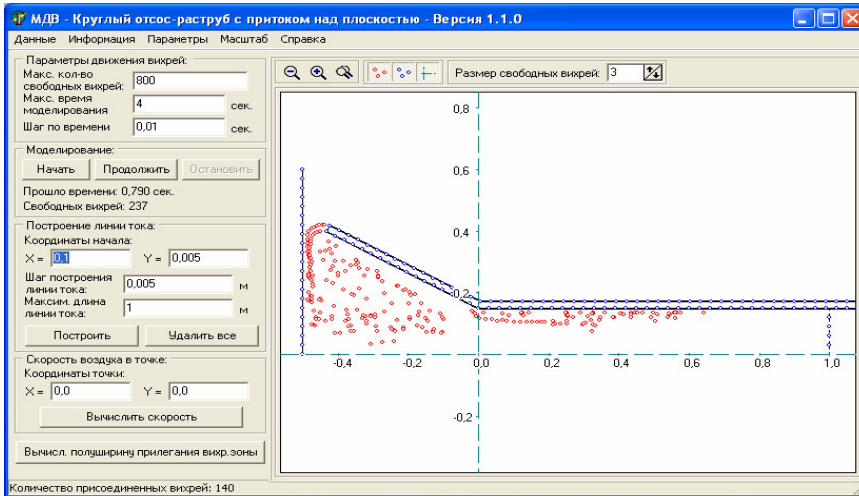


Рис. 4.15. Главное окно программы

Возможности программы аналогичны описанным ранее программам. Параметры, задающие конфигурацию области, дополнительно включают: скорость приточного воздуха; толщину стенок; полудлину и абсциссу непроницаемой плоскости.

4.8. Программа расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии

Главное окно программы можно видеть на рис. 4.16. На нем изображены свободные вихри и линии тока в определенный момент

времени, т.е. программа, помимо основного назначения (расчета концентрации пыли), позволяет исследовать аэродинамику течения.

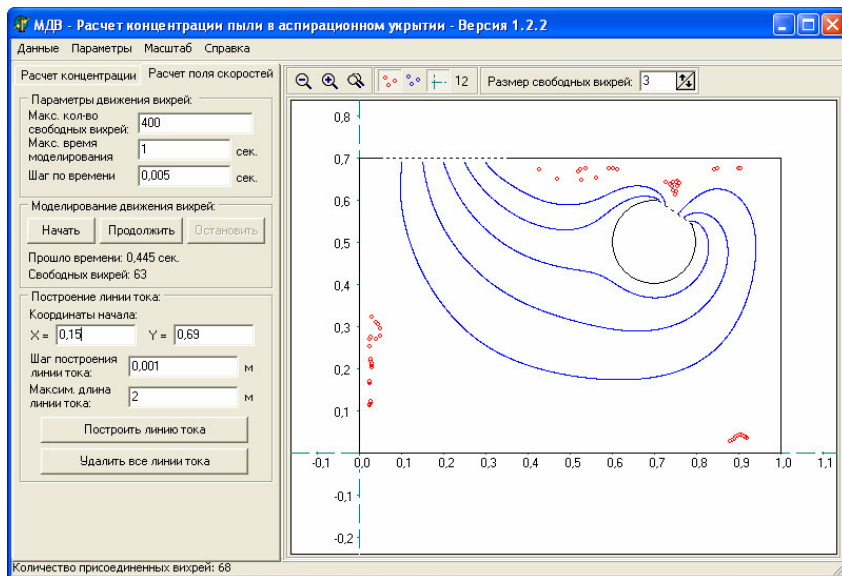


Рис. 4.16. Программа расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии

Параметры, связанные с моделированием движения вихрей и построения линий тока, задаются на закладке «Расчет поля скоростей» (рис. 4.16). Они аналогичны параметрам для программ из предыдущих разделов.

На закладке «Расчет концентрации» (рис. 4.17) можно указать параметры для вычисления концентрации пыли, попадающей во всасывающее отверстие. К этим параметрам относятся:

- количество пылевых частиц, появляющихся в приточном отверстии в каждый расчетный момент;
- количество моментов поступления пылевых частиц;

- поведение свободных вихрей: свободные вихри могут двигаться либо оставаться неподвижными (это может потребоваться для увеличения скорости расчета);

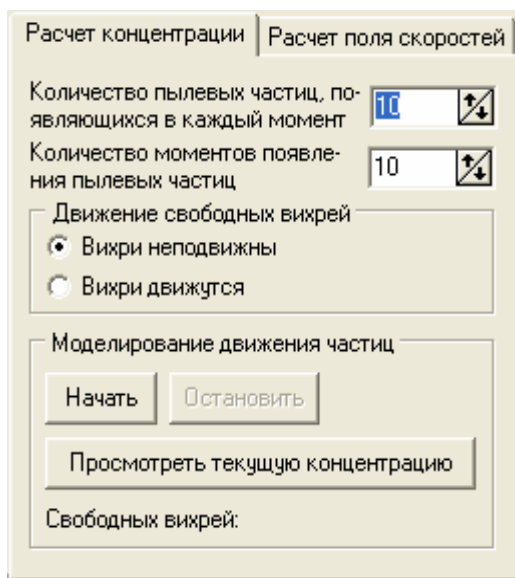


Рис. 4.17. Параметры расчета концентрации

На этой же закладке производится управление моделированием движения пылевых частиц (запуск и останов моделирования), а также осуществляется просмотр информации о результатах моделирования. При нажатии на кнопку «Просмотреть текущую концентрацию» моделирование временно приостанавливается и появляется окно с текущими результатами расчета выходной концентрации (рис. 4.20).

