МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Кафедра высшей математики

Утверждено
научно-методическим советом
университета

МАТЕМАТИКА

Методические указания к выполнению расчетно-графических заданий
для студентов второго курса заочной формы обучения направления
15.03.02 – Технологические машины и оборудование

Белгород 2018

УДК
ББК
М

Составители: Е.В. Селиванова, С.В. Рябцева, Э.И. Малышева

Рецензент: канд. физ.-мат. наук, *Г.Л. Окунева*

М Математика:
методические указания к выполнению расчетно-графических заданий для студентов второго курса заочной формы обучения направления 15.03.02 – Технологические машины и оборудование / сост.: Е. В. Селиванова, С. В. Рябцева, Э.И. Малышева – Белгород: Изд-во БГТУ, 2018. – 50 с.

Методические указания подготовлены в соответствии с требованиями Федерального государственного стандарта высшего образования и рабочей программы дисциплины «Математика». Содержат варианты расчетно-графических заданий.

Издание предназначено для студентов направления 15.03.02 – Технологические машины и оборудование.

Данное издание публикуется в авторской редакции.

УДК
ББК

© Белгородский государственный технологический университет (БГТУ) им. В.Г. Шухова

Оглавление

Введение……. 3

Дифференциальное исчисление функций многих переменных…….. 4

Кратные интегралы……. 19

Ряды……... 31

Ряды Фурье…….. 41

Библиографический список……... 50

Введение

В курсе математики для студентов заочной формы предусмотрены расчетно-графические задания. Для усвоения дисциплины «Математика» в рамках компетенций, предъявляемых Федеральным государственным образовательным стандартом, самостоятельное выполнение расчетно-графических заданий помогает студенту закрепить вычислительные навыки, лучше усвоить теоретический материал, подготовиться к итоговым точкам контроля, сдаче экзамена.

Составлены расчетно-графические задания в тридцати вариантах. Это достаточно сложная и кропотливая методическая работа, но среди предложенных задач нет случайных. Мы надеемся, что данные методические указания будут полезны не только студентам, но и нашим коллегам, ведущим практические занятия у студентов разных направлений форм обучения, с применением дистанционных технологий.

Желаем всем творческих успехов! Надеемся продолжить наше сотрудничество.

Дифференциальное исчисление функций многих переменных

В задаче 1 найти область определения функции $z(x,\ y)$ и изобразить ее на плоскости; в задаче 2 оценить абсолютную и относительную погрешности при вычислении значения функции $z(x,\ y)$ в точке $(x,\ y)$; в задаче 3 вычислить значения частных производных функции $z(x,\ y)$, заданной неявно, в точке $K_0(x_0;\ y_0;\ z_0)$; в задаче 4 исследовать функцию на экстремум; в задаче 5 найти наибольшее и наименьшее значения функции $z(x,\ y)$ в области D; в задаче 6 найти градиент поля, описываемого функцией $z(x,\ y)$ в точке $M_0(x_0;\ y_0)$ и производную в направлении вектора $\overline{gradz}$ в точке $M_0(x_0;\ y_0)$; найти $\boxed{gradz}$ и сравнить его с производной по направлению; в задаче 7 написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности в точке $M_0(x_0;\ y_0)$.

Вариант 1

1. $z = \ln(y^2 - 4x + 8)$.

2. $z = \mathrm{arctg}(x/y)$, $x = 1 \pm 0{,}2$, $y = 1 \pm 0{,}3$.

3. $x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz = 17$, $K_0(-2;\ -1;\ 2)$.

4. $z = \sqrt{x} \cdot y - 2y^2 - x + 14y$.

5. $z = 3x + y - xy$, $D:\ y = x,\ y = 4,\ x = 0$.

6. $z = -x^2 + y^2 + 2xy - 3y$,

7. $z = -0{,}5 \cdot \mathrm{arctg}(x/y)$, $M_0(1;1;\ \pi/8)$.

Вариант 2

1. $z = \arcsin((y-1)/x)$.

2. $z = \dfrac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{y}}$, $x = 7 \pm 0{,}1$, $y = 9 \pm 0{,}1$.

3. $x^3 + 3xyz - z^3 = 27$, $K_0(3;\ 1;\ 3)$.

4. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$.

5. $z = xy - x - 2y$, D: $y = x,\ y = 0,\ x = 3$.

6. $z = x^2 - y^2 - 2xy - x - 3y$, $M_0(-1;\ 1;\ 1)$.

7. $z = y \cdot \mathrm{tg}\dfrac{x}{a}$, $M_0(\pi a/4;\ a;\ a)$.

Вариант 3

1. $z = \dfrac{1}{\sqrt{x - \sqrt{y}}}$.

2. $z = x^y$, $x = 2 \pm 0{,}1$, $y = 3 \pm 0{,}3$.

3. $\ln z = x + 2y - z + \ln 3$, $K_0(1;\ 1;\ 3)$.

4. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$.

5. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$, D: $y = 2,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$.

6. $x^2 - 2y^2 + z^2 + xy - 4y = 13$, $M_0(3;\ 1;\ 2)$.

7. $z = \sin x \cdot \cos y$, $M_0(\pi a/4;\ \pi a/4;\ 1/2)$.

Вариант 4

1. $z = \ln(y \cdot x)$.

2. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = 3 \pm 0{,}1$, $y = 4 \pm 0{,}2$.

3. $2x^2 + 2y^2 + z^2 - 8xz - 8z + 6 = 0$, $K_0(2;\ 1;\ 1)$.

4. $z - 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$.

5. $z = 5x^2 - 3xy + y^2$, D: $y = 1,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 1$.

6. $4y^2 - z^2 + 4xy - xz + 3z = 9$, $M_0(0; -2;\ 1)$.

7. $z = e^x \cdot \cos y$, $M_0(1;\ \pi;\ e)$.

Вариант 5

1. $z = x + \sqrt{x^2 - y^2}$.

2. $z = \sin x \cdot \cos y$, $x = 30^\circ \pm 2^\circ$, $y = 60^\circ \pm 1^\circ$.

3. $z^2 = x^2 - z + xy - 4$, $K_0(2;\ 1;\ 1)$.

4. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$.

5. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x$, $D: x - y + 1 = 0,\ y = 0,\ x = 3$.

6. $x^2 + y^2 - xz + yz - 3x = 11$, $M_0(1;\ 4;\ -1)$.

7. $z^3 - 4xz + y^2 - 4 = 0$, $M_0(1; -2;\ 2)$.

Вариант 6

1. $z = 4/(x+y)$.

2. $z = \sqrt[3]{x^2+y}$, $x = 4 \pm 0{,}01$, $y = 11 \pm 0{,}02$.

3. $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$, $K_0(2;\ 1;\ 1)$.

4. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$.

5. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$, $D: x + y - 1 = 0,\ y = 0,\ x = 0$.

6. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 4xz = 8$, $M_0(0;\ 2;\ 0)$.

7. $z = y + \ln(y/x)$, $M_0(1;\ 1;\ 1)$.

Вариант 7

1. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$.

2. $z = \ln\dfrac{x}{y}$, $x = e \pm 0{,}1$, $y = 1 \pm 0{,}01$.

3. $x^2 + y^2 + z^2 - xy = 2$, $K_0(-1;\ 0;\ 1)$.

4. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$.

5. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2$, $D: x = 1,\ y = 0,\ x = 0,\ y = 6$.

6. $x^2 - y^2 - 2z^2 - 2y = 0$, $M_0(-1;-1;\ 1)$.

7. $z = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{a}$, $M_0(1;\ 1;\ \pi/4)$.

Вариант 8

1. $z = \arcsin\dfrac{y}{x}$.

2. $z = \sqrt[3]{2x^2 + y}$, $x = 2 \pm 0{,}02$, $y = 1 \pm 0{,}03$.

3. $3x - 2y + z = xz + 5$, $K_0(2;\ 1;\ -1)$.

4. $z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1$.

5. $z = -x^2 - y^2 - xy + 3x + 6y$, $D: x = 1,\ y = 1,\ y = 0,\ x = 0$.

6. $x^2 + y^2 - 3z^2 + xy = -2z$, $M_0(1;\ 0;\ 1)$.

7. $z = \ln(x^2 + y^2)$, $M_0(1;\ 0;\ 0)$.

Вариант 9

1. $z = \arcsin\sqrt{x^2 + y^2}$.

2. $z = \dfrac{x}{\sqrt{y+1}}$, $x = 2 \pm 0{,}01$, $y = 3 \pm 0{,}05$.

3. $x^2 + y^2 + z^2 - z = 2$, $K_0(1;\ 1;\ -1)$.

4. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$.

5. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$, $D: x + y - 3 = 0,\ y = 0,\ x = 0$.

6. $2x^2 - y^2 + z^2 - 6x + 2y + 6 = 0$, $M_0(1;\ -1;\ 1)$.

7. $x \cdot (y + z) \cdot (xy - z) = -8$, $M_0(2;\ 1;\ 3)$.

Вариант 10

1. $z = \arccos(x + y)$.

2. $z = \sin^2 x \cdot \mathrm{tg} y$, $x = \pi/2 \pm 0{,}02$, $y = \pi/4 \pm 0{,}03$.

3. $e^x + x + 2y + z = 14$, $K_0(1;\ 1;\ 0)$.

4. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$.

5. $z = x^2 + 2xy - 10$, $D: y = x^2 - 4,\ y = 0$.

6. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$, $M_0(2; 1; -1)$.

7. $z = x^2 + y^2$, $M_0(2; 1; 5)$.

Вариант 11

1. $z = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{y}$.

2. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = 4 \pm 0{,}05$, $y = 3 \pm 0{,}07$.

3. $z^3 + 3xzy + 3y = 7$, $K_0(1;\ 1;\ 0)$.

4. $z = x^2 + y^2 + xy - 6x - 9y$.

5. $1 - z = 3y^2 + x^2$, $D: 0 \le x \le 1,\ -1 \le y \le 0,\ 0 \le x - y \le 1$.

6. $x^2 + y^2 - 4z^2 = -2xy$, $M_0(1;\ 2;\ 1)$.

7. $(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})/3 = 1$, $M_0(1; 1; 1)$.

Вариант 12

1. $z = \ln(x + y)$.

2. $z = (x + y) \cdot e^{x \cdot y}$, $x = 1 \pm 0{,}2$, $y = 1 \pm 0{,}01$.

3. $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 3/2$, $K_0(\pi/4;\ 3\pi/4;\ \pi/4)$.

4. $z = 2(x-2)^2 + 2y^2 - 10$.

5. $1 + z = y^2 + x^2 + x - 4y$, $D: -1 \le x \le 0,\ y - x \le 1$.

6. $x^2 + y^2 + z^2 - xy + 3z = 7$, $M_0(1;\ 2;\ 1)$.

7. $2^{x/z} + 2^{y/z} = 8$, $M_0(2;\ 2;\ 1)$.

Вариант 13

1. $z = \ln(-x^2 + 2x + y)$.

2. $z = x \cdot \ln \dfrac{y}{x}$, $x = 1 \pm 0{,}2$, $y = e \pm 0{,}1$.

3. $e^{z-1} \cos x \cdot \cos y + 1 = 0$, $K_0(0;\ \pi/2;\ 1)$.

4. $z = (x-5)^2 + y^2 + 1$.

5. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$, $D: x + y - 1 = 0,\ y = 0,\ x = 0$.

6. $x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 4x = 8$, $M_0(-1;\ 1;\ 2)$.

7. $z - 2x + \ln(y/x) + 1 = 0$, $M_0(1;\ 1;\ 1)$.

Вариант 14

1. $z=\sqrt{y+x}+\sqrt{x-y}$.

2. $z=e^{y}\cdot\sin x$, $x=\pi/2\pm0{,}01$, $y=1\pm0{,}02$.

3. $x^2+y^2+z^2-6x=0$, $K_0(1;\ 2;\ 1)$.

4. $2+z=x^2-5y^2$, $D:\ 0\le x\le 2,\ y-x\le 0$.

5. $z=2x^2+3y^2+1$, $D:\ y=\sqrt{9-\frac{9}{4}x^2}$, $y=0$.

6. $2x^2-y^2+z^2-4z+y=13$, $M_0(2;1;-1)$.

7. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{16}=1$, $M_0(0;\ 0;\ 4)$.

Вариант 15

1. $z=\ln x+\ln y$.

2. $z=\sqrt{x^2+2x\cdot y}$, $x=2\pm0{,}01$, $y=15\pm0{,}2$.

3. $xy=z^2-1$, $K_0(0;\ 1;\ -1)$.

4. $z=2xy-2x^2-4y^2$.

5. $z=x^2-y^2-2xy+4x+1$, $D: x+y+1=0,\ y=0,\ x=-3$.

6. $2x^2-y^2+z^2-4z+y=13$, $M_0(2;1;-1)$.

7. $z=1+x^2+y^2$, $M_0(1;\ 1;\ 3)$.

Вариант 16

1. $z = \ln(x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4)$.

2. $z = \dfrac{y}{x} - \dfrac{x}{y}$, $x = 3 \pm 0{,}3$, $y = 4 \pm 0{,}4$.

3. $x \cdot \cos y + y \cdot \cos z + z \cdot \cos x = \pi / 2$, $K_0(0;\ \pi/2;\ \pi)$.

4. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$.

5. $z = 3x^2 + 3y^2 - y - x + 1$, $D: x - y - 1 = 0,\ y = 0,\ x = 5$.

6. $x^2 + z^2 - 5yz + 3y = 46$, $M_0(1;\ 2;\ -3)$.

