

Контрольная работа № 1

(по линейной алгебре)

1 курс, 1 семестр

080100.62 – Экономика

(N, M – последние цифры зачетки)

1. Решить систему линейных уравнений тремя методами: методом Крамера, методом обратной матрицы, методом Гаусса:

$$x_1 + Mx_2 + 3x_3 - Nx_4 = 6;$$

$$2x_1 + Nx_2 - 2x_3 - 3x_4 = 18;$$

$$3x_1 + 2x_2 - Nx_3 + 2x_4 = 4;$$

$$Nx_1 - 3x_2 + 2x_3 + Mx_4 = -8.$$

2. Найти фундаментальную систему решений системы линейных уравнений:

$$3x_1 - Nx_2 + x_3 + x_4 = 0;$$

$$Mx_1 + 2x_2 + 3x_3 - Nx_4 = 0;$$

$$5x_1 - 11x_2 + x_3 - 5x_4 = 0;$$

$$Nx_1 - Mx_2 - 2x_3 + x_4 = 0.$$

3. Найти собственные числа и собственные вектора матриц:

$$\text{а) } A = \begin{Bmatrix} N+1 & 2 \\ -1 & -M-2 \end{Bmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{Bmatrix} N+1 & M+1 & -M-2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{Bmatrix}.$$

4. Заданы четыре точки в пространстве: $A(1; N; 3)$, $B(-2; 5; N)$, $C(N; M; 1)$, $D(3; -2 + N; 1 + M)$. Найти: 1) длины векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{CD} ; 2) координаты векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} ; 3) проверить компланарность векторов \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} ; 4) уравнения прямых AB и AC ; 5) уравнение плоскости ABC ; 6) расстояние от точки D до плоскости ABC ; 7) угол между векторами \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} ; 8) уравнение медианы, проведенной из точки A на сторону BC треугольника ABC ; 9) уравнение перпендикуляра, опущенного на сторону AB из точки C треугольника ABC ; 10) площадь треугольника ABC ; 11) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC ; 12) объем пирамиды $ABCD$ и ее высоту, опущенную на основание треугольника ABC .
5. Заданы четыре точки на плоскости $A(N; 4)$, $B(6; N)$, $C(N; M)$, $D(12; 10)$. Найти: 1) уравнения прямых AB ; AC ; CD ; BD ; 2) точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 3) уравнение прямой, проходящей через точки пересечения прямых AB и CD ; AC и BD ; 4) уравнения прямых, перпендикулярной прямой AB и параллельной прямой AC , проходящих через точку D ; 5) угол между прямыми AB и CD ; AC и BD ; 6)

каноническое уравнение эллипса, проходящего через точки A и B ; 7) уравнение окружности с центром в точке A и радиусом $|AB|$; 8) каноническое уравнение гиперболы, симметричной относительно оси OX и начала координат, имеющей полуоси $a = |AB|$ и $b = |CD|$; 9) фокусное расстояние, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис полученной гиперболы; 10) каноническое уравнение параболы, центр которой находится в точке C , а фокус находится в точке $F(3 + N; M)$. Построить все полученные кривые второго порядка.

6. Определить вид кривой второго порядка $4x^2 + My^2 - Nx + 6y - 12 = 0$.
7. Найти матрицу квадратичной формы и определить ее знак. Если возможно привести ее к каноническому виду:
- а) $L(x, y) = Mx^2 + 4y^2 - Nxy$;
- б) $L(x, y, z) = Mx^2 + 4y^2 - 5z^2 + Nxy + 6xz + Myz$.

8. В базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ заданы векторы $\vec{a} = \{3; N; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; M; -N\}$, $\vec{c} = \{N; -2; M\}$ и вектор $\vec{d} = \{6; -4; 10\}$. Выразить вектор \vec{d} в базисе векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

9. Пусть известны данные о дневной производительности двух предприятий, выпускающих три вида продукции с потреблением трех видов сырья, а также время работы каждого предприятия в году и цена каждого вида сырья. Составить все матрицы задачи: матрицу норм расхода сырья, матрицы стоимости сырья, стоимости доставки сырья, плана выпуска продукции предприятиями, матрицу производительности труда на каждом предприятии. Найти: 1) годовую производительность каждого предприятия по каждому виду изделий; 2) годовую потребность каждого предприятия по каждому виду сырья; 3) дневной расход по типам сырья на предприятиях; 4) годовую потребность сырья для каждого предприятия; 5) годовую сумму необходимого кредитования каждого предприятия для закупки сырья; 6) матрицу затрат сырья; 7) общую стоимость сырья; 8) матрицу стоимостей сырья на изготовление единицы продукции; 9) объем выпуска продукции каждого вида при заданных запасах сырья (данные задачи заданы в табл.):

Таблица

продукция	производительность предприятия		затраты сырья			план выпуска продукции
	I	II	s_1	s_2	s_3	
P_1	4	2M	2	5	3	$10N + 10M$
P_2	N	3	3	3	2	$20(M + N)$
P_3	M	8	1	2	6	NM
	кол-во рабочих дней		цена сырья			
	15	20	N	M	12	
			стоимость доставки сырья			
			2N	N+M	3M	
			запасы сырья			
			100+N	250+M	320	