Конфигурацию области (рис. 4.18) можно задавать для двух схем аспирационного укрытия: традиционной и с вращающимся цилиндром-отсосом. На рисунке видно, что для каждой схемы можно задать все необходимые геометрические параметры, шаг дискретизации, скорость

воздуха в отсосе, а также указать, в каких местах будет происходить отрыв потока.

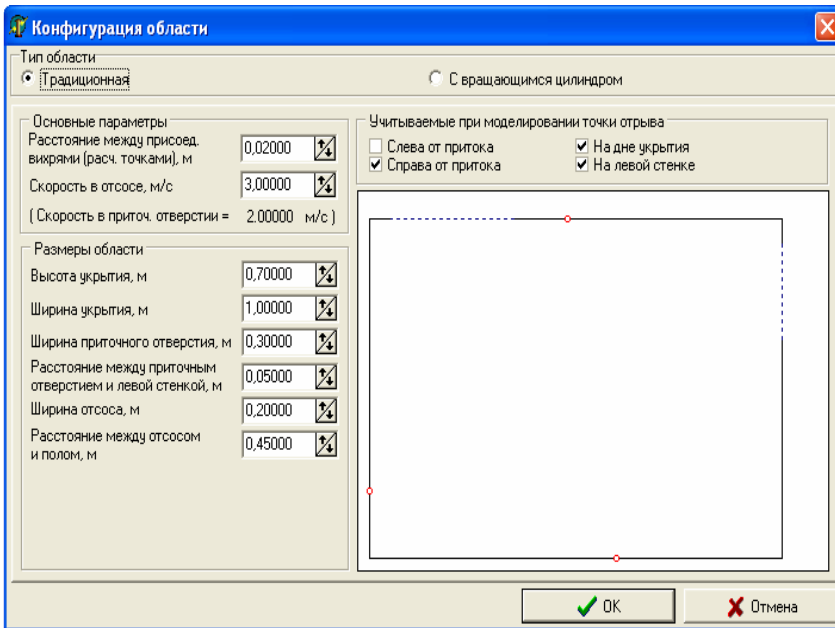


Рис. 4.18. Определение конфигурации области

Вихревую структуру и настроенную конфигурацию области можно сохранить в файл с возможностью последующей загрузки. Для этих целей служат пункты «Сохранить вихревую структуру» и «Загрузить вихревую структуру» в меню «Данные».

Характеристика состава пыли, поступающей из приточного отверстия, указывается в меню «Параметры» при выборе пункта меню «Характеристика пылевого состава». В появляющемся окне (рис. 4.19) можно указать параметры пылевых частиц: концентрацию, плотность, коэффициент динамической вязкости, коэффициент динамической формы, коэффициент восстановления при ударе, коэффициент трения скольжения. Здесь же задается дисперсный состав пыли по фракциям: количество фракций, границы и доли фракций.

Характеристика пылевого состава

Концентрация пыли в приточ. воздухе, кг/м³:

Плотность пылевых частиц, кг/м³:

Козф. дин. вязкости воздуха, Па·с:

Козф. динамической формы частицы:

Козф. восстановления при ударе:

Козф. трения скольжения:

Дисперсный состав пыли в приточном воздухе:

Количество фракций:

Доли частиц по фракциям:

№	Нижняя граница фракции, мкм	Верхняя граница фракции, мкм	Доля частиц
1	30,0	50,0	0,400
2	50,0	70,0	0,600

Рис. 4.19. Задание дисперсного состава и параметров пыли

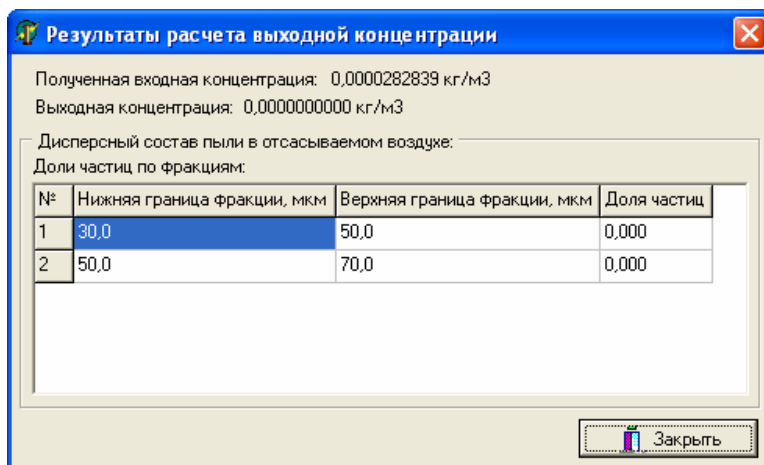


Рис. 4.20. Результаты расчета выходной концентрации и дисперсного состава пыли

4.7. Программный комплекс «Спектр» для расчета плоских потенциальных течений

Программа «Спектр» может работать в двух основных режимах: в режиме редактирования (рис. 4.21) и в режиме моделирования.