7. $z = e^{x/y} + e^{x/z} - y$, $M_0(0;\ 1;\ 1)$.

Вариант 17

1. $z = \dfrac{1}{x^2 - y^2}$.

2. $z = \sqrt[3]{y^2 - x^3}$, $x = 2 \pm 0{,}05$, $y = 4 \pm 0{,}08$.

3. $x^2 - 2y^2 + 3z^2 - yz + y = 2$, $K_0(1;\ 1;\ 1)$.

4. $z = 2 + 2xy - 5x^2 - 3y^2$.

5. $z = 2x^2 + 2xy - y^2/2 - 4x$, $D: 2x = y,\ y = 2,\ x = 0$.

6. $z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y + 2$, $M_0(2;\ 1;\ 0)$.

7. $x^2 + y^2 - z^2 = -1$, $M_0(2;\ 2;\ 3)$.

Вариант 18

1. $z = \arcsin\dfrac{1}{\sqrt{x \cdot y}}$.

2. $z = \sin^2(x - y)$, $x = 60^\circ \pm 2^\circ$, $y = 30^\circ \pm 2^\circ$.

3. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xz = 5$, $K_0(0;\ 2;\ 1)$.

4. $z = xy^2 \cdot (1 - x - y)$.

5. $z = x^2 - 2xy + 5y^2/2 - 2x$, $D: x = 2,\ y = 2,\ y = 0,\ x = 0$.

6. $2x^2 - y^2 + 2z^2 + xy + xz = 3$, $M_0(1;\ 2;\ 1)$.

7. $z = \operatorname{arctg}\dfrac{x}{y}$, $M_0(1;\ 1;\ \pi/4)$.

Вариант 19

1. $z = \arccos(x^2 + y^2)$.

2. $z = y^x$, $x = 2 \pm 0{,}01$, $y = 5 \pm 0{,}02$.

3. $3x^2 \cdot y^2 + 2xy \cdot z^2 - 2x^3 \cdot z + 4y^3 \cdot z = 4$, $K_0(2;\ 1;\ 2)$.

4. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$.

5. $z = 2x^2 + 4y^2 - xy$, $D:\ 0 \le x \le 1,\ -1 \le y \le 0$.

6. $x^2 - y^2 + z^2 - x + 2y = 14$, $M_0(3;\ 1;\ 4)$.

7. $z^2 + 4z + x^2 = 0$, $M_0(0;\ 1;\ -4)$.

Вариант 20

1. $z=\sqrt{x^2-y^2}$.

2. $z=\sin x\cdot\cos 2y$, $x=\pi/2\pm 0{,}05$, $y=\pi/6\pm 0{,}1$.

3. $x^2-2y^2+z^2-4x+2z+2=0$, $K_0(1;\ 1;\ 1)$.

4. $z=y^2+3x^2+y-x$.

5. $z=x^2/2-y^2+5x-y$, $D:\ 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1.$

6. $x^2+y^2-z^2-xz+4y=4$, $M_0(1;\ 1;\ 2).$

7. $x^2+y^2+z^2=3$, $M_0(1;\ 1;\ 1).$

Вариант 21

1. $z=\sqrt{x^2+y^2-1}$

2. $z=\mathrm{tg}x\cdot\cos y$, $x=45^\circ\pm 1^\circ$, $y=60^\circ\pm 0{,}5^\circ$.

3. $x+y+z+2=xyz$, $K_0(2;\ -1;\ -1)$

4. $z=x^2+xy+y^2-3x-6y$.

5. $z=x^3+8y^3-6xy+1$, $D: x+y-6=0,\ y=0,\ x=0.$

6. $x^2-y^2-z^2+xz+4x=-5$, $M_0(-2;\ 1;\ 0).$

7. $x^2+y^2+z^2=169$, $M_0(3;\ 4;\ 12).$

Вариант 22

1. $z=\sqrt{y^2-2x+4}$.

2. $z=\sqrt{2x+y^2}$, $x=2\pm 0{,}01$, $y=4\pm 0{,}02$.

3. $x^2+y^2+z^2-2xz=2$, $K_0(0;\ 1;\ -1)$.

4. $z=x^2+4y^2-2xy+4$.

5. $z=x^2+y^2-xy+1$, $D:\ y\ge x^2-1,\ \ y\le 4$.

6. $x^2+y^2-z^2+6xy-z=8$, $M_0(1;\ 1;\ 0)$.

7. $z=x\cdot \mathrm{tg}\dfrac{y}{2}$, $M_0(1;\ \pi/2;\ 1)$.

Вариант 23

1. $z=\ln(-x+y)$.

2. $z=e^{x\cdot y}$, $x=5\pm 0{,}1$, $y=4\pm 0{,}02$.

3. $e^z-xyz-x+1=0$; $K_0(2;\ 1;\ 0)$.

4. $z=2x^2-x+(y+1)^2$.

5. $z=x^2-xy+y^2+9x-6y+20$, $D:\ x+2y=4,\ \ x=0$, $x-2y=4$.

6. $z=2x^2-3y^2+4x-2y+10$, $M_0(-1;\ 1;\ 3)$.

7. $z=x^2-2xy+y^2-x+2y$, $M_0(1;\ 1;\ 1)$.

Вариант 24

1. $z = \ln(4 - x^2 + y^2)$.

2. $z = y \cdot \ln \dfrac{x}{y}$, $x = 1 \pm 0{,}05$, $y = e \pm 0{,}1$.

3. $x^3 + 2y^3 + z^3 - 3xyz - 2y - 15 = 0$, $K_0(1;\ -1;\ 2)$.

4. $z = x^2 + y^2 - xy + 2x - y$.

5. $z = xy \cdot (6 - x - y)$, $D:\ x = 3,\ y = 0,\ y = x + 1$.

6. $z = x^2 + y^2 - 4xy + 3x - 15$, $M_0(-1;\ 3;\ 4)$.

7. $x^2 + 2y^2 - 3z^2 + xy + yz - 2xz + 16 = 0$, $M_0(1;\ 2;\ 3)$.

Вариант 25

1. $z = \arcsin \dfrac{x}{y^2}$.

2. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$, $x = 5 \pm 0{,}1$, $y = 4 \pm 0{,}05$.

3. $x^2 + y^2 + z^2 = y - z + 3$, $K_0(1;\ 2;\ 0)$.

4. $z = x^3 + y^3 - 6xy$.

5. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$, $D:\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 2$.

6. $z = x^2 + 2y^2 + 4xy - 5y - 10$, $M_0(-7;\ 1;\ 8)$.

7. $2x^2 + y^2 - z^2 + xy - yz + 2xz = 2$, $M_0(1;\ 0;\ 0)$.

Вариант 26

1. $z = \ln(x \cdot y)$.

2. $z = e^x \cdot \cos y$, $x = 1 \pm 0{,}05$, $y = \pi/4 \pm 0{,}01$.

