

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1 курс, 1 семестр

(M, N – последние цифры зачетки)

1. Решить матричное уравнение
$$\begin{pmatrix} 1 & -N & 3 \\ N & 3 & -1 \\ 0 & -N & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} (N+1)x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - x_3 + (N+2)x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + (N-2)x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$$

3. Даны вершины треугольника $M_1(-6; N)$, $M_2(N; -N)$, $M_3(3; 2)$. Найти уравнения и длины высоты и медианы, проведенных из вершины M_2 .

4. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{N+1}} \left(\frac{\arctg[(N+1)x-1]}{((N+1)x)^2-1} \right)$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-(N+1)}{x} \right)^{x/2}$,
в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(((N+1)^x - 1) - \ln(1 + \sin(N+1)x) \right)$.

5. Найти производные функций: а) $y = \sin^2(2x - x^2)$, б) $y = \frac{x^3 + 4x - 2}{e^x}$,

в) $y = \sqrt{\cos x + \ln^2(x)}$.

6. Найти уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^2}{N+1}$ в точке $M(2; N+1)$.

7. Исследовать функцию и построить график $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - N$.

8. Исследовать на экстремум функцию двух переменных

$$z = (N+1)x^2 - x^3 + (N+1)y^2 + 4y.$$

9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$z = 2(N+1)x^3 + 6xy - y^2 - 8y + 24x + 3 \text{ в области } D: \{y = x^2 - 4, y = 2(N+1)\}.$$

10. Даны вершины треугольника $A(3, -N, N)$; $B(N, 2, -7)$; $C(-5, 14, -3)$.

Составить каноническое уравнение биссектрисы его внутреннего угла при вершине B .

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2
1 курс, 2 семестр
(М, N – последние цифры зачетки)

1. Найти интегралы, используя подходящую подстановку:

а) $\int \frac{(x-N)dx}{\sqrt{x^2 - Nx + 1}}$, б) $\int \frac{e^{-(N+1)x} dx}{1 + e^{-2(N+1)x}}$, в) $\int \frac{\arcsin((N+1)x)}{x^2} \cdot \frac{((N+1)^2 + 1)dx}{\sqrt{1 - ((N+1)x)^2}}$.

2. Найти интегралы, преобразовав подынтегральное выражение:

а) $\int \frac{(1+N)\sqrt{x} - 2\cos(1/x^2)}{x^3} dx$, б) $\int \frac{dx}{e^{(N+1)x} + e^{-(N+1)x}}$, в) $\int \frac{x + 4\sqrt{\arcsin((N+1)x)}}{\sqrt{1 - ((N+1)x)^2}} dx$.

3. Найти интегралы, комбинируя методы интегрирования по частям и подстановки:

а) $\int x \cdot \cos \sqrt{x(N+1)} dx$, б) $\int x^2 \cdot \arccos((N+1)x) dx$, в) $\int \sin 2x \cdot \ln(\sin((N+1)x)) dx$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y^2 = (N+1)x, \quad x^2 = (N+1)y.$$

5. Решить дифференциальное уравнение

$$(N+1)xdx - y(N+1)dy + 2x^2 ydy + 3xy^2 dx = 0.$$

6. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y'' + 3y' + 2y = (N+1)\sin 3x + (N-1)\cos 3x \quad \text{при} \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

7. В урне лежат семь шаров с номерами $N, N+1, N+2, N+3, N+4, N+5, N+6$.

Найти вероятность того, что среди наудачу взятых шаров: а) будут с номерами $(N+1)$ и $(N+2)$, б) не будет шара с номером N .

8. В пирамиде $2N$ винтовок, из которых $(N+1)$ с оптическим прицелом.

Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом – 0,95, без оптического прицела – 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стрелял из винтовки с оптическим прицелом или без оптического прицела?

9. Случайная величина x задана рядом распределения

X_i	0	1	2	3	4
p_i	0,01(N+1)	0,08	0,2	0,3	p_5

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение случайной величины x .

10. Задана таблица распределения дискретной двумерной случайной величины

X/Y	1	2	3
1	0,16	p_{12}	0,08(N+1)
2	0,28	0,11	0,25

Найти корреляционный момент K_{XY} и коэффициент корреляции r_{XY} .