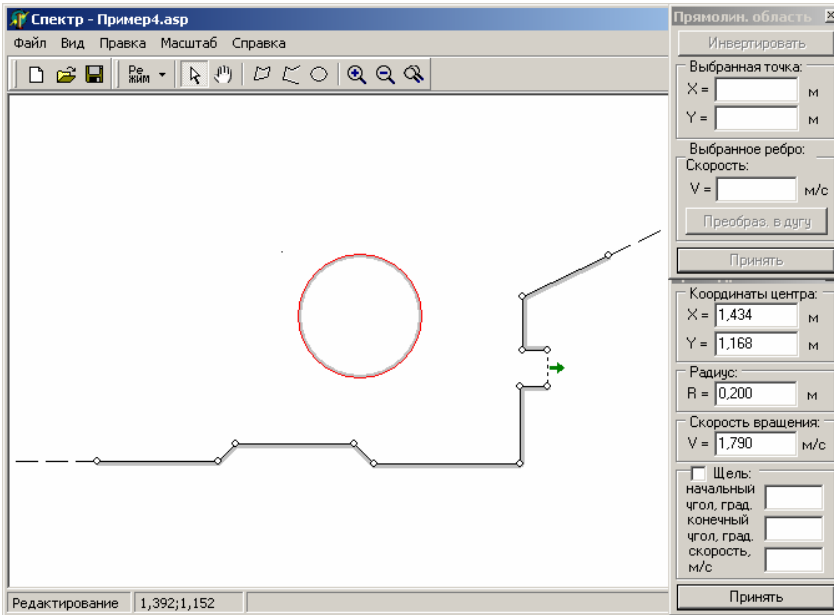


Рис. 4.21. Программа «Спектр» в режиме редактирования

Режим редактирования позволяет задать область течения и указать граничные условия (нормальную составляющую скорости воздуха). Процесс задания области течения является визуальным. В общем случае может быть задана многосвязная область с полубесконечными границами, состоящими из прямолинейных отрезков, лучей и окружностей.

Вся область течения строится из граничных линий (границ) трех типов:

4. *Замкнутая прямолинейная граница.* Представляет собой замкнутый многоугольник.
5. *Полубесконечная прямолинейная граница.* Представляет собой ломаную, концы которой являются лучами.

6. *Цилиндрическая граница.* Представляет собой окружность. Цилиндрическая граница может иметь щель, в этом случае она представляет собой дугу окружности, замкнутую хордой.

В процессе рисования границ программа отслеживает корректность задания области течения. То есть, например, программа не позволит нарисовать окружность, которая будет пересекать какую-либо граничную линию или другую окружность и т.п.

После того, как граница введена, возможно дальнейшее ее редактирование: изменение положения узловых точек, координат центра цилиндра, задание граничных условий и др.

У прямолинейных границ могут быть изменены координаты выбранной узловой точки и нормальная составляющая скорости воздуха у выбранного ребра. Прямолинейные границы могут быть инвертированы (при этом меняется внешняя сторона границы) или преобразованы в дугу.

У цилиндрических границ могут быть изменены координаты центра, радиус и скорость вращения цилиндра. Если цилиндр содержит щель, то указываются: начальный и конечный угол щели в градусах и нормальная составляющая скорости воздуха, текущего через щель.

Созданная в визуальном редакторе конфигурация области течения может быть сохранена в файл на диске и затем неоднократно использована в дальнейшем.

Режим моделирования предназначен для расчета скорости воздуха, построения линий тока и траекторий пылевых частиц.

До перехода в режим моделирования выполняется дискретизация границы области течения: граница области течения разбивается на ряд достаточно маленьких отрезков (граничных элементов).

В программе предусмотрено два способа дискретизации: 1) разбиение на одинаковые граничные элементы (равномерная дискретизация); 2) разбиение на неодинаковые граничные элементы (неравномерная дискретизация). При первом способе граница разбивается на граничные элементы одинаковой длины. При втором способе длина граничных элементов меньше у краев ребер и больше в середине ребра.

Для настройки дискретизации предусмотрены следующие параметры:

6. *Базовая длина граничного элемента.* При равномерной дискретизации задает длину всех граничных элементов. При неравномерной дискретизации задает начальную длину граничного элемента у края ребра. Длина каждого последующего граничного элемента будет вычисляться на основе базовой длины.
7. *Множитель для конечных ребер.* Данный множитель показывает, во сколько раз каждый последующий граничный элемент конечного ребра больше предыдущего. При равномерной дискретизации данный параметр недоступен.
8. *Множитель для бесконечных ребер.* Данный множитель показывает, во сколько раз каждый последующий граничный элемент бесконечного ребра (луча) больше предыдущего.
9. *Количество элементов для бесконечных ребер.* Указывает, на сколько граничных элементов разбивается каждое полубесконечное ребро границы.
10. *Длина граничного элемента для цилиндров.* Указывает длину граничного элемента для дискретизации цилиндрических границ. При любом способе дискретизации цилиндры разбиваются равномерно.

Существует режим отображения результатов выполнения дискретизации, когда границы области течения отрисовываются в виде чередующихся цветных отрезков. Каждый отрезок соответствует граничному элементу.