3. $z^5 \cdot xy + 2yz^2 + x + 6 = 0$, $K_0(2;\ -2;\ 1)$.

4. $z = 3y^2 + (2x-1)^2$.

5. $z = 12xy - 4x^2y - 3xy^2$, $D:\ x \ge 0,\ y \ge 0,\ 4x + 3y \le 12$.

6. $z = 2x^2 - 3y^2 + xy + 3 + 1$, $M_0(1;\ -1;\ 2)$.

7. $x \cdot (x-y) + y \cdot (x-z) + z \cdot (x+y) - 2 = 0$, $M_0(1;\ 0;\ 1)$.

Вариант 27

1. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 9}$.

2. $z = \sqrt{2x^2 - 3y^2 + 3}$, $x = 3 \pm 0{,}1$, $y = 2 \pm 0{,}02$.

3. $x \cdot z^3 + y^2 \cdot z^4 - 3xy \cdot z^5 + 1 = 0$, $K_0(2;\ -2;\ 1)$.

4. $z = x^2 + y^2 + (x + y - 2)^2$.

5. $z = x^3 + y^3 - 3xy$, $D:\ 0 \le x \le 2,\ -1 \le y \le 2$.

6. $x^2 + y^2 - xz - yz = 0$, $M_0(0;\ 2;\ 2)$.

7. $x^2 + y^2 + z^2 + xy - yz + xz = 3$, $M_0(1;\ 1;\ 0)$.

Вариант 28

1. $z = \arccos(1 - y)$.

2. $z = x^y$, $x = 3 \pm 0{,}1$, $y = 2 \pm 0{,}4$.

3. $x^2 \cdot yz + z^3 \cdot y + x \cdot z^5 = 3$, $K_0(1;\ 1;\ 1)$.

4. $z = x^2 + (y-1)^2$.

5. $z = x^2 y \cdot (x + y - 1)$, $D:\ x = 0,\ y = 0,\ x + y = 3$.

6. $x^2 + y^2 - z^2 + 2yz + y - 2z = 2$, $M_0(1;\ 1;\ 1)$.

7. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 4yz + 2xz = 6$, $M_0(1;\ 0;\ 1)$.

Вариант 29

1. $z = \ln(1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4})$.

2. $z = \mathrm{ctg}x - \mathrm{tg}y$, $x = \pi/4 \pm 0{,}01$, $y = \pi/4 \pm 0{,}1$.

3. $4z^2 \cdot yx - xz \cdot y^2 + x^2 \cdot z^4 = 4$, $K_0(1;\ 1;\ 1)$.

4. $z = y^2 x \cdot (1 - x - y)$.

5. $z = x^3 + y^3 - 9xy + 27$, $D:\ 0 \le x \le 4,\ 0 \le y \le 4$

6. $x^2 + y^2 - z^2 + 2xz + 2x = z$, $M_0(1;\ 1;\ 1)$.

7. $x^2+y^2+z^2-xy=1$, $M_0(1;\ 1;\ 0)$.

Вариант 30

1. $z=\ln(y/x)$.

2. $z=\sin x+\cos y$, $x=\pi/6\pm 0{,}1$, $y=\pi/3\pm 0{,}2$.

3. $6z^5\cdot x-2xy\cdot z^3+yz=4$, $K_0(1;\ 2;\ 1)$.

4. $z=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$.

5. $z=2y+x$, $D:\ y\ge x^2,\ y-2x\le 3$.

6. $x^2+y^2-2xy+2x-y=z$, $M_0(-1;\ -1;\ -1)$.

7. $x^2+y^2-z^2+3xy+3yz-2xz=4$, $M_0(1;\ 1;\ 3)$.

Кратные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования.
2. Вычислить двойной интеграл.
3. Вычислить двойной интеграл в полярных координатах.
4. Вычислить площадь области *D*, ограниченной заданными линиями.
5. Вычислить с помощью двойного интеграла объем тела, ограниченной заданными линиями.
6. Вычислить массу пластинки *D*, заданной ограничивающими ее линиями, если *μ(x,y)*–поверхностная плотность пластинки.

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле; область интегрирования изобразить на чертеже.

1. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y)dy.$

2. $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{0}^{y^2} f(x,y)dx.$

3. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{\sqrt[3]{y}}^{2-y} f(x,y)dx.$

4. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{x^2+2} f(x,y)dy.$

5. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{\sqrt[3]{x}}^{2-x} f(x,y)dy.$

6. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-2x}^{2x} f(x,y)dy.$

7. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-1-y}^{1+y} f(x,y)dx.$

8. $\int\limits_{-3}^{0} dy \int\limits_{-3-y}^{3+y} f(x,y)dy.$

9. $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{-(2+x)}^{2-y} f(x,y)dy.$

10. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{2y+1}^{4-y^2} f(x,y)dx.$

11. $\int\limits_{-2}^{1} dy \int\limits_{y^2}^{4} f(x,y)dx.$

12. $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x^2}^{e^{-x}} f(x,y)dy.$

13. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{2-x}} f(x,y)dy.$

14. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{\sqrt{2-y^2}}^{y} f(x,y)dx.$

15. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-2-y}^{1+2y} f(x,y)dx.$

16. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-x^2}^{x^2} f(x,y)dy.$

17. $\int\limits_{1}^{4} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy.$

18. $\int\limits_{0}^{4} dy \int\limits_{-\sqrt{16-y^2}}^{4-y} f(x,y)dx.$

19. $\int\limits_{-6}^{2} dx \int\limits_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x,y)dy.$

20. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{2-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx.$

21. $\int\limits_{1}^{4} dx \int\limits_{0}^{\ln x} f(x,y)dy.$

22. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{x} f(x,y)dy.$

23. $\int\limits_{0}^{4} dy \int\limits_{\frac{3y}{4}}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)dx.$

24. $\int\limits_{0}^{\pi} dy \int\limits_{0}^{\sin x} f(x,y)dy.$

25. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy.$

26. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-1\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x,y)dy.$

27. $\int\limits_{2}^{3} dx \int\limits_{x}^{2x} f(x,y)dy.$

28. $\int\limits_{-3}^{1} dx \int\limits_{2x-1}^{2-x^2} f(x,y)dy.$

29. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy.$

30. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{-\sqrt{y}}^{y} f(x,y)dx.$

2. Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной указанными линиями.