После того как автоматическая дискретизация с указанными параметрами осуществлена, возможно ручное увеличение количества граничных элементов на отдельных участках границы. В данном режиме пользователь с помощью курсора мыши задает прямоугольник, в котором будет удвоена дискретизация.

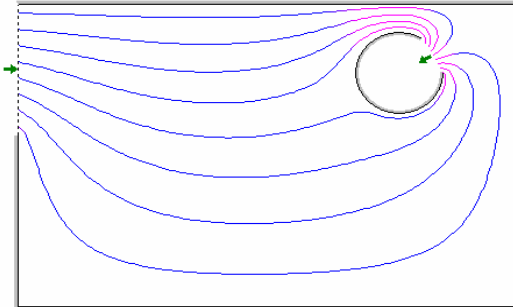
Общее количество граничных элементов отображается на панели статуса в нижней части главного окна программы. Количество граничных элементов непосредственно влияет на скорость

моделирования. Поэтому необходимо подобрать такой вариант дискретизации, чтобы количество граничных элементов было по возможности меньшим, и при этом точность вычисления скорости воздуха в заданных точках была приемлемой. Результаты дискретизации автоматически сохраняются в специальном файле.

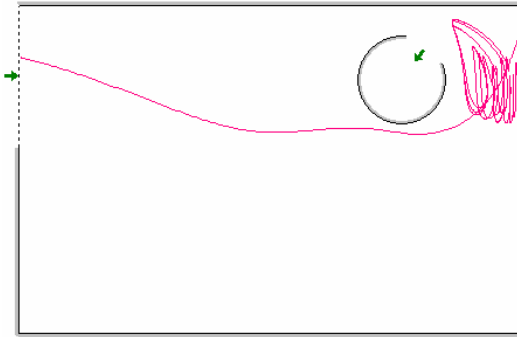
Для построения линий тока существует два варианта:

- автоматически с определенным шагом, формируя при этом картину течения;
- вручную, когда точка, из которой будет строиться линия тока, указывается пользователем.

При автоматическом построении указываются следующие параметры: интервал между линиями, шаг построения, длина линий тока. Длина линий тока указывается для полубесконечных областей. Кроме того, может быть задано направление построения линий тока: прямое (от заданного сечения к стоку) или обратное (от стока).



a)



б)

Рис. 4.22. Пример построения линий тока (а) и траектории пылевой частицы (б)

Программа предусматривает возможность расчета скорости воздуха в заданной точке области. Точка расчета может быть задана точно либо приблизительно с помощью курсора мыши.

При построении траектории пылевой частицы указываются следующие параметры:

4. *Начальные условия:* координаты точки вылета и начальная скорость частицы. Точка вылета отображается в рабочей области программы красным цветом.
5. *Характеристики частицы и среды:* диаметр частицы, коэффициент динамической формы частицы, плотность частицы и плотность среды, динамическая вязкость воздуха, коэффициент восстановления при ударе и коэффициент трения скольжения.
6. *Параметры построения траектории частицы:* шаг интегрирования и максимальное время моделирования.

При построении траектории отображается информация о числе Рейнольдса в начальный момент моделирования и указывается режим обтекания. Режим обтекания выбирается автоматически в зависимости от величины числа Рейнольдса.

Построение траектории пылевой частицы прекращается либо когда достигнуто максимальное время моделирования, либо когда частица попадает в отсос. Процесс моделирования может быть остановлен пользователем.

Результаты моделирования представляют собой линии тока или траектории пылевых частиц (пример показан на рис. 4.22). Они могут быть сохранены в отдельный файл и просмотрены в дальнейшем.

5. Лабораторные работы и расчетно-графические задания

Лабораторная работа №1.

Расчет вихревых течений на входе в щелевидные отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в щелевидные отсосы-раструбы при угле наклона раструба 90° - 3° -номер варианта и длиной 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.3. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.3.

Лабораторная работа №2.

Расчет вихревых течений на входе в круглые отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в круглые отсосы-раструбы при угле наклона раструба 90° - 3° -номер варианта и длиной 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.4. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.4.

Расчетно-графическое задание №1. Расчет вихревых течений на входе в экранированные отсосы-раструбы.

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в экранированные отсосы-раструбы при угле наклона раструба 90° - 3° -номер варианта, длиной 0,2; 0,3 и скоростями приточной струи 0, 2, 4, 8, 16 м/с. Все кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.5. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.6.

Расчетно-графическое задание №2. Расчет вихревых течений на входе в отсосы-раструбы при механическом и аэродинамическом их экранировании

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет вихревых областей на входе в аэродинамически и механически экранированные отсосы-раструбы при угле наклона раструба 30° , длиной 0,2; полудлиной плоскости 0,8; абсциссой расположения плоскости -0,2-0,05-номер варианта, скоростью приточного воздуха 2,4,8,16 м/с. Все остальные кинематические и геометрические параметры использовать по умолчанию.

Правила работы с программой изложены в п. 4.5. Методические указания с примером расчета изложены в п. 2.2.6.

Расчетно-графическое задание №3.

Исследование динамики пылевого облака в аспирационном укрытии

Постановка задачи.

По компьютерной программе произвести расчет динамики пылевого облака в аспирационном укрытии с вращающимся цилиндром-отсосом со скоростями 1,4,8,20 м/с и центром цилиндра-отсоса с координатами (0,7; 0,5-0,005·номер варианта). Все остальные кинематические и геометрические параметры использовать такие же, как в п.3.3.1. Сравнить полученный дисперсный состав и концентрацию пылевой аэрозоли с результатами расчета для аспирационного укрытия без цилиндра-отсоса.

Правила работы с программой изложены в п. 4.6. Методические указания с примером расчета изложены в п. 3.3.

6. Тестовый контроль знаний

1. Метод электрогидродинамической аналогии является:

- а) эмпирическим методом;
- б) аналитическим методом;
- в) полуэмпирическим методом;
- г) численным методом.

2. К аналитическим методам относят:

- а) метод наложения потоков;
- б) метод электрогидродинамической аналогии;
- в) метод вихревой или магнитной аналогии;
- г) метод дискретных вихрей.

3. Величина скорости для точечного стока вычисляется по формуле:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вп}} G_n(x, r)$.

4. Величина скорости для линейного стока вычисляется по формуле:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi)q(\xi)dS(\xi) + 2\pi Rv_{\text{вр}}G_n(x, r)$.

5. Метод наложения потоков выражается формулой:

а) $v = \frac{L}{4\pi r^2}$;

б) $v = \frac{L}{2\pi r}$;

в) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \dots + \vec{v}_n$;

г) $v_n(x) = \iint_S F(x, \xi)q(\xi)dS(\xi) + 2\pi Rv_{\text{вр}}G_n(x, r)$.

6. Метод конформных отображений позволяет рассчитывать:

а) нестационарные течения;

б) турбулентные течения;

в) вязкие течения;

г) потенциальные течения

7. Метод конформных отображение не применим для:

а) для трехмерных потенциальных течений;

б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;

в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;

г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях.

8. Метод Н.Е.Жуковского позволяет рассчитывать:

а) нестационарные течения;

б) турбулентные течения;

в) отрывные течения;

г) потенциальные течения.

9. Метод Н.Е.Жуковского не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях.

10. Метод Н.Е.Жуковского можно отнести к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

11. Конечно-разностные методы расчета относятся к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

12. Метод вихревой или магнитной аналогии относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

13. Метод граничных интегральных уравнений относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;
- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

14. Метод дискретных вихрей относится к:

- а) эмпирическим методам;
- б) аналитическим методам;
- в) полуэмпирическим методам;

- г) численным методам;
- д) аналитико-численным методам.

15. Метод граничных интегральных уравнений позволяет рассчитывать:

- а) нестационарные течения;
- б) турбулентные течения;
- в) вязкие течения;
- г) потенциальные течения.

16. Метод дискретных вихрей позволяет рассчитывать:

- а) нестационарные течения;
- б) турбулентные течения;
- в) вязкие течения;
- г) потенциальные течения;
- д) вихревые течения.

17. Метод дискретных вихрей не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для плоских потенциальных течений в многосвязных несимметричных областях;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях;
- д) для вязких течений.

18. Метод граничных интегральных уравнений не применим:

- а) для трехмерных потенциальных течений;
- б) для вихревых нестационарных течений;
- в) для течений вблизи щелевидного всасывающего отверстия в неограниченном пространстве;
- г) для плоских потенциальных течений в односвязных областях;
- д) для вязких течений.

19. Для учета вращения цилиндра в центр его необходимо поместить:

- а) источник;
- б) сток;
- в) вихревой шнур;
- г) диполь.

20. Для учета разреза на нем необходимо непрерывным образом разместить:

- а) источники;
- б) стоки;
- в) вихревой шнур;
- г) диполи.

21. Скорость воздуха в точке $x(x_1, x_2, x_3)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2, n_3\}$, вызываемая действием источников (стоков) $q(\xi)$ и вихревого шнура определяется соотношением:

$$\text{а) } \frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{l} = \frac{z - z_0}{n};$$

$$\text{б) } v_n(x) = \iint_S F(x, \xi) q(\xi) dS(\xi) + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r);$$

$$\text{в) } v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3);$$

$$\text{г) } v_n(x) = \sum_{k=1}^N q^k F^k + 2\pi R v_{\text{вр}} G_n(x, r).$$

22. Величина скорости воздуха $\vec{v}_n(x)$ в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, вызываемая действием линейного вихря в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$, определяется по следующей формуле:

$$\text{а) } v_n(x) = \frac{R}{r} v_{\text{вр}} (\tau_1 n_1 + \tau_2 n_2 + \tau_3 n_3);$$

$$\text{б) } \vec{v}_n(x) = \Gamma(\xi) G(x, \xi), \quad G(x, \xi) = \frac{n_2(x_1 - \xi_1) - n_1(x_2 - \xi_2)}{2\pi [(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{в) } v_n(x) = \int_S \Gamma(\xi) G(x, \xi) dS(\xi);$$

$$\text{г) } v_n(x_0) = \sum_{k=1}^N \Gamma^k \int_{\Delta S^k} G(x_0, \xi^k) dS(\xi^k).$$

23. Составляющие скорости \vec{v} в точке $x(x_1, x_2)$, вызываемые действием в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ вихря определяются из выражений:

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

24. Новые положения свободных вихрей, вычисляемые по формулам:

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x) = G(x, \xi) \cdot \Gamma(\xi);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