1. $\iint\limits_D xydxdy, D: y = x^3, y = 0, x \le 2.$
2. $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy, D: x = y^2, x = 1.$
3. $\iint\limits_D x^2 ydxdy, D: x = 1, y = 2x^3, y = 0.$
4. $\iint\limits_D (x + y)dxdy, D: x = y^2, x = y.$
5. $\iint\limits_D xy^2 dxdy, D: x = y, x = 2 - y, x \ge 0.$
6. $\iint\limits_D (x^2 + y)dxdy, D: x^2 = y, x = y^2.$
7. $\iint\limits_D y^2 xdxdy, D: y = 2x, y = x^2.$
8. $\iint\limits_D (x-1)ydxdy, D: y = \frac{x}{3}, y = x, x = 3.$
9. $\iint\limits_D y(x - y)dxdy, D: y = 3x, y = x, x = 2.$
10. $\iint\limits_D (x^2 - 2y)dxdy, D: y = x^2 - 1, x \ge 0, y \le 0.$
11. $\iint\limits_D e^y dxdy, D: y = \ln x, x = 2, y = 0.$
12. $\iint\limits_D x^2(1 + y)dxdy, D: y = x^3, y = x.$
13. $\iint\limits_D y^2(1 + x)dxdy, D: y^2 = 2 - x, x = 0.$
14. $\iint\limits_D xydxdy, D: x + y = 2, y = \sqrt{x}, y = 0.$

15. $\iint\limits_D (x+2)y^2 dxdy, D: y = 2x^2, y = 2.$

16. $\iint\limits_D x(y+5)dxdy, D: y - x = 5, x + y + 5 = 0, x \le 0.$

17. $\iint\limits_D \frac{y^2}{x^2} dxdy, D: y = \frac{1}{x}, y = x, y = 2.$

18. $\iint\limits_D x(x+2y)dxdy, D: y = 1 - x^2, y \ge 0.$

19. $\iint\limits_D (x+1)y^2 dxdy, D: y = x^2, y = 1.$

20. $\iint\limits_D xy^3 dxdy, D: x = 1 - y^2, x \ge 0.$

21. $\iint\limits_D x^3 ydxdy, D: y = 2x^3, x = 1, y = 0.$

22. $\iint\limits_D (y+2)dxdy, D: x = y^2, x = 3y.$

23. $\iint\limits_D (y-x)dxdy, D: x = y, x^2 = y.$

24. $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy, D: x = 1, x = y^2.$

25. $\iint\limits_D (x + y^2)dxdy, D: y = x^2, y = 4.$

26. $\iint\limits_D (y + x^3)dxdy, D: x + y = 1, x + y = 2, x \le 1, x \ge 0.$

27. $\iint\limits_D (3y + x^3)dxdy, D: y = x^2 - 1, y = 1 - x, x \ge 0.$

28. $\iint\limits_D y(x+2y)dxdy, D: x^2 = 1 - y, y \ge 0.$

29. $\iint\limits_D xydxdy, D: y = x^3, y = 0, x \le 2.$

30. $\iint\limits_D (y+x)dxdy, D: y = x^3, y = 8, y = 0, x = 3.$

3. Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \ln(1 + x^2 + y^2)dy.$

2. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{tg\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dy.$

3. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}\, dy.$

4. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} \frac{xy}{x^2+y^2}\, dy.$

5. $\int\limits_{-3}^{3} dy \int\limits_{-\sqrt{9-y^2}}^{\sqrt{9-y^2}} \sqrt{9-x^2-y^2}\, dx.$

6. $\int\limits_{-2}^{0} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{4-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2}\, dy.$

7. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} tg(x^2+y^2)dy.$

8. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \cos(x^2+y^2)dy.$

9. $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{3-y^2}} \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx.$

10. $\int\limits_{-2}^{0} dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

11. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} (x^2+y^2)dx.$

12. $\int\limits_{0}^{3} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{9-y^2}} \ln(1+x^2+y^2)dx.$

13. $\int\limits_{-3}^{3} dy \int\limits_{-\sqrt{9-y^3}}^{\sqrt{9-y^2}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+y^2}\, tg\sqrt{x^2+y^2}}.$

14. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1+x^2+y^2}\, dy.$

15. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{dy}{1+\sqrt{x^2+y^2}}.$

16. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$

17. $\int\limits_{-2}^2 dx \int\limits_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\cos^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

18. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\sin^2\sqrt{x^2+y^2}}.$

19. $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{\sqrt{9-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}.$

20. $\int\limits_{-1}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \sin(x^2+y^2)dy.$

21. $\int\limits_{-5}^0 dx \int\limits_{-\sqrt{25-x^2}}^0 \cos(x^2+y^2)dy.$

22. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{\ln(1+\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$

23. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} e^{-(x^2+y^2)} dy.$

24. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} \cos\sqrt{x^2+y^2}\, dy.$

25. $\int\limits_0^3 dx \int\limits_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} \frac{tg\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dy.$

26. $\int\limits_{-2}^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} (x^2+y^2)e^{x^2+y^2} dy.$

27. $\int\limits_{-2}^0 dx \int\limits_0^{\sqrt{4-x^2}} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}\, ctg\sqrt{x^2+y^2}}.$

28. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{xdx}{x^2+y^2}$.

29. $\int\limits_{-5}^{5} dy \int\limits_{-\sqrt{25-y^2}}^{\sqrt{25-y^2}} \frac{ctg\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} dx.$

30. $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} dy \int\limits_{0}^{\sqrt{2-y^2}} \frac{\cos(1+\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}} dx.$

4. Вычислить площадь области D, ограниченной заданными линиями.

1. $D: y = x+2; y^2 = x, y = -2, y = 2.$
2. $D: y = \frac{1}{4}(x-4)^2, x^2 + y^2 = 16.$
3. $D: x^2 + y^2 = 9, x + y = 3, y = \frac{3}{2}, x \geq 0, y \geq \frac{3}{2}.$
4. $D: y = 4 - x^2, 3x - 2y - 6 = 0.$
5. $D: xy = 4, x^2 = 2y, y = 4, x = 0.$
6. $D: x = \frac{y^2+9}{6}, x = \frac{y^2+16}{8}.$
7. $D: xy = 2, x + y = 4.$
8. $D: x^2 + y^2 = 1, x + y = 1, x = 0.$
9. $D: y = x^2, y = 1 - x.$
10. $D: y = \ln x, x = e, x = e^2, y = 0.$
11. $D: y = \cos x, y = \sin x, x = 0.$
12. $D: xy = 1, y = x, x = 2x.$
13. $D: y^2 = 16 - 8x, y^2 = 24x + 48.$
14. $D: xy = 5, y = 6 - x.$
15. $D: x^2 + y^2 = 25, y = \frac{5}{3}.$
16. $D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1.$

17. $D: y = x^2 + 2x, y = x + 2.$
18. $D: y = 2^x, y = 2, x = 0.$
19. $D: y^2 = 6x, x^2 + y^2 = 16.$
20. $D: y = 3x - x^2, y = -x.$
21. $D: y = x^2, y = \frac{1}{x}, y = 3, x = 0.$
22. $D: y = x^2 + 2x, y = x + 2.$
23. $D: x + y = 5, y^2 = x - 3.$
24. $D: y = \frac{x^2}{2}, y^2 = 2x.$
25. $D: x = 4y - y^2, x + y = 6.$
26. $D: y = 2 - x, y^2 = 4x + 4.$
27. $D: y = 4x - x^2, y = 2x^2 - 5x.$
28. $D: x = 4 - y^2, x + 2y - 4 = 0.$
29. $D: 3y^2 = 25x, 5x^2 = 9y.$
30. $D: xy = 1, xy = 2, y = x, y = 3x.$

5. Вычислить с помощью двойного интеграла объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Данное тело и его проекцию на плоскость *XOY* изобразить на чертежах.