25. Для нахождения составляющих скорости каждого свободного вихря используется формула;

$$\text{а) } v_x = \frac{-(x_2 - \xi_2)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}, \quad v_y = \frac{(x_1 - \xi_1)\Gamma(\xi)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r);$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

26. скорость воздуха в p -й расчетной точке вдоль внешней нормали $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$ определится из равенства:

$$\text{a) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

27. Условие неизменности циркуляции имеет вид:

$$\text{a) } \sum_{k=1}^n \Gamma^k + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L \gamma_l^\tau = 0 ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

28. Скорость в т. M , вызываемая бесконечно малым вихревым элементом dS определяется согласно закону Био-Савара:

$$\text{a) } d\vec{v} = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\vec{e}_S \times \vec{l}}{l^3} dS ;$$

$$\text{б) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r G(x_i, \xi_r) ;$$

$$\text{в) } v_n^p = \sum_{k=1}^n \Gamma^k G^{pk} + \sum_{\tau=1}^m \sum_{l=1}^L G_l^{p\tau} \gamma_l^\tau ;$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t .$$

29. Выражение для скорости в т. (x_1, x_2) , индуцируемой бесконечно тонким кольцевым вихрем в т. (ξ_1, ξ_2) с циркуляцией $\Gamma(\xi)$, имеет вид:

$$\text{a) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta} d\theta;$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } x_2 = x_1 + v_x \Delta t, \quad y_2 = y_1 + v_y \Delta t.$$

30. В случае приближения двух плоских вихрей на расстояние меньшее шага дискретности их взаимное влияние определяется по формуле:

$$\text{a) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx};$$

$$\text{б) } v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky};$$

$$\text{в) } \frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2};$$

$$\text{г) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r).$$

31. В случае приближения двух бесконечно кольцевых вихрей на расстояние меньшее шага дискретности их взаимное влияние определяется по формуле:

$$\text{a) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx};$$

$$\text{б) } v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky};$$

$$\text{в) } \frac{v(x)}{v} = \frac{x}{h/2};$$

$$\text{г) } v_n(x_i) = \sum_{j=1}^n \Gamma(\xi_j) G(x_i, \xi_j) + \sum_{\substack{r=1, \\ x_i \neq \xi_r}}^m \gamma_r \cdot G(x_i, \xi_r);$$

д) полагается равным нулю.

32. Продольные и поперечные пульсации скорости определяются по формулам:

$$\text{а) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } K(t) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta}}, \quad E(t) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - t^2 \sin^2 \theta} d\theta;$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

33. Среднеквадратичные продольные и поперечные пульсации скорости определяются из формул:

$$\text{а) } v_n = \frac{\gamma \xi_2^2 n_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{[a - b \cos \theta]^{3/2}} + \frac{\gamma \xi_2}{4\pi} [(x_1 - \xi_1)n_2 - x_2 n_1] \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{(a - b \cos \theta)^{3/2}};$$

$$\text{б) } (\langle v_x'^2 \rangle)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{kx})^2 \right]^{1/2}, \quad (\langle v_y'^2 \rangle)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v'_{ky})^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2 \xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v'_x = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v'_y = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

34. Средняя продольная составляющая скорости вычисляется следующим образом:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } v_x' = v_x - \langle v_x \rangle = v_x - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{kx}, \quad v_y' = v_y - \langle v_y \rangle = v_y - \frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} v_{ky}.$$

35. В дискретной форме осредненная по времени скорость (ее продольная составляющая) вычисляется следующим образом:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta};$$

$$\text{г) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^{m+M} u_x(t_i);$$

36. Для расчета очертания первой вихревой области длинных отсосов-раструбов используется формула:

$$\text{а) } \langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt;$$

$$\text{б) } \left(\langle v_x'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{kx}')^2 \right]^{1/2}, \quad \left(\langle v_y'^2 \rangle \right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (v_{ky}')^2 \right]^{1/2};$$

$$\text{в) } \begin{cases} \frac{(x+c)^2}{m^2} + \frac{(y-r)^2}{n^2} = 1, & -b \leq x \leq 0, \quad r \leq y \leq a, \\ x = -\frac{b}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi y}{r} \right), & 0 \leq y \leq r, \end{cases};$$

$$\text{г) } l = \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + x_2^2 - \xi_2^2 - 2x_2\xi_2 \cos \theta}.$$

37. Эффективность местного отсоса можно повысить;

- а) путем его аэродинамического экранирования;
- в) путем профилирования входных кромок;
- г) путем механического экранирования;
- д) увеличения толщины стенок.

38. Траектория пылевой частицы строится на основании интегрирования методом Рунге-Кутты уравнения движения:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \bar{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p.$$

39. Коэффициент сопротивления среды может быть вычислен по формулам:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \cdot \frac{d\bar{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}|(\bar{v}_1 - \bar{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_s^3}{6} \bar{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p;$$

$$\text{Д) } \psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases}$$

40. При столкновении частицы с твердой стенкой тангенциальная и нормальная скорости вычисляются по формулам:

$$\text{а) } \rho_1 \frac{\pi d_3^3}{6} \cdot \frac{d\vec{v}_1}{dt} = -\psi \cdot \frac{|\vec{v}_1 - \vec{v}|(\vec{v}_1 - \vec{v})}{2} \rho \chi S_m + \rho_1 \frac{\pi d_3^3}{6} \vec{g};$$

$$\text{б) } v_{2n} = -k \cdot v_{0n}, \quad v_{2\tau} = v_{0\tau} + \eta \cdot f \cdot (1+k) \cdot v_{0n};$$

$$\text{в) } \eta = \min \left\{ -\frac{2v_{0\tau}}{7f(1+k)v_{0n}}, 1 \right\};$$

$$\text{г) } v_n^p = -\frac{1}{2} q^p + \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq p}}^N q^k F^{pk} + \sum_{i=1}^m \Gamma_i G_i^p;$$

$$\text{Д) } \psi = \begin{cases} 24/\text{Re} & \text{при } \text{Re} < 1 \text{ (ф-ла Стокса),} \\ 24(1+1/6 \cdot \text{Re}^{2/3})/\text{Re} & \text{при } 1 \leq \text{Re} < 10^3 \text{ (ф-ла Клячко),} \\ 24/\text{Re} \cdot (1+0,065 \text{Re}^{2/3})^{1,5} & \text{при } \text{Re} \geq 10^3 \text{ (ф-ла Адамова).} \end{cases}$$

41. При снабжении аспирационного укрытия вращающимся цилиндром-отсосом максимальный диаметр пылевой частицы, улавливаемой в аспирационную сеть:

а) возрастает с увеличением скорости вращения;

б) уменьшается с увеличением скорости вращения;

в) не изменяется.

42. При снабжении аспирационного укрытия вращающимся цилиндром-отсосом для снижения максимального диаметра пылевой частицы, улавливаемой в аспирационную сеть:

- а) благоприятен случай вращения цилиндра против часовой стрелки;
 б) благоприятен случай вращения цилиндра по часовой стрелки;
 в) благоприятен случай неподвижного цилиндра.

43. Регуляризирующая переменная Лифанова вводится для:

- а) замкнутых областей;
 б) разомкнутых областей;
 в) расчета открытых местных отсосов;
 г) закрытых местных отсосов.

44. В момент времени $t = \tau \Delta t$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$а) \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases} \quad (\text{правильно})$$

$$б) \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$в) v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$г) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

45. Устремляя x к граничной точке x_0^p вдоль направления внешней нормали получим дискретный аналог граничного интегрального

уравнения для определения неизвестных интенсивностей источников (стоков) $q(\xi^i)$ и циркуляций $\Gamma(\xi^k)$:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\text{г) } v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

46. В момент времени $t=0$ система для определения циркуляций присоединенных вихрей и источников (стоков) примет следующий вид:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\Gamma) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

47. Интегрируя действия всех источников (стоков), суммируя влияния присоединенных вихрей (расположенных на границе S_0) и вихрей расположенных в центрах цилиндров получим следующее выражение для определения скорости течения $v_n(x)$ в произвольной внутренней точке области $x(x_1, x_2)$ вдоль заданного единичного вектора $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$:

$$\text{а) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l - \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{pab} \Gamma^{ab}; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k + \sum_{a=1}^{\tau} \sum_{b=1}^B \Gamma^{ab} = 0, \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sum_{i=1}^N F^{pi} q^i + \sum_{k=1}^M G^{pk} \Gamma^k + \Lambda = v^p - \sum_{l=1}^L G^{pl} \Gamma_0^l; \\ \sum_{k=1}^M \Gamma^k = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } v_n(x) = \sum_{i=1}^N F^i q^i + \sum_{k=1}^M G^k \Gamma^k + \sum_{b=1}^B \sum_{a=1}^{\tau} G^{ab} \Gamma^{ab} + \sum_{l=1}^L G^l \Gamma_0^l;$$

$$\Gamma) v_n(x_0^p) = \sum_{i=1}^N F(x_0^p, \xi^i) q(\xi^i) + \sum_{k=1}^M G(x_0^p, \xi^k) \Gamma(\xi^k) + \sum_{l=1}^L G(x_0^p, \xi^l) \Gamma_0(\xi^l).$$

48. С увеличением скорости вращения цилиндра-отсоса в любом направлении концентрация:

а) увеличивается;

б) уменьшается;

в) не изменяется;

г) уменьшается, а затем возрастает.

49. При конструировании аспирационных укрытий с функцией пылеосадительной камеры предлагается:

- а) использовать вращающийся против часовой стрелки цилиндр-отсос;
- б) использовать вращающийся по часовой стрелки цилиндр-отсос;
- в) радиус цилиндра и ширину всасывающей щели следует выбирать как можно меньшими, но так, чтобы скорость воздуха в щели не превышала 20 м/с;
- г) не использовать вращающийся цилиндр-отсос.

50. Масса пыли, поступившей в рассматриваемую область за время Δt :

а) $C_{\Delta t} = km_{cp} = C v_n a \Delta t$;

б) $\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C v_n a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ik} + d_{is}) (d_{ik}^2 + d_{is}^2)$;

в) $C_o = \frac{m_o}{V}$;

г) $C_r = m_r / V$.