1. $z = 3x, y = \sqrt{9 - x^2}, y = 0, z = 0.$
2. $z = 2x + y, y = \sqrt{4 - x^2}, x = 0, z = 0.$
3. $z = 8 - x^2 - y^2, x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0.$
4. $z = 9x^2 + 3y^2 + 2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$
5. $z = x^2 + \frac{y^2}{3}, x + y = 3, x = 0, y = 0, z = 0.$
6. $z = x^2 + 1, 4x + 3y - 12 = 0, x = 0, y = 0, z = 0.$
7. $z = x^2 + y^2 + 1, x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0.$
8. $z = 10 - x^2 - y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$
9. $z = x^2 + y^2, y = x, y = 2x, x = 2, z = 0.$

10. $z = x^2 + y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$
11. $z = y^2, y = 2x, x = 3, z = 0.$
12. $z = x^2, y = 3x, x = 4, y = 0, z = 0.$
13. $x^2 + y^2 = 25, z = y, x = 4, x = 0, z = 0, y \geq 0.$
14. $y = 1 - z^2, y = x, y = -x, z = 0.$
15. $x^2 + y^2 = 4, y + z = 2, z = 0.$
16. $x = \sqrt{4 - y^2}, z = x, z = 0.$
17. $z = x^2 + y^2 + 3, x + y = 4, x = 0, y = 0, z = 0.$
18. $z = 1 - x^2 - y^2, x + y = 2, x = 0, y = 0, z = 0.$
19. $x^2 + y^2 = 9, z = 5 - x - y, z = 0.$
20. $z = x^2 + y^2, x + y = 1, x = 0, y = 0, z = 0.$
21. $z = 3x, y^2 = 2 - x, z = 0.$
22. $z = 2y, y = \sqrt{9 - x^2}, z = 0.$
23. $z = x, x = \sqrt{4 - y^2}, z = 0.$
24. $x^2 + y^2 = 4, y + z = 2, z = 0.$
25. $z = y^2, x + y = 2, z = 0.$
26. $x^2 + y^2 = 16, x + z = 8, x = 0, y = 0, z = 0.$
27. $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 2x, z = 0.$
28. $x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 1, z = 0.$
29. $z = x^2 + y^2 + 2, 2x + y = 3, x = 0, y = 0, z = 0.$
30. $x = \sqrt{1 - y^2}, z = x + 2y, x = 0, z = 0.$

6. Вычислить массу пластинки *D*, заданной ограничивающими ее линиями, если $\mu(x,y)$–поверхностная плотность пластинки.

1. $x^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 = 16; x \leq 0; y \geq 0;$
   $\mu(x, y) = \dfrac{3x - y}{x^2 + y^2}.$

2. $x^2+y^2=9; x^2+y^2=36; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{4x+y}{x^2+y^2}.$

3. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=16; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x-y}{x^2+y^2}.$

4. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=36; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}.$

5. $x^2+y^2=9; x^2+y^2=25; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{7x^2}{x^2+y^2}.$

6. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=16; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{5xy}{x^2+y^2}.$

7. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=9; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{4xy}{x^2+y^2}.$

8. $x^2+y^2=16; x^2+y^2=25; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{4x-3y}{x^2+y^2}.$

9. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=16; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{12y}{x^2+y^2}.$

10. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=36; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x-y}{x^2+y^2}.$

11. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=25; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x+2y}{x^2+y^2}.$

12. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=9; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{3x+2y}{x^2+y^2}.$

13. $x^2+y^2=9; x^2+y^2=1; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2x+5y}{x^2+y^2}.$

14. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=4; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x}{x^2+y^2}.$

15. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=25; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{3x-2y}{x^2+y^2}.$

16. $x^2+y^2=16; x^2+y^2=49; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x+3y}{x^2+y^2}.$

17. $x^2+y^2=25; x^2+y^2=64; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x^2}{x^2+y^2}.$

18. $x^2+y^2=16; x^2+y^2=36; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2x+7y}{x^2+y^2}.$

19. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=36; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x-y}{x^2+y^2}.$

20. $x^2+y^2=9; x^2+y^2=16; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{5x^2}{x^2+y^2}.$

21. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=16; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{3x-y}{x^2+y^2}.$

22. $x^2+y^2=36; x^2+y^2=81; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{xy}{x^2+y^2}.$

23. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=25; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2xy}{x^2+y^2}.$

24. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=9; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2x^2}{x^2+y^2}.$

25. $x^2+y^2=25; x^2+y^2=36; x\le 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{7xy}{x^2+y^2}.$

26. $x^2+y^2=9; x^2+y^2=49; x\ge 0; y\ge 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{7x-y}{x^2+y^2}.$

27. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=25; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{2x-3y}{x^2+y^2}.$

28. $x^2+y^2=25; x^2+y^2=81; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{y^2}{x^2+y^2}.$

29. $x^2+y^2=1; x^2+y^2=4; x\le 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{3y^2}{x^2+y^2}.$

30. $x^2+y^2=4; x^2+y^2=36; x\ge 0; y\le 0;$
$\mu(x,y)=\dfrac{x-7y}{x^2+y^2}.$

Ряды

1. Докажите сходимость ряда и найдите его сумму.

2. Исследуйте на сходимость ряды с положительными членами, используя признаки сходимости.

3. Исследуйте на абсолютную или условную сходимость знакочередующиеся ряды.

4. Найдите область сходимости степенного ряда.

5. Найти решение задачи Коши для заданного дифференциального уравнения, используя разложение в ряд Тейлора.

Вариант 1

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3^n - 4^n}{12^n}$;
2. $a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+1)!}{n^5}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n-8}{3n^2-4}\right)^{2n}$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}$;
5. $y' = xy + y^2;\ y(0) = 1.$

Вариант 2

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)}$;
2. $a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{4n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arcsin\frac{1}{3^n}\right)^n$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$;
5. $y' = x^2 + y^2;\ y(0) = 0{,}5.$

Вариант 3

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\cdot 5^n+3^n}{15^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n(2n-1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{5n}\right)^{n^2}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+1}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt[3]{n}}$;

5. $y' = 2x + y^2$; $y(1) = 1$.

Вариант 4

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+5)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(tg\,\frac{\pi}{3^n}\right)^{5n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{n}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\cdot 2^n}$;

5. $y' = x + x^2 + y^2$; $y(1) = -1$.