51. Средняя масса пылевой частицы, в соответствии с функцией распределения P :

а) $C_{\Delta t} = km_{cp} = C v_n a \Delta t$;

б) $\Delta t = \frac{\pi k \rho}{24 C v_n a} \sum_{i=1}^n l_i (d_{ik} + d_{is}) (d_{ik}^2 + d_{is}^2)$;

в) $C_o = \frac{m_o}{V}$;

г) $C_r = m_r / V$;

д) $m_{cp} = \sum_{i=1}^n \int_{d_{in}}^{d_{is}} \frac{\pi x^3 l_i}{6(d_{is} - d_{in})} \rho dx = \frac{\pi \rho}{24} \sum_{i=1}^n l_i (d_{is} + d_{in}) (d_{is}^2 + d_{in}^2)$.

52. Функция выражающая влияние единичного источника на заданную точку имеет вид:

а) $G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$;

б) $F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]}$;

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

$$г) \Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i.$$

53. Функция выражающая влияние единичного вихря на заданную точку имеет вид:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]};$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

$$г) \Gamma_i = 2\pi r_i \cdot v_i.$$

54. Влияние источника самого на себя определяется выражением:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

г) равно нулю.

55. Влияние стока самого на себя определяется выражением:

$$а) G(x, a_i) = \frac{n_2(x_1 - a_{i1}) - n_1(x_2 - a_{i2})}{2\pi[(x_1 - a_{i1})^2 + (x_2 - a_{i2})^2]}$$

$$б) F(x, \xi) = \frac{n_1(x_1 - \xi_1) + n_2(x_2 - \xi_2)}{2\pi[(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2]};$$

$$в) v_n(x, t) = \int_S F(x, \xi) q(\xi, t) dS(\xi) + \sum_{i=1}^m \Gamma(a_i) G(x, a_i);$$

г) равно нулю.

56. Частицы пыли, приблизившись к цилиндру-отсосу:

а) могут улавливаться;

- б) могут двигаться вблизи него по замкнутой траектории;
- в) может столкнуться с другой частицей и, изменив траекторию, попасть в отсос;
- г) может скоагулировать с другой и осядет на дно аспирационного укрытия.

57. Дисперсный состав пылевых частиц необходимо знать для:

- а) выбора вентилятора;
- б) выбора пылеулавливающего аппарата;
- в) местного вытяжного устройства;
- г) сечения аспирационных каналов.

58. Концентрацию пылевых частиц необходимо знать для:

- а) выбора вентилятора;
- б) выбора пылеулавливающего аппарата;
- в) местного вытяжного устройства;
- г) сечения аспирационных каналов.

59. Точка отрыва потока от гладкой поверхности у всасывающего отверстия над прямым двухгранным углом:

- а) находится в углу;
- б) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками тангенциальной составляющей скорости;
- в) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками нормальной составляющей скорости;
- г) находится в месте расположения присоединенного вихря между расчетными точками с разными знаками окружной составляющей скорости.

60. Точка отрыва потока от гладкой поверхности у всасывающего отверстия над прямым двухгранным углом:

- а) является фиксированной;
- б) с течением времени меняет свое положение, затем ее положение стабилизируется;
- в) все время меняет свое положение;
- г) скачет.

61. Главное окно программы расчета течения у щелевидного отсоса, расположенного над прямым двугранным углом позволяет:

- а) параметры движения вихрей;
- б) максимальное время моделирования;
- в) управлять моделированием движения свободных вихрей;
- г) учитывать вращающийся цилиндр-отсос.

62. Параметры расчета координат точки отрыва S задаются при выборе пункта меню:

- а) параметры точки отрыва;
- в) конфигурация области;
- г) график пульсаций;
- д) кинематические параметры.

63. Программа расчета течения у щелевидного отсоса-раструба:

- а) позволяет строить линии тока;
- б) следить за развитием вихревой структуры во времени;
- в) изменять угол наклона раструба;
- г) определять параметры вихревых областей.

64. Программа расчета течения у аэродинамически и механически экранированного отсоса-раструба:

- а) позволяет строить линии тока;
- б) следить за развитием вихревой структуры во времени;
- в) изменять угол наклона раструба;
- г) определять параметры вихревых областей.

65. Первая вихревая область на входе в круглый отсос-раструб:

- а) больше чем вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб;
- б) меньше чем вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб ;
- в) такая же как и вихревая область на входе в щелевидный отсос-раструб.

66. Параметры для вычисления концентрации пыли в программе расчета концентрации пыли в аспирационном укрытии:

- а) количество пылевых частиц, появляющихся в приточном отверстии в каждый расчетный момент;
- б) количество моментов поступления пылевых частиц;
- в) дисперсный состав пыли;

г) начальная скорость вылета пылевых частиц.

67. Пункта меню «Характеристика пылевого состава» позволяет задать:

- а) концентрацию;
- б) плотность;
- в) коэффициент динамической вязкости;
- г) коэффициент трения скольжения;
- д) начальную скорость вылета пылевых частиц.

68. Режим редактирования в программе «Спектр» позволяет:

- а) задать область течения;
- б) указать граничные условия;
- в) начальную скорость вылета пылевых частиц;
- г) дисперсный состав пыли;

69. Режим моделирования в программе «Спектр» предназначен:

- а) для расчета скорости воздуха;
- б) для построения линий тока;
- в) для построения траекторий одиночных пылевых частиц;
- г) для построения динамики пылевого облака.

70. Программа «Спектр» позволяет:

- а) рассчитывать вихревые нестационарные течения;
- б) рассчитывать потенциальные течения;
- в) исследовать поведение пылевого облака;
- г) исследовать поведение одиночных пылевых частиц.