Вариант 5

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 5^n-4^n}{10^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+3)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5n-3}{6n^2-4}\right)^{n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2+1}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$;

5. $y' = x + y^2$; $y(-1) = -1$.

Вариант 6

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+8)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n \cdot n^5$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(10n)^n}{(n+1)^n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^3+1}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{\sqrt{n}}$;

5. $y' = xy + y\sin x$; $y(0) = 1$.

Вариант 7

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 4^n+3\cdot 5^n}{20^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (3n+1) \cdot tg\frac{\pi}{2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arcsin\frac{n-4}{2n+1}\right)^n$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)^2}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+1}}$;

5. $y' = 2\cos x - xy^2$; $y(0) = -1$.

Вариант 8

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+5)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \cdot sin\frac{\pi}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{\left(ln(2n+3)\right)^n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{3n+1}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n\sqrt[3]{n}}$;

5. $y' = e^x - y^2$; $y(0) = 2$.

Вариант 9

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\cdot 3^n - 2^n}{6^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8}{7}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^5$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arctg \frac{1}{3n+2}\right)^{2n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[3]{n}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n}$;

5. $y' = x + y + y^2$; $y(1) = 1$.

Вариант 10

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n(n+1)}{5^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2-5n+3}{6n^2-7n+8}\right)^n$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n(n+2)}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n^4}$;

5. $y' = x + e^y$; $y(0) = -1$.

Вариант 11

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 7^n + 4^n}{14^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{\sqrt{n\cdot 3^n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} arcctg \frac{2n+3}{n^2-3n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[2]{n^5}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{2n-1}}$;

5. $y' = x^3 + y^2$; $y(1) = -2$.

Вариант 12

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+6)(n+7)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+2}{2^n(n+1)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{4^n \cdot n^{n^2}}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{3n^2-1}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n^2}$;

5. $y' = x^2 + xy + y^2$; $y(0) = 0.5$.

Вариант 13

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5^n - 2^n}{10^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n(n+2)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{3n+2}\right)^{n^2}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n+5}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 9^n}$;

5. $y' = xy + y^2$; $y(1) = 2$.

Вариант 14

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+8)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot sin \frac{2\pi}{3^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n^2}}{2^n \cdot (n+1)^{n^2}}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-3}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{3n}}{8^n}$;

5. $y' = xy - y^2$; $y(-1) = 1$.

Вариант 15

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\cdot 2^n+7^n}{14^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 5\cdot 9\cdot\dots\cdot(4n-3)}{1\cdot 4\cdot 7\cdot\dots\cdot(3n-2)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+2}{3^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\cdot 5^n}$;

5. $y' = 2x + y^2 + e^x$; $y(0) = 1$.

Вариант 16

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)(n+10)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{\sqrt{n\cdot 6^n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n}\right)^{5n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n-5}{n^2+2}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n\sqrt{n}}$;

5. $y' = x^2 - xy - y^2$; $y(-2) = 1$.

Вариант 17

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3^n-7^n}{21^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+2)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{2n}\right)^{n^2}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3+2}$;

5. $y' = x - 2y^2$; $y(1) = -1$.

Вариант 18

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+5)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 7\cdot 12\cdot\dots\cdot(5n-3)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arctg\frac{3n}{2n^2-1}\right)^{5n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{7^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n\cdot 3^n}$;

5. $y' = xy - 2x^2$; $y(2) = 3$.

Вариант 19

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\cdot 5^n+2\cdot 3^n}{15^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{n^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+2n-5}{3n^2+n-4}\right)^{2n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\cdot 2^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)^2}$;

5. $y' = x\sin x - y^2$; $y(0) = 1$.

Вариант 20

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+5)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 5\cdot 8\cdot\dots\cdot(3n-1)}{3\cdot 7\cdot 11\cdot\dots\cdot(4n-1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(ln(2n+1)\right)^{3n}}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$;

5. $y' = xe^x - 2y^2$; $y(0) = -1$.

Вариант 21

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3^n - 7^n}{21^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n+3)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(sin\frac{\pi}{3n+2}\right)^{2n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n}$;

5. $y' = 2x^2 - xy$; $y(-1) = 2$.

Вариант 22

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+10)(n+11)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^3}{3n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(sin\frac{2\pi}{3^n}\right)^{2n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{9^n}$;

5. $y' = xy + 2\sin x + y^3$; $y(0) = -1$.

Вариант 23

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\cdot 3^n + 3\cdot 4^n}{12^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 3\cdot 4\cdot\dots\cdot(n+1)}{1\cdot 7\cdot 13\cdot\dots\cdot(6n-5)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(tg\frac{\pi}{2^{n-1}}\right)^{3n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 5^n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{2n+3}}$;

5. $y' = xy - 2y^2$; $y(1) = -1$.

Вариант 24

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+12)(n+11)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{(n+1)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(tg\frac{\pi}{2n-1}\right)^{3n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{4n}{5n^2-1}\right)^{n}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot x^n}{\sqrt{n}}$;

5. $y' = xy + y^2$; $y(-1) = 2$.

Вариант 25

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5^n - 2^n}{10^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2+4n-2}{3+2n-6n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{\left(ln(5+n)\right)^{2n}}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n+1)^3}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n+1}$;

5. $y' = x - y + y^2$; $y(2) = -1$.

Вариант 26

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+12)(n+13)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n \cdot n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2+4n+3}{6n^2-3n-2}\right)^{n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot lnn}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot x^n}{\sqrt{n}}$;

5. $y' = xy + y^2$; $y(0) = 1$.

Вариант 27

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\cdot 9^n+4^n}{18^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} arctg\frac{n^2+1}{n+3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arcsin\frac{n-3}{2n+5}\right)^{3n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{3n}}{8^n}$;

5. $y' = x - y + y^3$; $y(1) = 2$.

Вариант 28

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)(n+6)}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\cdot sin\frac{\pi}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(tg\frac{\pi}{4^n}\right)^{3n}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+2}{n^3}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n\cdot 2^n}{2n+1}$;

5. $y' = x^3 - y^2$; $y(2) = -1$.

Вариант 29

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\cdot 6^n-2\cdot 4^n}{12^n}$;

2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^6}{5^{n+1}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{2n}\right)^{n^2}$;

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt{n+2}}$;

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{3^n\cdot n^3}$;

5. $y' = 1 + x^2y^2$; $y(1) = -1$.

Вариант 30

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)(n+5)}$;
2. $a)$ $\sum_{n=1}^{\infty} ln\frac{3n+2}{2n-3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(arcsin\frac{2n+3}{4n+1}\right)^n$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^3+3n}}$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^{n\cdot n^2}}$;
5. $y' = 1 - x + 2y^2$; $y(-1) = 2$.

Ряды Фурье

Задание 1. Разложить в ряд Фурье периодическую (с периодом $T = 2\pi$) функцию $f(x)$, заданную на отрезке $[-\pi; \pi]$. Постройте график данной функции при $x\epsilon[-4\pi; 4\pi]$. Запишите равенство, получаемое из найденного разложения при $x = x_0$.

Вариант 1

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 4x - 3, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 2

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x \le 0 \\ \cos 2x, & 0 \le x \le \pi \end{cases}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 3

$$f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 4

$$f(x) = \begin{cases} sin\,3x, & -\pi \le x \le 0 \\ 0, & 0 \le x \le \pi \end{cases}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 5

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 3x - 1, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 6

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & -\pi \le x \le 0 \\ 0, & 0 \le x \le \pi \end{cases}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 7

$$f(x) = \begin{cases} 3 - 2x, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 8

$$f(x) = \begin{cases} \sin 4x; & -\pi \le x \le 0 \\ 0, & 0 \le x \le \pi \end{cases}; \quad x_0 = \frac{\pi}{8};$$

Вариант 9

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 1 - 4x, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 10

$$f(x) = 2x + 3; \quad -\pi \le x \le \pi; \quad x_0 = 0;$$

Вариант 11

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 12

$$f(x) = x + signx;\ \ -\pi \le x \le \pi;\quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 13

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 4 - 2x, & 0 \le x < \pi; \end{cases}\quad x_0 = 0;$$

Вариант 14

$$f(x) = \begin{cases} \sin\frac{x}{2}; & -\pi \le x \le 0 \\ 0, & 0 \le x \le \pi \end{cases};\quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 15

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 2, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases}\quad x_0 = 0;$$

Вариант 16

$$f(x) = \begin{cases} \cos\frac{x}{2}; & 0 \le x \le \pi \\ 0, & -\pi \le x \le 0 \end{cases};\quad x_0 = \pi;$$

Вариант 17

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 6x - 5, & 0 \le x < \pi; \end{cases}\quad x_0 = 0;$$

Вариант 18

$$f(x) = x - signx;\ \ -\pi \le x \le \pi;\quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 19

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 5, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases}\quad x_0 = 0;$$

Вариант 20

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 3x + 2, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 21

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 4 - 9x, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 22

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = \pi;$$

Вариант 23

$$f(x) = \begin{cases} 5x + 1, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 24

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ \sin x, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Вариант 25

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 3 - 8x, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 26

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi \le x < 0; \\ \cos x, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = \pi;$$

Вариант 27

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 11, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 28

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & -\pi \le x < 0; \\ 0, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 29

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \le x < 0; \\ 10x - 3, & 0 \le x < \pi; \end{cases} \quad x_0 = 0;$$

Вариант 30

$$f(x) = \begin{cases} \cos 2x, & -\pi \le x < 0 \\ 0, & 0 \le x < \pi \end{cases}; \quad x_0 = \frac{\pi}{2};$$

Задание 2. Разложить в ряд Фурье в указанном интервале периодическую функцию $f(x)$ (с периодом *T=2l).*

Вариант 1

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \le x < -1; \\ x, & -1 \le x < 1; \\ -1, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 2

$$f(x) = |x| - 5, \quad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Вариант 3

$$f(x) = \begin{cases} 2 + x, & -2 \le x < 0; \\ 2 - x, & 0 \le x < 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 4

$$f(x) = 1 - |x|, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 5

$$f(x) = \begin{cases} x, & 2 \le x < -1; \\ 0, & -1 \le x < 1; \\ -x, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 6

$$f(x) = 2 - |x|, \qquad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Вариант 7

$$f(x) = 2x, \qquad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Вариант 8

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -3 \le x < -1; \\ x, & -1 \le x < 1; \\ 1, & 1 \le x \le 3; \end{cases} \quad T = 6;$$

Вариант 9

$$f(x) = 3x, \qquad -1 \le x \le 1; \quad T = 2;$$

Вариант 10

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -3 \le x < -1; \\ 1, & -1 \le x < 1; \\ x, & 1 \le x \le 3; \end{cases} \quad T = 6;$$

Вариант 11

$$f(x) = \begin{cases} 3, & -1 \le x \le 0 \\ -3, & 0 \le x \le 1 \end{cases}, \quad T = 2;$$

Вариант 12

$$f(x) = \begin{cases} -2, & 0 \le x \le 2 \\ 2, & -2 \le x \le 0 \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 13

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & -2 \le x < -1; \\ 1, & -1 \le x < 1; \\ 2-x, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 14

$$f(x) = |x| - 3, \qquad -4 \le x \le 4; \quad T = 8;$$

Вариант 15

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & -2 \le x < 0; \\ 2, & x = 0; \\ 2x, & 0 < x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 16

$$f(x) = 4|x| - 3, \qquad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Вариант 17

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & -3 \le x < -1; \\ 1, & -1 \le x < 1; \\ 3-x, & 1 \le x \le 3; \end{cases} \quad T = 6;$$

Вариант 18

$$f(x) = 2|x| - 3, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 19

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -4 \le x < 0; \\ 1, & x = 0; \\ 2, & 0 < x \le 4; \end{cases} \quad T = 8;$$

Вариант 20

$$f(x) = 2|x| + 2, \qquad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Вариант 21

$$f(x) = |x| - 2, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 22

$$f(x) = \begin{cases} -x, & -2 \le x < 0; \\ -\dfrac{1}{2}, & x = 0; \\ x, & 0 < x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 23

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & -2 \le x < -1; \\ 1, & -1 \le x < 1; \\ 2 - x, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 24

$$f(x) = 2|x| - 3, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 25

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -2 \le x < -1; \\ 2 - |x|, & -1 \le x < 1; \\ 1, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 26

$$f(x) = \begin{cases} 2, & -1 \le x < 0; \\ -2, & 0 \le x < 1; \end{cases} \quad T = 2;$$

Вариант 27

$$f(x) = 3 - 2|x|, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 28

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \le x < -1; \\ -x, & -1 \le x < 1; \\ 1, & 1 \le x \le 2; \end{cases} \quad T = 4;$$

Вариант 29

$$f(x) = 2|x| - 1, \qquad -3 \le x \le 3; \quad T = 6;$$

Вариант 30

$$f(x) = 2 - |x|, \qquad -2 \le x \le 2; \quad T = 4;$$

Библиографический список

1. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа для втузов.-М.:Физматлит, 2003.-720 с.
2. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1, 2- М.: Интеграл-Пресс, 2000, 2001. (любого другого года издания)
3. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс.–М.: Айрис-пресс, 2007.–252с

Учебное издание

МАТЕМАТИКА

Методические указания к выполнению расчетно-графических заданий для студентов второго курса заочной формы обучения направления 15.03.02 – Технологические машины и оборудование

Составители: **Селиванова** Елена Вячеславовна
Рябцева Светлана Васильевна
Малышева Элеонора Ивановна